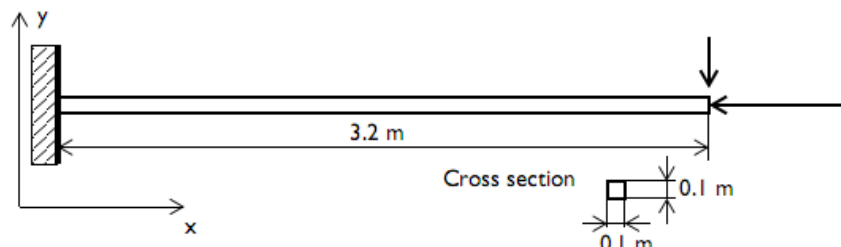


Velké deformace nosníku

Definice modelu

V tomto příkladě budeme studovat deformaci a výchylku krakorcového nosníku, který prochází velkou deformací. Jedná se o benchmarkový model s názvem „Straight Cantilever GNL Benchmark“, jehož popis lze nalézt v příslušné literatuře (viz Ref. 1).



Obr. 1: Geometrie krakorcového nosníku.

GEOMETRIE

- Délka nosníku je 3.2 m.
- Průřez nosníku je čtvercový se stranou 0.1 m.

MATERIÁL

Nosník je z lineárního elastického materiálu s Youngovým modulem pružnosti $E = 2.1 \cdot 10^{11} \text{ N/m}^2$ a Poissonovým číslem $\nu = 0$.

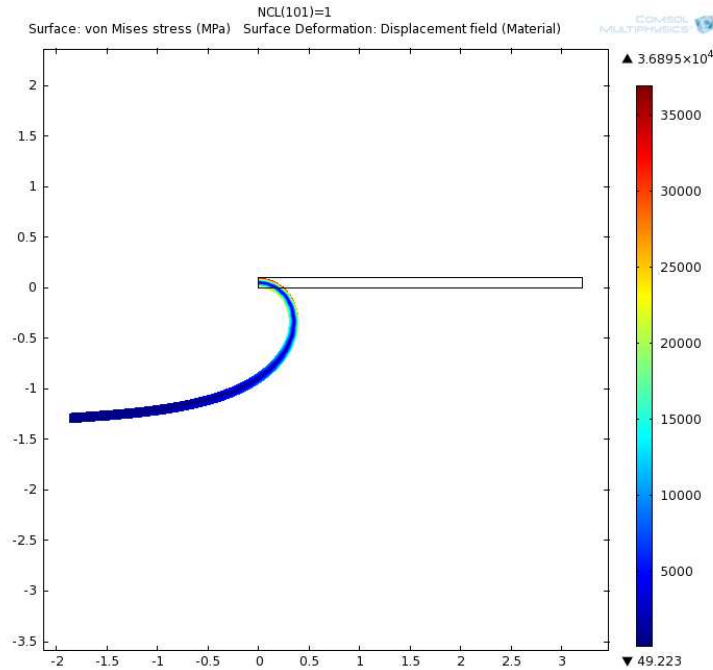
OMEZENÍ A ZATÍŽENÍ

- Levý konec nosníku je vetknutý. Tato okrajová podmínka je kompatibilní s předpoklady teorie nosníků pouze pro případ $\nu = 0$.
- Pravý konec nosníku je zatížen silou, jejíž výslednice jsou $F_x = -3.844 \cdot 10^6 \text{ N}$ a $F_y = -3.844 \cdot 10^3 \text{ N}$.

Výsledky a diskuze

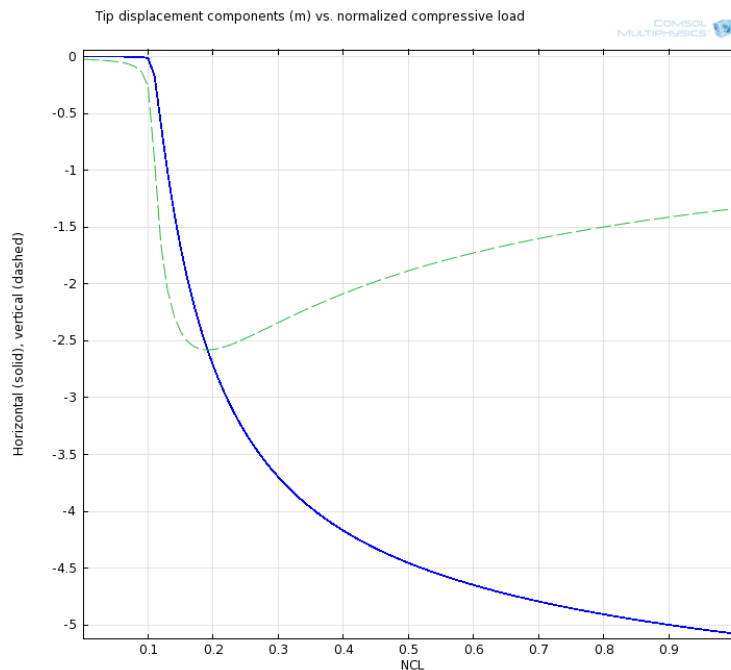
Díky velkému axiálnímu zatížení a tenké geometrii nosníku se jedná o tzv. „buckling problem“ (problém vzpěru). Pokud studujeme chování symetrických geometrií během vzpěru a po něm, je potřeba symetrii nějak porušit. V tomto případě nám k tomuto účelu poslouží malé příčné zatížení. Alternativním přístupem by bylo porušení počáteční symetrie geometrie.

Na obr. 2 je zobrazena finální podoba deformovaného nosníku (v poměru 1:1).



Obr. 2 : Napětí von Mises (vykreslení v doméně) a deformovaný tvar nosníku.

Horizontální a vertikální posunutí volného konce nosníku v závislosti na tlakovém zatížení normalizované pomocí maximální hodnoty vidíme na dalším grafu.



Obr. 3: Horizontální (plná křivka) a vertikální (přerušovaná křivka) posunutí volného konce nosníku versus normalizované tlakové zatížení.

Tab. 1 obsahuje shrnutí některých podstatných výsledků. Protože referenční výsledky jsou v literatuře k dispozici ve formě grafu, je připojený i odhad chyby způsobený čtením těchto grafů:

Tab. 1: Porovnání mezi výsledky získanými programem COMSOL Multiphysics a referenčními hodnotami.

VELIČINA	COMSOL MULTIPHYSICS	REFERENCE
Maximální vertikální posunutí volného konce nosníku	-2.58	-2.58 ± 0.02
Výsledné vertikální posunutí volného konce nosníku	-1.34	-1.36 ± 0.02
Výsledné horizontální posunutí volného konce nosníku	-5.07	-5.04 ± 0.04

Je vidět, že výsledky jsou ve výborné shodě, zvláště pokud uvažujeme zkreslení výsledků modelu kvůli hrubé výpočetní síti.

Vykreslení osově odchylky nám ukazuje, že nestabilita se objevuje pro hodnoty normalizovaného parametru blízko 0.1, což odpovídá axiálnímu zatížení $3.84 \cdot 10^5$ N. V praxi můžeme často vidět, že kritické zatížení reálné konstrukce je podstatně nižší než kritické zatížení konstrukce ideální.

Tento problém (bez malého příčného zatížení) je obvykle referován jako případ Euler-1. Z teorie odvozené kritické zatížení je dáno rovnicí



$$P_c = \frac{\pi^2 EI}{4L^2} = \frac{\pi^2 \cdot 2.1 \cdot 10^{11} \cdot (0.1^4/12)}{4 \cdot 3.2^2} = 4.22 \cdot 10^5 \text{ N.}$$

Reference

1. A.A. Becker, *Background to Finite Element Analysis of Geometric Non-linearity Benchmarks*, NAFEMS, Ref: -R0064, Glasgow, 1999.

Návod k vytvoření modelu

MODEL WIZARD

- 1 Přesuneme se do okna **Model Wizard**.
- 2 Vybereme dimenzi **2D**.
- 3 Stiskneme **Next** .
- 4 Ve stromu **Add Physics** vybereme možnost **Structural Mechanics > Solid Mechanics (solid)**.
- 5 Stiskneme **Next**.
- 6 Ve stromu **Studies** vybereme **Preset Studies for Selected Physics > Stationary**.
- 7 Stiskneme **Finish** .

Tímto krokem jsme ukončili výběr fyzikálních rozhraní a studií, které budeme mít při řešení k dispozici. Jak fyzikální rozhraní, tak jednotlivé druhy studií lze v průběhu výpočtu do modelu libovolně přidávat a odebírat.


Nyní se nám v poli Model Builder vytvořil základ modelovacího stromu, který budeme v dalším doplňovat, a tím vytvářet výše popsany model.

GEOMETRIE 1

Rectangle 1

- 1 V okně **Model Builder** klikneme pravým tlačítkem myši na **Model 1 > Geometry I** a vybereme **Rectangle**.
- 2 Přesuneme se do okna **Settings**, které přísluší uzlu Rectangle.
- 3 V sekci **Size** zadáme do pole **Width** hodnotu 3.2.
- 4 Do pole **Height** zadáme hodnotu 0.1.

Form Union

V okně **Model Builder** klikneme pravým tlačítkem myši na uzel **Form Union** a vybereme možnost **Build Selected** .

GLOBALNÍ DEFINICE

Definujeme parametry pro axiální a příčné zatížení.

Parameters

- 1 V okně **Model Builder** klikneme pravým tlačítkem myši na **Global Definitions** a vybereme **Parameters**.
- 2 Přesuneme se do okna **Settings**, které přísluší uzlu Parameters.
- 3 V sekci **Parameters** zadáme následující tabulku:

NAME	EXPRESSION	DESCRIPTION
F_Lx	-3.844[MN]	Maximalni axialni zatizeni
F_Ly	1e-3*F_Lx	Pricne zatizeni
NCL	0	Normalizovane axialni zatizeni

Pozn.: Parametr NCL omezený na hodnoty [0,1] slouží jako normalizované axiální zatížení nosníku.

Pozn.: COMSOL pracuje v jednotkách SI, ale uživatel může zadávat hodnoty konstant a parametrů i v jiných jednotkách, které uzavře do hranatých závorek []. Program si při výpočtu automaticky jednotky v závorkách převede na jednotky SI.

MATERIÁLY

Material 1

- 1 V okně **Model Builder** klikneme pravým tlačítkem myši na **Model 1 > Materials** a vybereme možnost **Material**.
- 2 Přesuneme se do okna **Settings**, které přísluší uzlu Material.
- 3 V oblasti **Material Content** zadáme do tabulky následující hodnoty pro Youngův modul pružnosti, Poissonovo číslo a hustotu:

PROPERTY	NAME	VALUE
Young's modulus	E	2.1e11
Poisson's ratio	Nu	0
Density	Rho	7850

STRUKTURÁLNÍ MECHANIKA

- 1 V okně **Model Builder** klikneme na uzel **Model 1 > Solid Mechanics**.
- 2 Přesuneme se do okna **Settings**, které přísluší uzlu Solid Mechanics.
- 3 V oblasti **2D Approximation** vybereme z palety **2D approximation** možnost **Plane stress**.
- 4 V oblasti **Thickness** do pole d zadáme hodnotu 0.1.


Linear Elastic Material Model 1

- 1 V okně **Model Builder** rozvineme větev **Solid Mechanics** a klikneme na uzel **Linear Elastic Material Model 1**.
- 2 Přesuneme se do okna **Settings**, které přísluší uzlu Linear Elastic Material Model.
- 3 V oblasti **Geometric Nonlinearity** zatrhneme pole **Include geometric nonlinearity**.

Fixed Constraint 1

- 1 V okně **Model Builder** klikneme pravým tlačítkem myši na **Model 1 > Solid Mechanics** a vybereme **Fixed Constraint**.
- 2 Vybereme hranici číslo 1.

Pozn.: Pro zobrazení čísel jednotlivých domén, hranic apod. si rozbalíme větev **Model 1 > Definitions** a klikneme na možnost **View 1**. Zde zatrhneme první možnost, **Show geometry labels**.


Pozn.: Vybrat hranice znamená, že čísla hranic se musí objevit v poli **Selection**. Toho docílíme kliknutím na danou část geometrie a jejím přidáním do pole **Selection** pomocí tlačítka **Add to Selection** .

Boundary Load 1


- 1 V okně **Model Builder** klikneme pravým tlačítkem myši na **Model 1 > Solid Mechanics** a vybereme **Boundary Load**.
- 2 Vybereme hranici číslo 4.
- 3 Přesuneme se do okna **Settings**, které přísluší uzlu Boundary Load.
- 4 V oblasti **Force** vybereme z palety **Load type** možnost **Total force**.
- 5 Vektor F_{tot} zadáme následovně:

NCL * F_Lx	x
F_Ly	y


SÍŤ 1

V okně **Model Builder** klikneme pravým tlačítkem myši na **Model 1 > Mesh 1** a vybereme **Build All** .

STUDIE 1*Step 1: Stationary*



- 1 V okně **Model Builder** rozvineme větev **Study 1** a klikneme na uzel **Step 1: Stationary**.
- 2 Přesuneme se do okna **Settings**, které přísluší uzlu Stationary.
- 3 Rozvineme oblast **Extension**.
- 4 Zatrhneme možnost **Continuation**.
- 5 V oblasti **Continuation parameter** stiskneme na **Add** .
- 6 Přesuneme se do dialogového okna pro **Add**.
- 7 V seznamu **Continuation parameter** vybereme možnost **NCL (Normalizovane axiální zatizeni)**.
- 8 Stiskneme tlačítko **OK**.
- 9 Přesuneme se do okna **Settings**, které přísluší uzlu Stationary.
- 10 V oblasti **Extension** zadáme do pole **Parameter values** vektor $\text{range}(0, 0.01, 1)$.
- 11 Pravým stiskem tlačítka klikneme na uzel **Study 1** a vybereme **Show Default Solver**.
- 12 Rozvineme větev **Study 1 > Solver Configurations**.

Solver 1

- 1 Rozvineme větev **Study 1 > Solver Configurations > Solver 1** a klikneme na uzel **Stationary Solver 1**.
- 2 Přesuneme se do okna **Settings**, které přísluší uzlu Stationary Solver.
- 3 V sekci **General** vložíme do pole **Relative tolerance** hodnotu $1e-6$.
- 4 V okně **Model Builder** klikneme na **Study 1** a stiskneme tlačítko **Compute** .

VÝSLEDKY*Stress (solid)*

Modifikujeme defaultní vykreslení v doméně tak, abychom se mohli podívat na nevyškálovanou velikost deformace nosníku.

- 1 V okně **Model Builder** rozklikneme větev **Stress (solid)**.
- 2 Rozklikneme větev **Surface 1** a klikneme na uzel **Deformation**.
- 3 Přesuneme se do okna **Settings**, které přísluší uzlu Deformation.
- 4 V oblasti **Scale** zaškrtneme pole **Scale factor** a do odpovídajícího pole zadáme hodnotu 1.
- 5 Klikneme na uzel **Surface 1** a přesuneme se do okna **Settings**, které přísluší uzlu Surface.
- 6 V oblasti **Expression** vybereme ze seznamu **Unit** jednotku **MPa**.
- 7 Stiskneme tlačítko **Plot** .
- 8 Klikneme na tlačítko **Zoom Extents** na nástrojové liště .

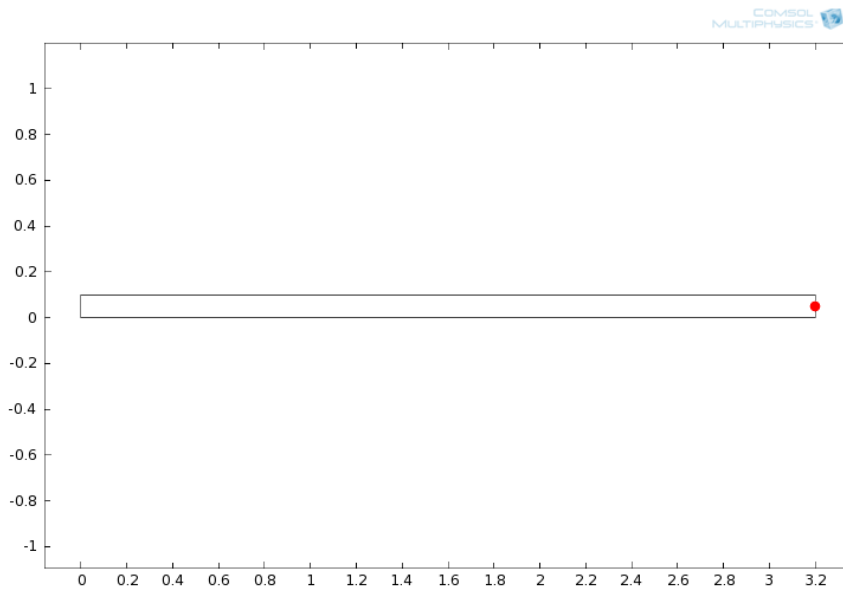
Obdržený výsledek můžeme srovnat s tím, který jsme představili na obrázku 2 na začátku.

Dále vytvoříme položku v množině „Data Sets“, kterou následně použijeme pro vykreslení složek vektoru posunutí pro hrot nosníku a pro zobrazení jejích hodnot jakožto funkcí závislých na normalizovaném axiálním zatížení.



Pozn.: Množina „Data Sets“ slouží k definování geometrických objektů, které můžeme následně používat v nástrojích postprocessingu.

Data Sets

- 1 V okně **Model Builder** klikneme pravým tlačítkem na **Results** > **Data Sets** a vybereme **Cut Point 2D**.
- 2 Přesuneme se do okna **Settings**, které přísluší uzlu Cut Point 2D.
- 3 V oblasti **Point Data** zadáme do pole **X** hodnotu 3.2 a do pole **Y** hodnotu 0.05.
- 4 Stiskneme tlačítko **Plot**.
- 5 Klikneme na tlačítko **Zoom Extents** na nástrojové liště.



Derived Values

- 1 V okně **Model Builder** klikneme pravým tlačítkem na **Results** > **Derived Values** a vybereme **Point Evaluation**.
- 2 Přesuneme se do okna **Settings**, které přísluší uzlu Point Evaluation.
- 3 V oblasti **Data** vybereme ze seznamu **Data set** možnost **Cut Point 2D 1**.
- 4 V pravém horním rohu sekce **Expression** stiskneme tlačítko **Replace Expression** .
- 5 Z rolovacího menu vybereme možnost **Solid Mechanics** > **Displacement field (Material)** > **Displacement field, Y component (v)**.
- 6 Stiskneme tlačítko **Evaluate** .

Pomocí rolování v okně **Results** si můžeme ověřit, že maximální vertikální posunutí je 2.58 m (směrem dolů) pro případ, kdy aplikované normalizované axiální zatížení je 0.19.

1D Plot Group 2

- 1 V okně **Model Builder** klikneme pravým tlačítkem na **Results** a vybereme **1D Plot Group**.
- 2 Přesuneme se do okna **Settings**, které přísluší uzlu 1D Plot Group.
- 3 V oblasti **Data** vybereme v poli **Data set** možnost **Cut Point 2D 1**.
- 4 Pravým tlačítkem myši klikneme na **Results > 1D Plot Group 2** a vybereme možnost **Point Graph**.
- 5 Přesuneme se do okna **Settings**, které přísluší uzlu Point Graph.
- 6 V pravém horním rohu oblasti **y-Axis Data** stiskneme tlačítko **Replace Expression**.
- 7 Z rolovacího menu vybereme možnost **Solid Mechanics > Displacement field (Material) > Displacement field, X component (u)**.
- 8 V okně **Model Builder** klikneme pravým tlačítkem na **1D Plot Group 2** a vybereme **Point Graph**.
- 9 Přesuneme se do okna **Settings**, které přísluší uzlu Point Graph.
- 10 V pravém horním rohu oblasti **y-Axis Data** stiskneme tlačítko **Replace Expression**.
- 11 Z rolovacího menu vybereme možnost **Solid Mechanics > Displacement field (Material) > Displacement field, Y component (v)**.
- 12 Rozklikneme oblast **Coloring and Style**.
- 13 V oblasti **Line style** vybereme z listu **Line** možnost **Dashed**.
- 14 V okně **Model Builder** klikneme na uzel **1D Plot Group 2**.
- 15 Přesuneme se do okna **Settings**, které přísluší uzlu 1D Plot Group.
- 16 V oblasti **Plot Settings** zatrhneme možnost **Title**.
- 17 Do příslušného pole napíšeme **Komponenty posunutí hrotu (m) vs. normalizované tlakové zatížení**.
- 18 Zatrhneme možnost **y-axis label**.
- 19 Do příslušného pole zapíšeme **Horizontalni (plna), vertikální (čarkovaná) posunutí**.
- 20 Stiskneme tlačítko **Plot**.