

# MODELOVANIE A SIMULOVANIE DYNAMICKÝCH SYSTÉMOV V PROSTREDÍ MATLAB/SIMULINK

J. Žilková, J. Timko

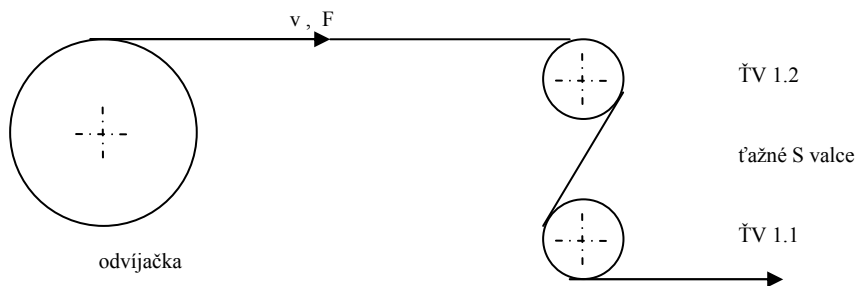
Katedra elektrotechniky a mechatroniky, Fakulta elektrotechniky a informatiky, TU v Košiciach

## Abstrakt

V príspevku je uvedený matematický model odvíjacieho zariadenia realizovaný v prostredí Matlab – Simulink, ktorý sa skladá z modelu budiaceho obvodu, obvodu kotvy motora a ich regulácie, pričom je uvažovaný aj okamžitý priemer zvitku a okamžitý moment zotrvačnosti. Výsledky simulácií uvedené v závere príspevku dokumentujú a dopĺňajú dosiahnuté teoretické závery.

## 1 Vstupná časť technologickej linky

Technologické linky na úpravu vyvalcovaného ocelového pásu tvoria značnú časť pohonov valcovní. Úprava vyvalcovaného pásu je založená na jeho pozdĺžnom alebo priečnom delení alebo na jeho povrchovej úprave. Elektrolytická pocínovacia linka, ktorej modelom sa zaoberáme umožňuje kontinuálne pocínovanie plechu. V príspevku sa zaoberáme časťou prvého úseku technologickej linky – odvíjačkou. V tejto časti linky (obr.1) pohon odvíjacieho zariadenia zabezpečuje odvíjanie pásu materiálu s požadovaným napnutím, nezávislým od priemeru zvitku a rýchlosti pásu, pričom zváraním sa vytvára nekonečný pás materiálu, ktorý ďalej postupuje do vežového zásobníka. Pohony ťažných valcov vstupnej časti zabezpečujú požadovanú rýchlosť pásu. Ostatné pohony sú regulované na ťah a zabezpečujú požadované napnutie pásu po celej jeho dĺžke. V strednej časti technologickej linky sa vykonáva samotné galvanické pocínovanie ocelových pásov a upravený pás sa vo výstupnej časti linky navíja do zvitkov požadovaného priemeru a šírky. Hlavná požiadavka kladená na odvíjačku je udržiavať konštantný ťah v páse v ustálenom aj dynamickom stave. Z tohto dôvodu je pohon regulovaný na ťah. V konkrétnej modelovanej linke sa nenachádza snímač ťahu, preto bolo potrebné uvažovať s nepriamou reguláciou a ťah určovať nepriamo z elektrických veličín pohonu.



Obr. 1 Zjednodušená schéma vstupnej časti linky

Matematický model vstupnej časti linky je tvorený modelmi jednotlivých častí: odvíjačky, ťažných valcov, ktoré sú navzájom spojené ocelovým pásom, ktorý vytvára pružnú väzbu. Jednotlivé pohony tvoria jednosmerné cudzobudené motory. Matematický model jednotlivých častí bol vytvorený na základe požiadaviek kladených na jednotlivé pohony, ktoré vyplývajú z technológie pocínovania plechov. Modely jednotlivých pohonov boli doplnené o regulátory prúdu, ktoré boli navrhnuté podľa kritéria optimálneho modulu a regulátory rýchlosti, navrhnuté podľa kritéria symetrického optima. V ďalšej časti sa budeme zaoberať odvíjačkou.

## 2 Matematický model odvíjacieho zariadenia

Na pohon odvíjacieho zariadenia sú z hľadiska technologického procesu kladené nasledujúce požiadavky:

- možnosť samostatného chodu pohonu v oboch smeroch zavádzacou rýchlosťou

- možnosť udržiavať nastavený ťah počas prechodových dejov linky

Pri normálnej prevádzke pracuje odvíjačka v generátorickom režime. Pri výpočte momentu motora odvíjačky bol uvažovaný moment úmerný ťahovej sile v páse medzi valcom č.1.2 a odvíjačkou, prepočítaný na hriadeľ motora odvíjačky (obr.1), a deformačný moment, ktorý vzniká pri odvíjaní pásu.

Pre moment motora odvíjačky platí:

$$M_{odv} = M'_{f1odv} - M_{aodv} - M_s \quad (1)$$

kde

$M_{odv}$	-	moment motora odvíjačky
$M'_{f1odv}$	-	moment úmerný ťahovej sile v páse medzi valcom č.1.2 a odvíjačkou, prepočítaný na hriadeľ motora odvíjačky
$M_{aodv}$	-	dynamický moment
$M_s$	-	moment potrebný na krytie mechanických strát v zariadení.

Pričom

$$M_s = M_{oh} + M_T, \quad (2)$$

kde  $M_{oh}$  predstavuje deformačný moment, ktorý vzniká pri odvíjaní pásu. Ak uvažujeme len s momentom závislým od konštantných parametrov materiálu, potom pre  $M_{oh}$  platí:

$$M_{oh} = \frac{\sigma b h^2}{4} \quad (3)$$

kde  $\sigma$  - označuje pevnosť v ohybe,  $b$  - označuje šírku pásu.

Výpočet dynamického momentu zahŕňa aj zmenu momentu zotrvačnosti, ktorý sa mení so zmenou priemeru zvitku. Každou otáčkou zvitku sa jeho priemer zmenší o dvojnásobok hrúbky odvíjaného materiálu. Okamžitý priemer zvitku sa mení od 1,8m po 0,5m.

Keďže sa pri regulácii neuvažuje s adaptívnym riadením rýchlosti odvíjačky, pri výpočte regulátorov bol uvažovaný stredný priemer zvitku. Pre dosiahnutie žiadaného ťahu v páse je odvíjačka regulovaná na žiadanú hodnotu prúdu. Okrem regulácie prúdu a rýchlosti je použitá aj nepriama regulácia ťahu, ktorá zabezpečuje požadované napnutie pásu medzi odvíjačkou a ťažným valcom č.1.2 (obr.1) pri ustálených aj dynamických stavoch linky.

Pre dynamický moment odvíjačky platí rovnica:

$$M_a = J_c \frac{d\omega}{dt} = J_c \frac{d}{dt} \left( \frac{2v}{D} \right) = J_c \left( \frac{2}{D} \frac{dv}{dt} - 2 \frac{v}{D^2} \frac{dD}{dt} \right) \quad (4)$$

Keďže hrúbka pásu je malá, uvažujeme  $\frac{dD}{dt} = 0$ , potom platí:

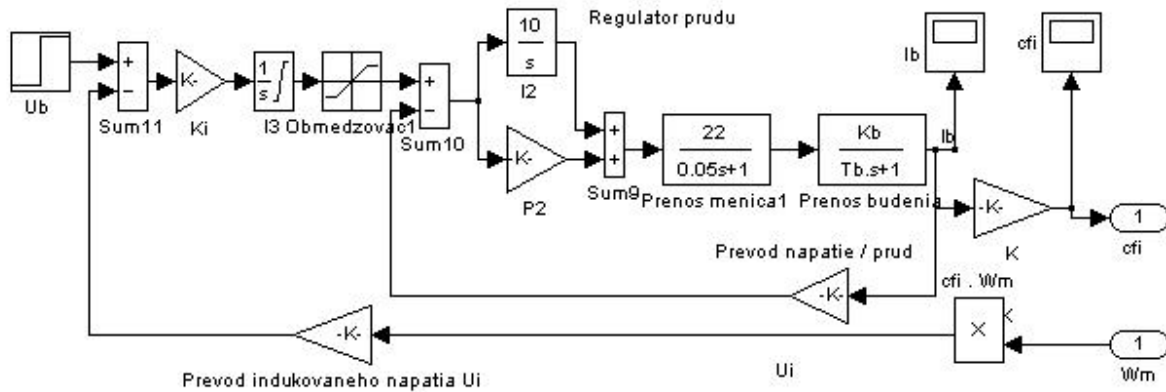
$$M_a = J_c \frac{2}{D} \frac{dv}{dt} \quad (5)$$

a ak sa do korekcie započítajú aj mechanické straty a ohybový moment, korekčný prúd bude vyjadrený rovnicou:

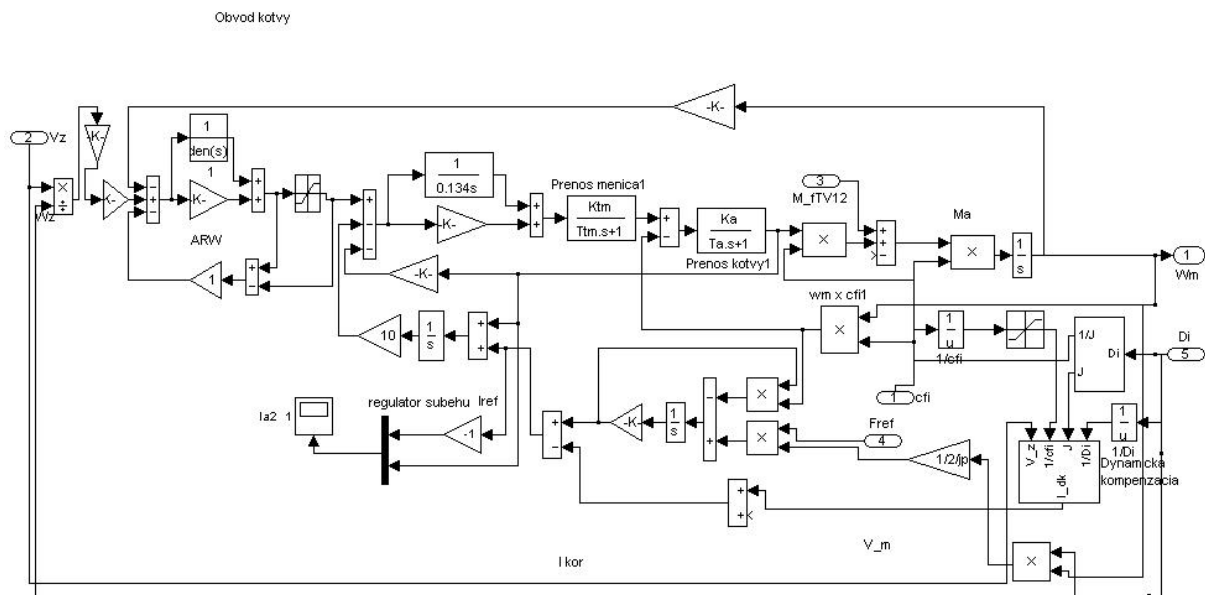
$$I_{kor} = \frac{M_a + M_T + M_{oh}}{c\phi} = \frac{J_c \frac{2j}{D} \frac{dv}{dt} + M_T + \frac{\sigma b h^2}{4}}{c\phi} \quad (6)$$

Rýchlosť pásu vstupnej časti linky musí byť udržiavaná na požadovanej hodnote tak, aby bola zabezpečená kvalita technologického procesu. Pri odvíjaní pásu sa znižuje priemer zvitku, preto sa musia kvôli zachovaniu rýchlosti pásu otáčky zvyšovať, čo je možné dosiahnuť dvojjónovou reguláciou motora, keď je v budiacom obvode regulovaný prúd a indukované napätie motora.

Bloková schéma matematického modelu odvíjačky v prostredí Matlab-Simulink je uvedená na obr.2 a obr.3. Matematický model obvodu kotvy pohonu odvíjačky uvedený na obr.3 zahŕňa okrem modelu samotného pohonu odvíjačky aj bloky výpočtu okamžitého priemeru zvitku a okamžitého momentu zotrvačnosti.



Obr.2 Model budiaceho obvodu jednosmerného motora odvíjačky



Obr.3 Model obvodu kotvy pohonu odvíjačky

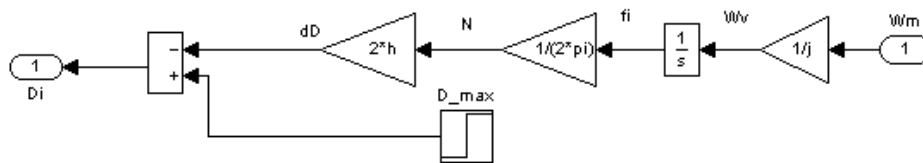
Pri odvíjaní pásu sa mení priemer zvitku a tým aj moment zotrvačnosti. Každou otáčkou zvitku sa priemer zmenší o dvojnásobok hrúbky odvíjaného materiálu.

$$D_i = D_{\max} - \Delta D = D_{\max} - 2hN \quad (7)$$

$$N = \frac{\varphi}{2\pi} \quad (8)$$

- kde
- $N$  – počet odvinov materiálu zo zvitku
  - $h$  – hrúbka odvíjaného materiálu
  - $D_i$  – okamžitý priemer zvitku
  - $D_{\max}$  – maximálny priemer zvitku

Schéma výpočtu okamžitého priemeru v prostredí Matlab – Simulink je zobrazená na obr.4.

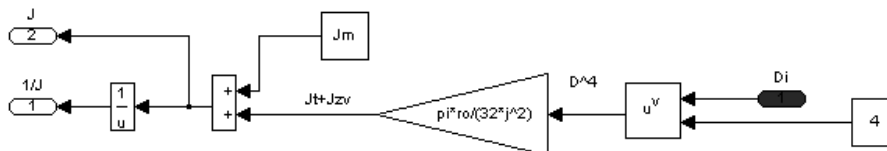


Obr.4 Výpočet okamžitého priemeru zvitku

Priemer zvitku sa skladá z priemeru tŕňa ( $D_t$ ) a z medzikružia tvoreného odvíjaným materiálom ( $D_t - D_i$ ). Ak sú obe časti vyhotovené z rovnakého materiálu, môžeme pri výpočte momentu zotrvačnosti uvažovať iba s jednou časťou, ktorej priemerom je okamžitý priemer zvitku ( $D_i$ ):

$$J_{ci} = J_m + J'_{trn+zv} = J_m + \frac{\pi \rho b}{32 j^2} D_i^4 \quad (9)$$

Výpočet okamžitého momentu zotrvačnosti, pôsobiaceho na hriadeľ motora odvíjačky je uvedený na blokovej schéme na obr.5.

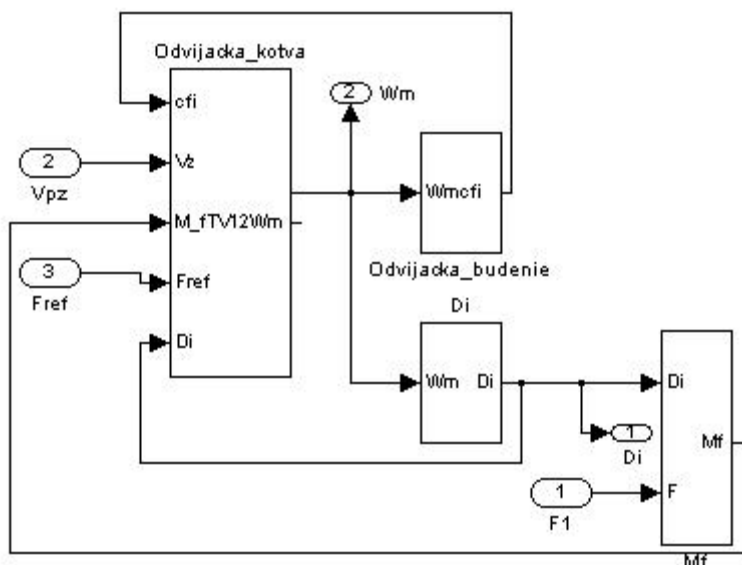


Obr.5 Určenie momentu zotrvačnosti odvíjačky

Pri výpočte regulátorov je uvažovaný stredný priemer zvitku  $D_{st}$  tak, aby bola pri oboch hraničných priemeroch zvitku zabezpečená kvalita regulácie. Tomuto priemeru zodpovedá moment zotrvačnosti pôsobiaci na motor:

$$J_{cst} = J_m + J'_{trn+zvst} = J_m + \frac{\pi \rho b}{32 j^2} D_{st}^4 = 0,7 + \frac{\pi \cdot 7,8 \cdot 10^3 \cdot 1}{32 \cdot 7,1^2} \cdot 0,9^4 = 10,67 \text{ kgm}^2$$

Model odvíjacieho zariadenia namodelovaný v prostredí Matlab/Simulink je uvedený na obr.6.



Obr.6 Matematický model odvíjacieho zariadenia

### 3 Simulačné výsledky

Na nasledujúcich obrázkoch sú uvedené výsledky získané simuláciou riadenia odvíjačky pri uvažovaní rôznych podmienok, pričom parametre pohonu odvíjačky a pásu sú nasledovné:

Parametre pohonu odvíjačky:

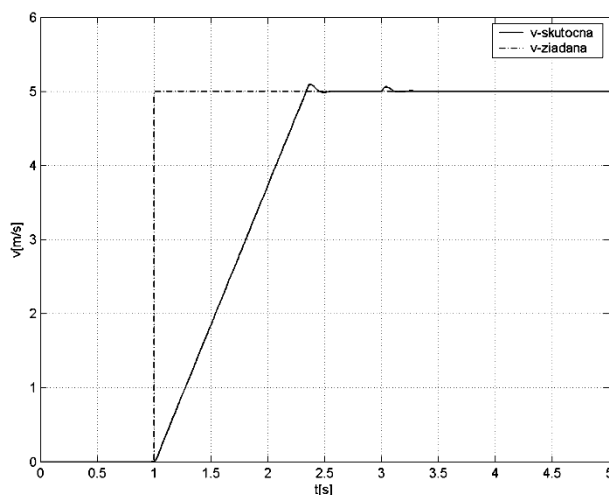
Prevod prevodovky:	7,1
Priemer tŕňa:	500mm
Šírka tŕňa:	1m
Moment zotrvačnosti motora:	0,7kgm <sup>2</sup>
Nominálny výkon:	37,5kW
Nominálne napätie:	440V
Nominálny prúd:	96A
Prúdové preťaženie:	1,5I <sub>n</sub>
Nominálne otáčky:	600ot./min
Celkový odpor kotvy:	0,2428Ω
Celková indukčnosť kotvy:	4,13mH
Zosilnenie meniča:	46V/V
Časová konštanta meniča:	5ms
Budiace napätie:	220V
Budiaci prúd:	3,15A
Odpor budenia:	69,8Ω
Indukčnosť budenia:	73H
Zosilnenie meniča v budení:	22V/V
Časová konštanta meniča:	0,05s

Parametre pásu:

hrúbka pásu:	0,4 mm
šírka pásu:	1000 mm
vnútorný priemer zvitku:	500 mm
vonkajší priemer zvitku:	1500 mm
pracovná rýchlosť linky:	8 m/s – 6,4 m/s
merná hmotnosť $\rho$ :	7,8.10 <sup>3</sup> kgm <sup>-3</sup>
modul pružnosti v ťahu $E$ :	2,06.10 <sup>11</sup> Nm <sup>-2</sup>

Na obr.7 je uvedený priebeh obvodovej rýchlosti odvíjačky s PI regulátorom pri uvažovaní podmienok:

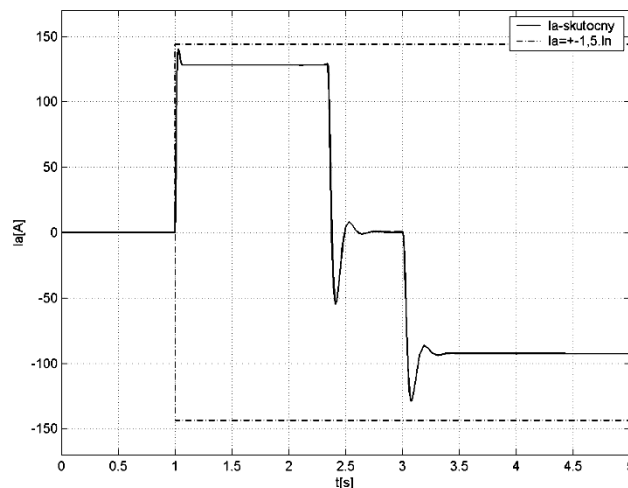
- žiadaná obvodová rýchlosť zvitku:  $v = 5$  m/s
- počiatočný priemer zvitku:  $D = 1$  m
- čas zaťaženia:  $t = 3$  s
- záťažný moment:  $M_z = 0,9$ ,  $M_n = - 537$  Nm



Obr.7 Priebeh obvodovej rýchlosti odvíjačky

Na obr.8 je uvedený priebeh prúdu kotvy odvíjačky s PI regulátorom pri uvažovaní podmienok:

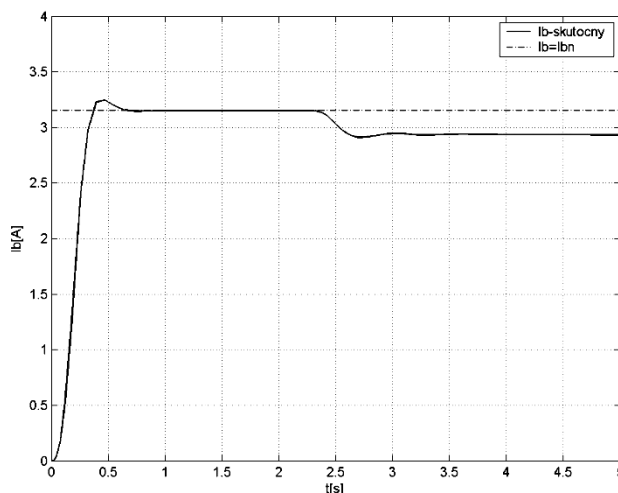
- rozbeh odvíjačky:  $t = (1 - 2,45)s$
- chod odvíjačky bez zaťaženia:  $t = (2,45 - 3)s$
- zaťaženie odvíjačky:  $t = 3s$  – generátorický chod (brzda)



Obr.8 Priebeh prúdu kotvy odvíjačky

Na obr.9 je uvedený priebeh budiaceho prúdu odvíjačky s PI regulátorom pri uvažovaní podmienok:

- nabudenie odvíjačky:  $t = (0 - 0,7)s$
- nominálne budenie odvíjačky:  $t = (0,7 - 2,26)s$
- začiatok odbudzovania odvíjačky:  $t = 2,26s$



Obr.9 Priebeh budiaceho prúdu odvíjačky-PI regulátor

## 4 Záver a zhodnotenie

Modelovanie v technickej praxi predstavuje účinnú metódu vhodnú pre poznávanie vlastností skúmaných objektov v ľubovoľných situáciách. Vytvorený model opisuje dynamické správanie sa odvíjacieho zariadenia pozostávajúceho z modelu budiaceho obvodu, obvodu kotvy motora a ich regulácie, s uvažovaním okamžitého priemeru zvitku a okamžitého momentu zotrvačnosti. Model umožňuje pozorovať správanie sa systému v ustálených i prechodových dejoch aj simulovať reakcie

systemu na zmeny parametrov systemu. Pomocou modelovania a simulácie časti technologickej linky, na základe jej matematického opisu, môžeme dané objekty vyšetrovať bez rizika dosiahnutia kritických a havarijných stavov na reálnom systéme. Tento model bude použitý pri tvorbe modelu vyššie opísanej technologickej linky.

## PodĎakovanie

Práca bola podporená projektom VEGA No.:1/0006/10

## Literatúra

- [1] J. Žilková, J. Timko: *Modelovanie technologickej linky*. Sborník konferencie Inteligentní systémy pro praxi Seč u Chrudimi, s.6, 2004.
- [2] J. Žilková, J. Timko: *Modelovanie technologickej časti pocínovacej linky na báze umelých neurónových sietí*. Acta Metallurgica Slovaca, 12, č.3, s.282-290, 2006.
- [3] J. Tomko: *Priemyselné aplikácie elektrických pohonov*. Študijný materiál pre špecializovaný kurz, KEP TU v Košiciach, 1996.

---

doc. Ing. Jaroslava Žilková, PhD., prof. Ing. Jaroslav Timko, CSc.  
Katedra elektrotechniky a mechatroniky  
FEI TU v Košiciach  
Letná 9, 042 00 Košice  
E-mail: jaroslava.zilkova@tuke.sk, jaroslav.timko@tuke.sk