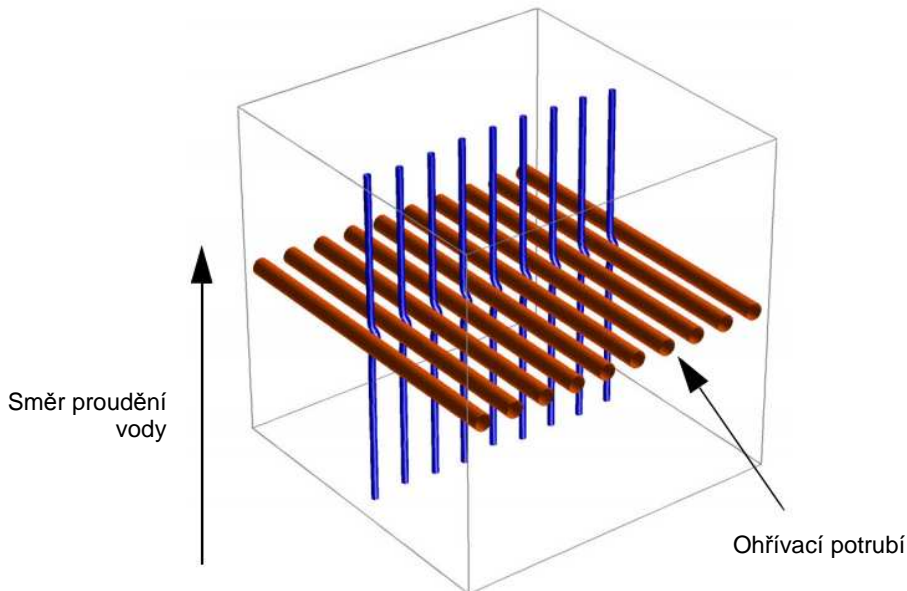


Přestup tepla a volná konvekce

Úvod

Tento příklad popisuje proudění tekutiny spojené s přestupem tepla. Jedná se o sestavu ohřívacích trubek umístěných v nádrži, ve které proudí voda (viz Obr. 1).

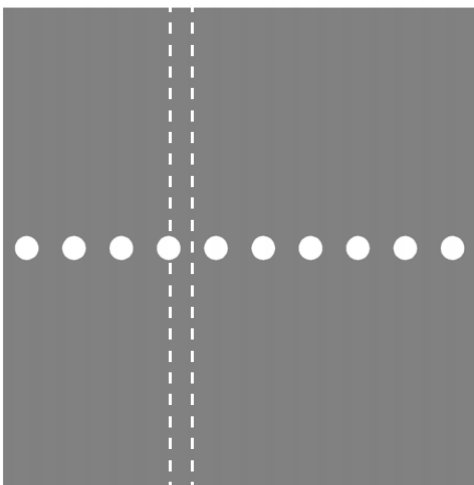


Obr. 1: Ohřívací potrubí a směr proudění tekutiny

Definice modelu

Před začátkem modelování je potřeba se vždy zamyslet nad tím, v jaké dimenzi bude výpočet probíhat. V některých případech je možné řešení extrapolovat z dimenze 2D – jedná se o situace, kdy nedochází k žádným změnám závisle proměnných ve směru kolmém na modelovací doménu. Pokud v tomto případě zanedbáme koncové jevy, které probíhají na stěnách nádoby, můžeme řešení uvažovat jako konstantní ve směru ohřívacích trubek, a lze tedy model zredukovat na výpočet ve 2D oblasti.

Následujícím krokem je nalezení symetrií. V tomto případě je postačující řešit doménu zobrazenou na Obr. 2.



Obr. 2: Využití symetrie ke zmenšení výpočetní náročnosti. Model bude popisovat pouze část sestavy ohřívacích trubek (vyznačeno čárkovanou čarou).

ŘÍDÍCÍ ROVNICE

Toto je příklad multifyzikálního modelu, neboť obsahuje více než jeden druh fyzikální aplikace – nestlačitelnou Navierovu-Stokesovu rovnici z oblasti dynamiky tekutin a rovnici vedení tepla. V modelu se vyskytují čtyři neznámé (závislé proměnné):

- složky rychlostního pole, u a v ;
- tlak, p ;
- teplota, T .

Všechny tyto závislé proměnné jsou provázány obousměrnou multifyzikální vazbou.

Nestlačitelná Navierova-Stokesova rovnice se sestává z pohybových rovnic (vektorová rovnice) a rovnice kontinuity (předpokládáme podmínku nestlačitelnosti, tj. $\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$):

$$\rho \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \rho \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} = -\nabla p + \eta \nabla^2 \mathbf{u} + \mathbf{F},$$

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0,$$

kde

- \mathbf{u} je pole rychlosti;
- p je tlak;
- \mathbf{F} je objemová síla;
- ρ je hustota tekutiny;
- η je dynamická viskozita;
- ∇ je vektorový diferenciální operátor.

Rovnice vedení energie je matematický zápis zákona zachování energie, který říká, že změna energie systému je rovná přítomným zdrojům tepla, od kterých se odečte difúzní tepelný tok:

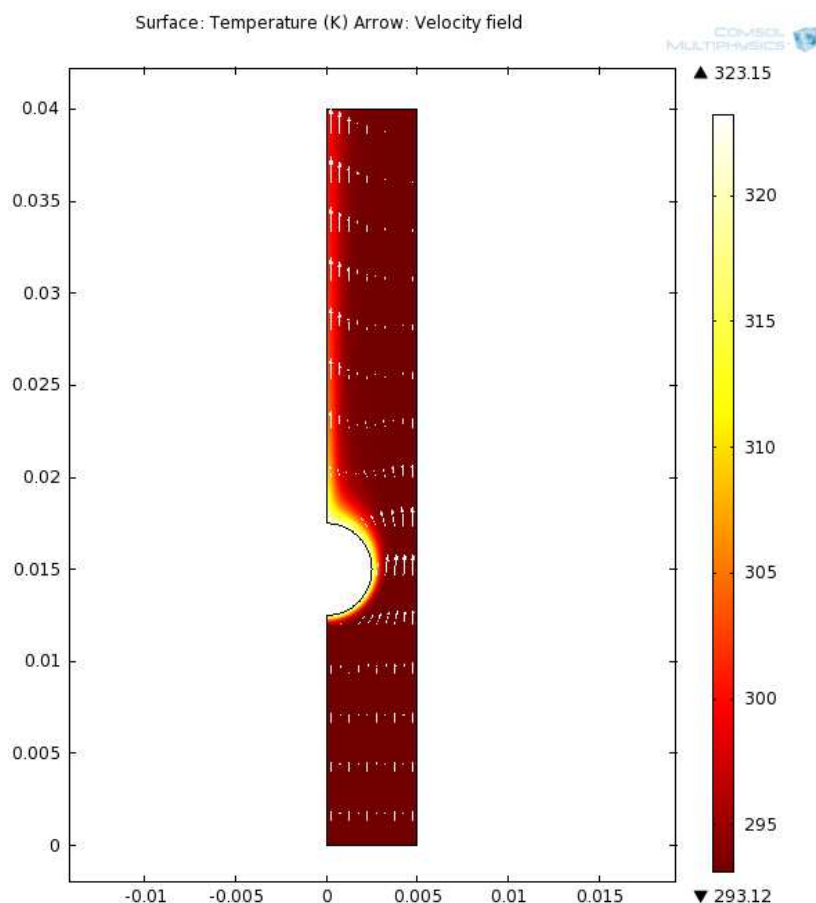
$$\rho C_p \left(\frac{\partial T}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla T \right) + \nabla \cdot (-k \nabla T) = \mathbf{Q},$$

kde C_p je tepelná kapacita tekutiny a ρ je její hustota, \mathbf{Q} reprezentuje zdrojový člen. Rychlostní pole se vypočítává z nestlačitelné Navierovy-Stokesovy rovnice.

Výsledky

Výsledky sdruženého tepelně-proudového modelu zahrnují výpočet rychlostního pole spolu s rozdělením tlaku a teploty v tekutině.

Konkrétně, na obr. 3 je vykresleno rychlostní pole a rozdělení teploty. Pokud bychom neuvažovali efekt zahřívání, tak lze předpokládat, že rychlost ve směru osy y bude na výstupu lehce nižší směrem k levé stěně, za ohřívací trubicou. Nicméně v tomto případě můžeme vidět, že rychlost ve směru osy y je u levé stěny naopak vyšší – tento jev je způsobený vztakovým účinkem volné konvekce.



Obr. 3 : Rychlostní pole a rozdělení teploty v tekutině.

Použitím integrace ke zjištění střední teploty na výstupu vypočítáme, že teplota se zvýší zhruba o 1.1°C v porovnání se vstupem.

Poznámky o implementaci v programu COMSOL Multiphysics




K vytvoření modelu v programu COMSOL Multiphysics pomocí představených rovnic se využijí dvě fyzikální rozhraní: rozhraní „Laminar Flow“ pro simulaci laminárního proudění a rozhraní „Heat Transfer“ pro řešení vedení tepla.

V tomto modelu jsou rovnice propojené v obou směrech. Nejprve se přidá efekt volné konvekce do proudění tekutiny pomocí tzv. *Boussinesquovy aproximace*. Tato aproximace nebere v úvahu změny hustoty na základě změny teplotního pole kromě toho efektu, že změna teploty je zdrojem vztlakové síly působící na zahřívanou tekutinu. Tato síla do modelu vstupuje v podobě členu \mathbf{F} v nestlačitelné Navierově-Stokesově rovnici.

Současně musíme brát v úvahu rychlostní pole při řešení rovnice vedení tepla. Rychlostní pole spočítané v módu pro laminární proudění se objeví jako předdefinovaná volba ve vstupech modelu pro rychlostní pole, které určuje konvektivní přestup tepla.

Návod k vytvoření modelu

MODEL WIZARD

- 1 Přesuneme se do okna **Model Wizard**.
- 2 Vybereme dimenzi **2D**.
- 3 Stiskneme **Next** .
- 4 Ve stromu **Add Physics** vybereme možnost **Fluid Flow > Single-Phase Flow > Laminar Flow (spf)**.
- 5 Stiskneme **Add Selected** .
- 6 Ve stromu **Add Physics** vybereme možnost **Heat Transfer > Heat Transfer in Fluids (ht)**.
- 7 Stiskneme **Add Selected**.
- 8 Stiskneme **Next**.
- 9 Ve stromu **Studies** vybereme **Preset Studies for Selected Physics > Stationary**.
- 10 Stiskneme **Finish** .

Tímto krokem jsme ukončili zadávání fyzikálních rozhraní a studií, které budeme mít při řešení k dispozici. Jak fyzikální rozhraní, tak jednotlivé druhy studií lze v průběhu výpočtu do modelu libovolně přidávat a odebírat.

Nyní se nám v poli Model Builder vytvořil základ modelovacího stromu, který budeme v dalším doplňovat a tím vytvářet výše popsaný model.

GLOBALNÍ DEFINICE

Parameters


- 1 V okně **Model Builder** klikneme pravým tlačítkem myši na **Global Definitions** a vybereme **Parameters**.
- 2 Přesuneme se do okna **Settings**, které přísluší uzlu Parameters.
- 3 V sekci **Parameters** zadáme následující tabulku:

| NAME | EXPRESSION | DESCRIPTION |
|--------|--------------|--------------------------------|
| v_in | 5[mm/s] | Vstupni rychlost |
| T_in | 20[degC] | Teplota na vstupu |
| T_heat | 50[degC] | Teplota zahřívacích trubek |
| alpha0 | 0.18e-3[1/K] | Koeficient tepelne roztaznosti |

Pozn.: COMSOL pracuje v jednotkách SI, ale uživatel může zadávat hodnoty konstant a parametrů i v jiných jednotkách, které uzavře do hranatých závorek []. Program si při výpočtu automaticky jednotky v závorkách převede na jednotky SI.

GEOMETRIE 1




Rectangle 1

- 1 V okně **Model Builder** klikneme pravým tlačítkem myši na **Model 1 > Geometry I** a vybereme **Rectangle**.
- 2 Přesuneme se do okna **Settings**, které přísluší uzlu Rectangle.
- 3 V sekci **Size** zadáme do pole **Width** hodnotu 0.005.
- 4 Do pole **Height** zadáme hodnotu 0.04.
- 5 Stiskneme tlačítko **Build Selected** .

Circle 1

- 1 V okně **Model Builder** klikneme pravým tlačítkem myši na **Geometry I** a vybereme **Circle**.
- 2 Přesuneme se do okna **Settings**, které přísluší uzlu Circle.
- 3 V sekci **Size and Shape** zadáme do pole **Radius** hodnotu 0.0025.
- 4 V sekci **Position** zadáme do pole **y** hodnotu 0.015.
- 5 Stiskneme tlačítko **Build Selected**.

Difference 1

- 1 V okně **Model Builder** klikneme pravým tlačítkem myši na **Geometry I** a vybereme **Boolean Operations > Difference**.
- 2 Přesuneme se do okna **Settings**, které přísluší uzlu Difference.
- 3 V sekci **Difference** stiskneme u možnosti **Objects to add** pole **Activate Selection** .
- 4 Vybereme pouze objekt **r1** (obdélník).
- 5 V sekci **Difference** stiskneme u možnosti **Objects to subtract** pole **Activate Selection** .
- 6 Vybereme pouze objekt **c1** (kruh).
- 7 Stiskneme tlačítko **Build All** .


DEFINICE

Definujeme vazební (coupling) operátor pro výpočet průměrné hodnoty na výstupu.

Average 1

- 1 V okně **Model Builder** klikneme pravým tlačítkem myši na **Model 1 > Definitions** a vybereme **Model Couplings > Average**.
- 2 Přesuneme se do okna **Settings**, které přísluší uzlu Average.
- 3 V sekci **Source Selection** vybereme z listu **Geometric entity list** možnost **Boundary**.
- 4 Vybereme pouze hranici číslo 4.

Pozn.: Pro zobrazení čísel jednotlivých domén, hranic apod. se rozklikneme větev **Model 1 > Definitions** a klikneme na možnost **View 1**. Zde zatrhneme první možnost, **Show geometry labels**.

Pozn.: Vybrat hranice znamená, že čísla hranic se musí objevit v poli **Selection**. Toho docílíme kliknutím na danou část geometrie a jejím přidáním do pole **Selection** pomocí tlačítka **Add to Selection** .

- 5 V poli **Operator Name** změníme název operátoru na `avgout`.

Použitím tohoto operátoru v dalším definujeme proměnnou `DeltaT`, která měří vzestup teploty na výstupu.

Variables 1

- 1 V okně **Model Builder** klikneme pravým tlačítkem myši na **Definitions** a vybereme **Variables**.
- 2 Přesuneme se do okna **Settings**, které přísluší uzlu Variables.
- 3 V sekci **Variables** zadáme následující tabulku:

| NAME | EXPRESSION | DESCRIPTION |
|--------|-----------------------------|-----------------|
| DeltaT | <code>avgout(T)-T_in</code> | Vzestup teploty |

MATERIÁLY

- 1 V okně **Model Builder** klikneme pravým tlačítkem myši na **Model 1 > Materials** a vybereme možnost **Open Material Browser**.
- 2 Přesuneme se do okna **Material Browser**.
- 3 Ze stromu vybereme materiál **Built-in > Water, liquid**.
- 4 Klikneme na něj pravým tlačítkem myši a vybereme **Add Material to Model**.

LAMINÁRNÍ PROUDĚNÍ

Symmetry 1

- 1 V okně **Model Builder** klikneme pravým tlačítkem myši na **Model 1 > Laminar Flow** a vybereme **Symmetry**.
- 2 Vybereme hranice číslo 1, 3 a 5.

Inlet 1

- 1 V okně **Model Builder** klikneme pravým tlačítkem myši na **Model 1 > Laminar Flow** a vybereme **Inlet**.
- 2 Vybereme hranici číslo 2.
- 3 Přesuneme se do okna **Settings**, které přísluší uzlu Inlet.
- 4 V oblasti **Boundary Condition** vepíšme do pole U_0 hodnotu v_{in} .

Outlet 1

- 1 V okně **Model Builder** klikneme pravým tlačítkem myši na **Model 1 > Laminar Flow** a vybereme **Outlet**.
- 2 Vybereme hranici číslo 4.

Initial Values 1

- 1 V okně **Model Builder** klikneme na uzel **Model 1 > Laminar Flow > Initial Values 1**.
- 2 Přesuneme se do okna **Settings**, které přísluší uzlu Initial Values.
- 3 V oblasti **Initial Values** specifikujeme vektor \mathbf{u} jako

| | |
|----------|---|
| 0 | x |
| v_{in} | y |

Volume Force 1

- 1 V okně **Model Builder** klikneme pravým tlačítkem myši na **Model 1 > Laminar Flow** a vybereme **Volume Force**.
- 2 Vybereme doménu číslo 1.
- 3 Přesuneme se do okna **Settings**, které přísluší uzlu Volume Force.
- 4 V oblasti **Volume Force** specifikujeme vektor \mathbf{F} jako

| | |
|--|---|
| 0 | x |
| $g_{const} * spf . rho * alpha_0 * (T - T_{in})$ | y |

Pozn.: Předpoklad konstantního koeficientu tepelné roztažnosti α_{lha0} je platný pouze v oblasti blízko stavu $T = T_0$. K simulaci velkých tepelných změn je potřeba použít pro koeficient výraz, který je závislý na teplotě, tedy $\alpha_{pha}(T)$.

VEDENÍ TEPLA

Heat Transfer in Fluids 1

- 1 V okně **Model Builder** rozbalíme větev **Model 1 > Heat Transfer** a klikneme na **Heat Transfer in Fluids 1**.
- 2 Přesuneme se do okna **Settings**, které přísluší uzlu Heat Transfer in Fluids.
- 3 V oblasti **Model Inputs** vybereme z listu nabídek pro p (tlak) možnost **Pressure (spf/fp1)**.
- 4 Z listu nabídek pro u (rychlostní pole) vybereme možnost **Velocity field (spf/fp1)**.

Díky tomuto kroku se bude v rovnici vedení tepla uvažovat rychlostní pole a tlak spočítaný v módu pro laminární proudění.

Temperature 1

- 1 V okně **Model Builder** klikneme pravým tlačítkem myši na **Model 1 > Heat Transfer** a vybereme **Temperature**.
- 2 Vybereme hranici číslo 2.
- 3 Přesuneme se do okna **Settings**, které přísluší uzlu Temperature.
- 4 V oblasti **Temperature** vepíšme do pole T_0 hodnotu T_in.

Temperature 2

- 1 V okně **Model Builder** klikneme pravým tlačítkem myši na **Model 1 > Heat Transfer** a vybereme **Temperature**.
- 2 Vybereme hranice číslo 6 a 7.
- 3 Přesuneme se do okna **Settings**, které přísluší uzlu Temperature.
- 4 V oblasti **Temperature** zadáme do pole T_0 hodnotu T_heat.

Outflow 1

- 1 V okně **Model Builder** klikneme pravým tlačítkem myši na **Model 1 > Heat Transfer** a vybereme **Outflow**.
- 2 Vybereme hranici číslo 4.


Initial Values 1

- 1 V okně **Model Builder** klikneme na **Model 1 > Heat Transfer > Initial Values 1**.
- 2 Přesuneme se do okna **Settings**, které přísluší uzlu Initial Values.
- 3 V oblasti **Initial Values** zadáme teplotu T hodnotou T_in.

STUDIE 1

- 1 V okně **Model Builder** klikneme pravým tlačítkem na **Model 1 > Mesh 1** a stiskneme tlačítko **Build All**.
- 2 Pravým stiskem tlačítka klikneme na uzel **Study 1** a vybereme **Show Default Solver**.




Solver 1

- 1 Rozvineme větev **Study 1 > Solver Configurations > Solver 1**.
- 2 Rozvineme větev **Stationary Solver 1** a klikneme na uzel **Fully Coupled 1**.
- 3 Přesuneme se do okna **Settings**, které přísluší uzlu Fully Coupled.
- 4 Rozvineme oblast **Damping and Termination**.
- 5 Z rolety pro **Damping Method** vybereme možnost **Automatic highly nonlinear**.
- 6 V okně **Model Builder** klikneme na **Study 1** a stiskneme tlačítko **Compute** .

VÝSLEDKY


Temperature (ht)

Defaultní postprocessingové větve zobrazují rozložení rychlosti, tlaku, teploty a teplotního gradientu v doméně. Abychom vykreslili analogický obrázek jako představený Obr. 3, musíme upravit větev Temperature (ht).

- 1 V okně **Model Builder** klikneme pravým tlačítkem myši na **Results > Temperature (ht)** a vybereme možnost **Arrow Surface**.
- 2 Přesuneme se do okna **Settings**, které přísluší uzlu Arrow Surface.
- 3 V sekci **Arrow Positioning** se přesuneme na část **x grid points**. Do pole **Points** napíšeme 10.
- 4 V horním pravém rohu oblasti **Expression** klikneme na **Replace Expression**  ..
- 5 Z rozbaleného menu vybereme možnost **Laminar Flow > Velocity field (u, v)**.
- 6 V oblasti **Coloring and Style** vybereme ze seznamu **Color** bílou barvu (**White**).
- 7 V okně **Model Builder** klikneme pravým tlačítkem na **Temperature (ht)** a vybereme **Plot** .
- 8 Klikneme na tlačítko **Zoom Extents** na nástrojové liště .

Derived Values

Nakonec vyhodnotíme růst teploty na výstupu.

- 1 V okně **Model Builder** klikneme pravým tlačítkem na **Results > Derived Values** a vybereme **Global Evaluation**.
- 2 Přesuneme se do okna **Settings**, které přísluší uzlu Global Evaluation.
- 3 V pravém horním rohu oblasti **Expression** klikneme na **Replace Expression**.
- 4 Z rozbaleného menu vybereme možnost **Definitions > Vzestup teploty (DeltaT)**.
- 5 Stiskneme tlačítko **Evaluate** .

Výsledná hodnota by měla být blízko 1.1 K.