Akustické proudění v rezonátorech s teplotní nehomogenitou

Milan Červenka

České vysoké učení technické v Praze Fakulta elektrotechnická katedra fyziky milan.cervenka@fel.cvut.cz

Konference COMSOL Multiphysics 2018



Akustickým prouděním rozumíme ustálený tok tekutiny, generovaný zvukovým polem. Jedná se o jev druhého řádu.

Existuje několik základních mechanismů generování akustického proudění. Jedná se zejména o:

- Rayleighovo proudění generované v mezní vrstvě ve stojaté vlně v akustickém rezonátoru,
- Eckartovo proudění ("quartz wind"),
- tryskově buzené proudění ("jet-driven streaming"),
- Gedeonovo proudění (souvisí s postupnou vlnou ve vlnovodech s kruhovou topologií).

Akustickým prouděním rozumíme ustálený tok tekutiny, generovaný zvukovým polem. Jedná se o jev druhého řádu.

Existuje několik základních mechanismů generování akustického proudění. Jedná se zejména o:

- Rayleighovo proudění generované v mezní vrstvě ve stojaté vlně v akustickém rezonátoru,
- Eckartovo proudění ("quartz wind"),
- tryskově buzené proudění ("jet-driven streaming"),
- Gedeonovo proudění (souvisí s postupnou vlnou ve vlnovodech s kruhovou topologií).



Akustickým prouděním rozumíme ustálený tok tekutiny, generovaný zvukovým polem. Jedná se o jev druhého řádu.

Existuje několik základních mechanismů generování akustického proudění. Jedná se zejména o:

- Rayleighovo proudění generované v mezní vrstvě ve stojaté vlně v akustickém rezonátoru,
- Eckartovo proudění ("quartz wind"),
- tryskově buzené proudění ("jet-driven streaming"),
- Gedeonovo proudění (souvisí s postupnou vlnou ve vlnovodech s kruhovou topologií).

Podle rychlosti, rozdělujeme akustické proudění na:

- "pomalé" proudění velikost rychlosti proudění je výrazně menší nežli akustická rychlost – k jeho zkoumání můžeme používat poruchové teorie,
- "rychlé" proudění musíme vzít v úvahu setrvačnost proudící tekutiny – analýza pomocí metod CFD.

Nelineární Reynoldsovo číslo – Renl

Jestliže Re_{nl} « 1, ak. proudění je "pomalé" – setrvačné účinky na proudící tekutinu lze zanedbat. Zde je Re_{nl} používáno zejména k vyjádření "síly" zvukového pole. Platí

$$\mathsf{Re}_{\mathsf{nI}} = \left(\frac{u_{\mathsf{a0}}}{c_0}\right)^2 \left(\frac{R}{\delta_{\mathsf{v}}}\right)^2,$$

kde u_{a0} je velikost akustické rychlosti v kmitně stojaté vlny, c_0 je rychlost zvuku, R je poloměr rezonátoru, a δ_v je tloušťka akustické mezní vrstvy.

Rayleighova rychlost – *u*_R Podle Rayleighovy teorie se rychlost akustického proudění podél osy rezonátoru řídí vztahem

$$u_{\rm mz} = u_{\rm R} \sin 2kz$$
, kde $u_{\rm R} = \frac{3}{16} \frac{u_{\rm a0}^2}{c_0}$,

kde k je vlnové číslo, a z je souřadnice podél osy rezonátoru.

Nelineární Reynoldsovo číslo – Renl

Jestliže Re_{nl} \ll 1, ak. proudění je "pomalé" – setrvačné účinky na proudící tekutinu lze zanedbat. Zde je Re_{nl} používáno zejména k vyjádření "síly" zvukového pole. Platí

$$\mathsf{Re}_{\mathsf{nI}} = \left(\frac{u_{\mathsf{a0}}}{c_0}\right)^2 \left(\frac{R}{\delta_{\mathsf{v}}}\right)^2,$$

kde u_{a0} je velikost akustické rychlosti v kmitně stojaté vlny, c_0 je rychlost zvuku, R je poloměr rezonátoru, a δ_v je tloušťka akustické mezní vrstvy.

Rayleighova rychlost – u_R

Podle Rayleighovy teorie se rychlost akustického proudění podél osy rezonátoru řídí vztahem

$$u_{mz} = u_{R} \sin 2kz$$
, kde $u_{R} = \frac{3}{16} \frac{u_{a0}^{2}}{c_{0}}$,

kde k je vlnové číslo, a z je souřadnice podél osy rezonátoru.

Pomalé akustické proudění v rezonátorech

Analytický model pro pomalé akustické proudění v rezonátoru (se stěnami o konstantní teploě):

• M. F. Hamilton, Y. A. Ilinskii and E. A. Zabolotskaya, *Thermal effects on acoustic streaming in standing waves*, J. Acoust. Soc. Am. 114, 2003, pp. 3092–3101.



Experimenty

Ida Reyt, Hélène Bailliet, Jean-Christophe Valière: **Experimental investigation of acoustic streaming in a cylindrical wave guide up to high streaming Reynolds numbers**, *J. Acoust. Soc. Am.* 135, 27–37, 2014



Suma sumárum

- Všechny moderní experimenty (LDV, PIV) ukazují silnou odchylku od Rayleighovy teorie pro vysoké hodnoty *Re*_{n1}.
- Je známo, že při těchto experimentech dochází k ustálení teplotního gradientu podél stěny rezonátoru. Je známo, že potlačení tohoto gradientu zmenšuje odchylku od Rayleighovy teorie.
- Rychlé akustické proudění se zkoumá teoreticky pomocí metod CFD na "zmenšených" modelech (rozměry řádově 1 cm) – numericky "proveditelné".
- Za původce odchylky od Rayleighovy teorie je nejčastěji považována setrvačnost proudící tekutiny, nebo nelineární interakce mezi akustickou rychlostí a rychlostí proudění (?)
- Souvislost s teplotní nehomogenitou tekutiny nikdo nezkoumá, přestože experimenty naznačují, že to spolu nějak souvisí.
- Předmětem této práce je ukázat, že k deformaci profilu rychlosti akustického proudění dochází díky konvektivnímu přenosu tepla akustickým prouděním.

Matematický model – Navierovy-Stokesovy rovnice

$$\begin{aligned} \frac{\mathrm{d}\rho}{\mathrm{d}t} &= -\rho \nabla \cdot \mathbf{u}, \\ \rho \frac{\mathrm{d}\mathbf{u}}{\mathrm{d}t} &= \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma} + \mathbf{f}, \\ \rho c_{\mathsf{p}} \frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}t} - \alpha T \frac{\mathrm{d}\rho}{\mathrm{d}t} &= \nabla \cdot (\kappa \nabla T) + \tau : \nabla \mathbf{u}, \\ p &= \rho R_{\mathsf{s}} T, \end{aligned}$$

 ρ – hustota, **u** – rychlost tekutiny, T – teplota, p – tlak, $\mathbf{f} = -\rho \mathbf{a}(t)$, kde $\mathbf{a}(t)$ je budicí zrychlení rezonátoru; $c_{\rm p}$ – měrná tep. kapacita za konst. tlaku, α – izobarický koeficient objemové teplotní roztažnosti, κ – koeficient tepelné vodivosti, $R_{\rm s}$ – měrná plynová konstanta,

$$\boldsymbol{\sigma} = -\boldsymbol{\rho}\boldsymbol{I} + \boldsymbol{\tau} = -\boldsymbol{\rho}\boldsymbol{I} + \mu \left[\boldsymbol{\nabla}\boldsymbol{\mathsf{u}} + (\boldsymbol{\nabla}\boldsymbol{\mathsf{u}})^{\mathsf{T}}\right] - \frac{2\mu}{3}(\boldsymbol{\nabla}\cdot\boldsymbol{\mathsf{u}})\boldsymbol{I},$$

 μ – příčná viskozita, \pmb{I} je jednotková matice.

Modelové rovnice – dekompozice

Aplikace metody postupných aproximací

$$\varphi = \varphi_{0} + \varphi_{\mathsf{a}} + \varphi_{\mathsf{n}}, \qquad \varphi_{\mathsf{n}} \ll \varphi_{\mathsf{a}},$$

 φ_0 – rovnovážná hodnota veličiny (bez zvuku), φ_a – akustická složka (harmonická v čase), φ_n – produkty nelineárních interakcí.

Průměrování přes jednu časovou periodu

$$\langle \varphi \rangle = \varphi_{\mathsf{m}}(\mathbf{r}, t_{\mathsf{s}}) = \frac{1}{T_{\mathsf{a}}} \int_{t_{\mathsf{s}}}^{t_{\mathsf{s}}+T_{\mathsf{a}}} \varphi(\mathbf{r}, t) \, \mathrm{d}t = \varphi_{0} + \langle \varphi_{\mathsf{n}} \rangle,$$

 $T_{a} = 2\pi/\omega$ – akustická perioda, t_{s} – "pomalý" čas, popisující pomalé děje.

Na Navierovy-Stokesovy rovnice je aplikována metoda postupných aproximací, spolu s průměrováním přes jednu periodu pro výpočet sekundárního pole. Rovnice pro zvukové pole jsou reprezentovány linearizovanými Navierovými-Stokesovými rovnicemi

$$\begin{split} &\frac{\partial \rho_{a}}{\partial t} + \boldsymbol{\nabla} \cdot (\rho_{m} \mathbf{u}_{a}) = 0, \\ &\rho_{m} \frac{\partial \mathbf{u}_{a}}{\partial t} - \boldsymbol{\nabla} \cdot \left\{ -\rho_{a} \mathbf{I} + \mu_{m} \left[\boldsymbol{\nabla} \mathbf{u}_{a} + (\boldsymbol{\nabla} \mathbf{u}_{a})^{\mathsf{T}} \right] - \frac{2\mu_{m}}{3} (\boldsymbol{\nabla} \cdot \mathbf{u}_{a}) \mathbf{I} \right\} = -\rho_{m} \mathbf{a}, \\ &\rho_{m} \mathbf{C}_{pm} \left(\frac{\partial T_{a}}{\partial t} + \mathbf{u}_{a} \cdot \boldsymbol{\nabla} T_{m} \right) - \frac{\partial \rho_{a}}{\partial t} - \boldsymbol{\nabla} \cdot (\kappa_{m} \boldsymbol{\nabla} T_{a}) = 0, \end{split}$$

Linearizovaná stavová rovnice: $p_{\rm a}/p_{\rm m}=T_{\rm a}/T_{\rm m}+\rho_{\rm a}/\rho_{\rm m}$

 $\begin{array}{l} \mathbf{u}_{a}, \ p_{a}, \ T_{a}, \ \rho_{a} - \text{veličiny zvukového pole,} \\ \rho_{m}, \ T_{m} - \text{průměrované veličiny,} \\ \mu_{m} = \mu(T_{m}), \quad \kappa_{m} = \kappa(T_{m}), \quad c_{pm} = c_{p}(T_{m}). \end{array}$

Rovnice pro zvukové pole závisí na průměrovaných veličinách!

Modelové rovnice – průměrované sekundární pole

Rovnice pro průměrované veličiny jsou reprezentovány Navierovými-Stokesovými rovnicemi **se zdrojovými členy**

$$\begin{split} &\frac{\partial \rho_{\rm m}}{\partial t_{\rm s}} + \boldsymbol{\nabla} \cdot (\rho_{\rm m} \mathbf{u}_{\rm m}) = \boldsymbol{M}, \\ &\rho_{\rm m} \frac{\mathrm{d} \mathbf{u}_{\rm m}}{\mathrm{d} t_{\rm s}} - \boldsymbol{\nabla} \cdot \left\{ -p_{\rm m} \boldsymbol{I} + \mu_{\rm m} \left[\boldsymbol{\nabla} \mathbf{u}_{\rm m} + (\boldsymbol{\nabla} \mathbf{u}_{\rm m})^{\rm T} \right] - \frac{2\mu_{\rm m}}{3} (\boldsymbol{\nabla} \cdot \mathbf{u}_{\rm m}) \boldsymbol{I} \right\} = \mathbf{F}, \\ &\rho_{\rm m} c_{\rm pm} \frac{\mathrm{d} T_{\rm m}}{\mathrm{d} t_{\rm s}} - \frac{\mathrm{d} p_{\rm m}}{\mathrm{d} t_{\rm s}} - \boldsymbol{\nabla} \cdot (\kappa_{\rm m} \boldsymbol{\nabla} T_{\rm m}) = \boldsymbol{Q}, \end{split}$$

 \mathbf{u}_{m} , p_{m} , T_{m} , ρ_{m} – průměrované veličiny.

Zdrojové členy M, F, Q závisí na veličinách zvukového pole!

Průměrovaná rychlost transportu hmoty

$$\mathbf{U}_{\mathsf{m}} = \mathbf{u}_{\mathsf{m}} + \frac{\langle \rho_{\mathsf{a}} \mathbf{u}_{\mathsf{a}} \rangle}{\rho_{\mathsf{m}}}$$

Zdrojové členy pro průměrované sekundární pole

$$\begin{split} M &= -\nabla \cdot \langle \rho_{a} \mathbf{u}_{a} \rangle, \\ \mathbf{F} &= -\left\langle \rho_{a} \left(\mathbf{a} + \frac{\partial \mathbf{u}_{a}}{\partial t} \right) \right\rangle - \rho_{m} \langle (\mathbf{u}_{a} \cdot \nabla) \mathbf{u}_{a} \rangle \\ &+ \nabla \cdot \left\langle \frac{\mu_{m} b_{\mu}}{T_{m}} T_{a} \left[\nabla \mathbf{u}_{a} + (\nabla \mathbf{u}_{a})^{\mathsf{T}} - \frac{2}{3} (\nabla \cdot \mathbf{u}_{a}) \mathbf{I} \right] \right\rangle, \\ Q &= -c_{pm} \left\langle \rho_{a} \frac{\partial T_{a}}{\partial t} \right\rangle - \rho_{m} c_{pm} \left\langle \mathbf{u}_{a} \cdot \nabla T_{a} \right\rangle \\ &- c_{pm} \langle \rho_{a} \mathbf{u}_{a} \right\rangle \cdot \nabla T_{m} + \left\langle \mathbf{u}_{a} \cdot \nabla p_{a} \right\rangle + \nabla \cdot \left\langle \frac{\kappa_{m} b_{\kappa}}{T_{m}} T_{a} \nabla T_{a} \right\rangle \\ &+ \mu_{m} \left\langle \left[\nabla \mathbf{u}_{a} + (\nabla \mathbf{u}_{a})^{\mathsf{T}} - \frac{2}{3} (\nabla \cdot \mathbf{u}_{a}) \mathbf{I} \right] : \nabla \mathbf{u}_{a} \right\rangle, \end{split}$$

kde

$$\langle fg \rangle = \frac{1}{2} \Re \left[\tilde{f} \tilde{g}^* \right].$$

Numerická procedura

Všechny numerické výpočty byly provedeny v programu COMSOL Multiphysics.

- Zvukové pole: Acoustics Module Linearised Navier-Stokes, Frequency domain (p_a, u_a, T_a, ρ_a).
- Průměrované sekundární pole: CFD Module Laminar Flow with Heat Transport (p_m, u_m, T_m, ρ_m).
- Obě soustavy rovnic tvoří dohromady jednu soustavu rovnic musí být integrovány současně! (jinak by nebyl zachycen vliv přenosu tepla akustickým prouděním)

Parametry pro numerické výpočty

- Válcový rezonátor; délka $L = 30 \,\mathrm{cm}$, poloměr $R = 1.5 \,\mathrm{cm}$, vyplněný vzduchem za atmosférického tlaku.
- Zvukové pole buzeno setrvačnou silou na rezonančním kmitočtu.
- 2D osově symetrická geometrie; izotermální & "no-slip" okrajové podmínky na stěnách. Teplota stěn rezonátoru je explicitně předepsána.

Numerická procedura

Všechny numerické výpočty byly provedeny v programu COMSOL Multiphysics.

- Zvukové pole: Acoustics Module Linearised Navier-Stokes, Frequency domain (p_a, u_a, T_a, ρ_a).
- Průměrované sekundární pole: CFD Module Laminar Flow with Heat Transport (p_m, u_m, T_m, ρ_m).
- Obě soustavy rovnic tvoří dohromady jednu soustavu rovnic musí být integrovány současně! (jinak by nebyl zachycen vliv přenosu tepla akustickým prouděním)

Parametry pro numerické výpočty

- Válcový rezonátor; délka $L = 30 \,\mathrm{cm}$, poloměr $R = 1,5 \,\mathrm{cm}$, vyplněný vzduchem za atmosférického tlaku.
- Zvukové pole buzeno setrvačnou silou na rezonančním kmitočtu.
- 2D osově symetrická geometrie; izotermální & "no-slip" okrajové podmínky na stěnách. Teplota stěn rezonátoru je explicitně předepsána.

Kosinová distribuce teploty podél stěny, zanedbatelný přenos tepla prouděním

Teplota stěny rezonátoru (okrajová podmínka)

$$T_{\rm w} = \frac{\Delta T_{\rm w}}{2} \left[1 + \cos\left(\frac{2\pi z}{L}\right) \right] + T_{\rm w0},$$



 $T_{
m w0}=20\,^{\circ}
m C$, $\Delta\,T_{
m w}$ různé.



 $\operatorname{Re}_{nl} \ll 1 \quad \Rightarrow \quad \text{teplota tekutiny se řídí rovnicí: } \nabla \cdot (\kappa_m \nabla T_m) = 0.$











Akustické proudění pro různé hodnoty rozdílu teplot podél stěny $\Delta T_w = 0, 20, 40, 60, 80, 100$ °C; buzení v $\lambda/2$ rezonanci.



Milan Červenka

Akustické proudění

Normalizovaná rychlost proudění podél osy rezonátoru pro jednotlivé velikosti teplotního rozdílu podél stěny $\Delta T_w = 0, 20, 40, 60, 80, 100$ °C.



Normalizovaná rychlost proudění podél osy rezonátoru pro jednotlivé velikosti teplotního rozdílu podél stěny $\Delta T_w = 0, 20, 40, 60, 80, 100$ °C.



Důvod změny charakteru proudění: teplotní gradient napříč rezonátorem.

- Jestliže Δ_r T_m(z) = T_m(0, z) T_m(R, z) < 0, akustické proudění poblíž osy rezonátoru je lokálně podporováno (zesilováno).
- Jestliže Δ_r T_m(z) > 0, proudění je zeslabováno, s možností reverzace směru.

V tomto případě:
$$\Delta_r T_m(z) \approx -\frac{\pi^2 R^2 \Delta T_w}{2L^2} \cos\left(\frac{2\pi z}{L}\right)$$
.

Normalizovaná rychlost proudění podél osy rezonátoru pro jednotlivé velikosti teplotního rozdílu podél stěny $\Delta T_w = 0, 20, 40, 60, 80, 100$ °C.



Příčný teplotní rozdíl $\Delta_r T_m(z)$ pro jednotlivé hodnoty $\Delta T_w = 0, 20, 40, 60, 80, 100 \,^{\circ}\text{C}.$



Numerické výsledky (s konvektivním přenosem tepla) Kosinová distribuce teploty podél stěn rezonátoru, konvektivní přenos tepla ak. prouděním

Teplota stěny rezonátoru (okrajová podmínka)

$$T_{\rm w} = \frac{\Delta T_{\rm w}}{2} \left[1 + \cos\left(\frac{2\pi z}{L}\right) \right] + T_{\rm w0},$$



Teplotu tekutiny v rezonátoru je třeba počítat pomocí rovnice toku tepla.

Normalizovaná (nahoře) a fyzikální (dole) rychlost akustického proudění podél osy rezonátoru, $\Delta T_w = 8$ °C, $\text{Re}_{nl} = 0.001, 0.2, 0.4, \dots, 2.8, 3.0$.





Distribuce rozdílu teplot napříč rezonátorem $\Delta_r T_m(z)$ podél rezonátoru, pro $\Delta T_w = 8 \,^{\circ}$ C, a $\text{Re}_{nl} = 0.001, 0.2, 0.4, \dots, 2.9, 3.0$



Rychlost proudění podíl osy rezonátoru, $\Delta T_w = 8 \,^{\circ}$ C, $\operatorname{Re}_{nl} = 0.001, 0.2, 0.4, \dots, 2.8, 3.0.$



Distribuce rozdílu teplot napříč rezonátorem $\Delta_r T_m(z)$



Akustické proudění v rezonátoru pro $\Delta {\it T}_w = 8\,^{\circ} C$, a dvě hodnoty ${\rm Re}_{nl}$



- Neumím si představit, že bych tohle mohl dělat bez COMSOLu (zejména možnosti multifyzikálního modelování přímo pomocí diferenciálních rovnic).
- Ještě není konec, zbývá (minimálně):
 - Objasnit důvod citlivosti akustického proudění na příčný gradient teploty.
 - Donutit rovnice, aby konvergovaly i pro $Re_{nl} \sim 40 \rightarrow$ porovnat numerické výsledky s experimenty.
 - Donutit rovnice, aby konvergovaly i v případě malinkých rezonátorů $L \sim 1 \, \text{cm}$ a vysokých hodnot $Re_{nl} \sim 40 \rightarrow \text{ukázat}$, že teplota tekutiny deformuje proudové pole i v CFD simulacích, kde se uvažují stěny s konstantní teplotou.

- Neumím si představit, že bych tohle mohl dělat bez COMSOLu (zejména možnosti multifyzikálního modelování přímo pomocí diferenciálních rovnic).
- Ještě není konec, zbývá (minimálně):
 - Objasnit důvod citlivosti akustického proudění na příčný gradient teploty.
 - Donutit rovnice, aby konvergovaly i pro $Re_{nl} \sim 40 \rightarrow$ porovnat numerické výsledky s experimenty.
 - Donutit rovnice, aby konvergovaly i v případě malinkých rezonátorů $L \sim 1 \, \text{cm}$ a vysokých hodnot $Re_{nl} \sim 40 \rightarrow \text{ukázat}$, že teplota tekutiny deformuje proudové pole i v CFD simulacích, kde se uvažují stěny s konstantní teplotou.

- Neumím si představit, že bych tohle mohl dělat bez COMSOLu (zejména možnosti multifyzikálního modelování přímo pomocí diferenciálních rovnic).
- Ještě není konec, zbývá (minimálně):
 - Objasnit důvod citlivosti akustického proudění na příčný gradient teploty.
 - Donutit rovnice, aby konvergovaly i pro $Re_{\rm nl}\sim40$ \rightarrow porovnat numerické výsledky s experimenty.
 - Donutit rovnice, aby konvergovaly i v případě malinkých rezonátorů $L \sim 1 \, \text{cm}$ a vysokých hodnot $Re_{nl} \sim 40 \rightarrow \text{ukázat}$, že teplota tekutiny deformuje proudové pole i v CFD simulacích, kde se uvažují stěny s konstantní teplotou.

- Neumím si představit, že bych tohle mohl dělat bez COMSOLu (zejména možnosti multifyzikálního modelování přímo pomocí diferenciálních rovnic).
- Ještě není konec, zbývá (minimálně):
 - Objasnit důvod citlivosti akustického proudění na příčný gradient teploty.
 - Donutit rovnice, aby konvergovaly i pro $Re_{\rm nl}\sim40$ \rightarrow porovnat numerické výsledky s experimenty.
 - Donutit rovnice, aby konvergovaly i v případě malinkých rezonátorů $L \sim 1 \, \text{cm}$ a vysokých hodnot $Re_{nl} \sim 40 \rightarrow \text{ukázat}$, že teplota tekutiny deformuje proudové pole i v CFD simulacích, kde se uvažují stěny s konstantní teplotou.

- Neumím si představit, že bych tohle mohl dělat bez COMSOLu (zejména možnosti multifyzikálního modelování přímo pomocí diferenciálních rovnic).
- Ještě není konec, zbývá (minimálně):
 - Objasnit důvod citlivosti akustického proudění na příčný gradient teploty.
 - Donutit rovnice, aby konvergovaly i pro $Re_{nl} \sim 40 \rightarrow$ porovnat numerické výsledky s experimenty.
 - Donutit rovnice, aby konvergovaly i v případě malinkých rezonátorů $L \sim 1 \, \text{cm}$ a vysokých hodnot $Re_{nl} \sim 40 \rightarrow \text{ukázat}$, že teplota tekutiny deformuje proudové pole i v CFD simulacích, kde se uvažují stěny s konstantní teplotou.

- Neumím si představit, že bych tohle mohl dělat bez COMSOLu (zejména možnosti multifyzikálního modelování přímo pomocí diferenciálních rovnic).
- Ještě není konec, zbývá (minimálně):
 - Objasnit důvod citlivosti akustického proudění na příčný gradient teploty.
 - Donutit rovnice, aby konvergovaly i pro $Re_{nl} \sim 40 \rightarrow$ porovnat numerické výsledky s experimenty.
 - Donutit rovnice, aby konvergovaly i v případě malinkých rezonátorů $L \sim 1 \, \text{cm}$ a vysokých hodnot $Re_{nl} \sim 40 \rightarrow \text{ukázat}$, že teplota tekutiny deformuje proudové pole i v CFD simulacích, kde se uvažují stěny s konstantní teplotou.

- Neumím si představit, že bych tohle mohl dělat bez COMSOLu (zejména možnosti multifyzikálního modelování přímo pomocí diferenciálních rovnic).
- Ještě není konec, zbývá (minimálně):
 - Objasnit důvod citlivosti akustického proudění na příčný gradient teploty.
 - Donutit rovnice, aby konvergovaly i pro $Re_{nl} \sim 40 \rightarrow$ porovnat numerické výsledky s experimenty.
 - Donutit rovnice, aby konvergovaly i v případě malinkých rezonátorů $L \sim 1 \, \text{cm}$ a vysokých hodnot $Re_{nl} \sim 40 \rightarrow \text{ukázat}$, že teplota tekutiny deformuje proudové pole i v CFD simulacích, kde se uvažují stěny s konstantní teplotou.