

# ÚHLOVÉ KMITY PŘI CYKLICKÉM ZATĚŽOVÁNÍ ASYNCHRONNÍHO MOTORU S PORUCHOU ROTOROVÉHO VINUTÍ

V. Horčič

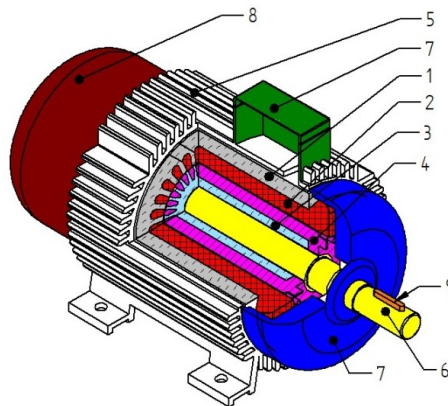
VŠB – Technical University of Ostrava, Czech Republic

## Abstrakt

V předkládaném článku je popsána simulace měření úhlových kmitů za rotace a možnost využití této metody k odhalení poruchy rotorového vinutí při konstantní zátěži a proměnném zatížení. Simulaci úhlových kmitů předcházelo sestavení modelu asynchronního motoru s poruchou rotorového vinutí. Při měření úhlových kmitů na motor působila cyklická zátěž 56břítým nástrojem. Z měřené úhlové rychlosti se určily úhlové kmity a ty se zpracovaly pomocí FFT. Porovnáním frekvenčního spektra motoru s poruchou a bez poruchy se určily frekvence, které odpovídají poruše rotorového vinutí.

## 1 Princip asynchronního motoru

Matematický model vychází ze skutečné stavby motoru (obr. 1). Model je sestavený ze tří rovnic (rovnice 1-3).



Obr. 1 Řez trojfázovým asynchronním motorem s kotvou nakrátko, 1 – svazek statorových plechů, 2 – statorové vinutí, 3 – svazek rotorových plechů, 4 – rotorové vinutí, 5 – kostra, 9 – hřídel, 7 – svorkovnice s víkem, 8 – kryt ventilátoru, 9 – pero

Rovnice (1) popisuje statorové vinutí, rovnice (2) rotorové vinutí a mechanické vlastnosti motoru popisuje momentová rovnice (3). Proudů a napětí jsou vektory popisující veličiny v jednotlivých fázích (4). Pro simulaci poruchy rotorového vinutí se skutečné rotorové vinutí nahradí zjednodušeným elektrickým obvodem (obr. 2) [1].

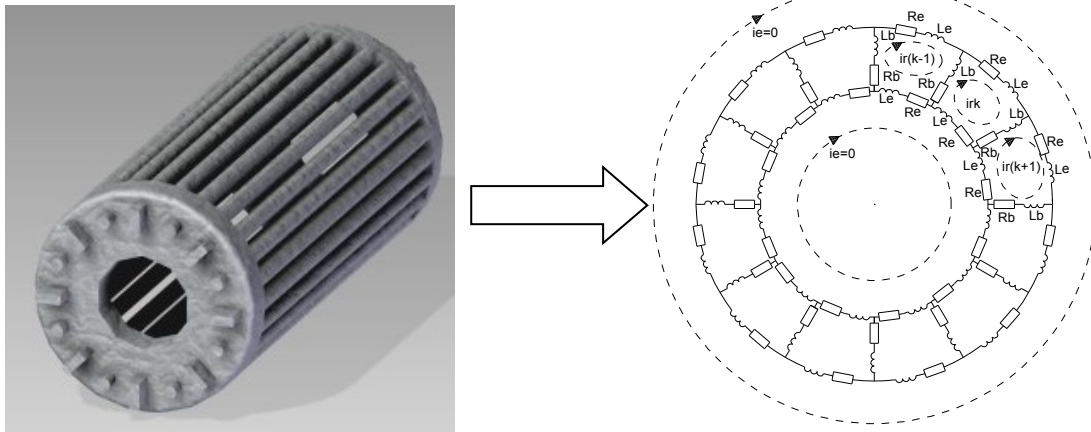
$$\mathbf{U}_s = \mathbf{R}_{ss} \mathbf{I}_s + \frac{d\Phi_{ss}}{dt} \quad (1)$$

$$0 = \mathbf{U}_r = \mathbf{R}_{rr} \mathbf{I}_r + \frac{d\Phi_{rr}}{dt} \quad (2)$$

$$\frac{d\omega_r}{dt} = \frac{P}{J} (M_e - M_L) \quad (3)$$

$$\mathbf{I}_s = \begin{bmatrix} i_{sa} & i_{sb} & i_{sc} \end{bmatrix}^T \quad \mathbf{U}_s = \begin{bmatrix} u_{sa} & u_{sb} & u_{sc} \end{bmatrix}^T \quad (4)$$

$$\mathbf{I}_r = \begin{bmatrix} i_{r1} & i_{r2} & i_{r3} & \dots & i_{Nr} & i_e \end{bmatrix}^T$$



Obr. 2 Náhrada skutečného rotorového vinutí (vlevo) zjednodušeným modelom.

Tento obvod sa skladá z  $(N_r + 2)$  smyčiek.  $N_r$  smyčiek vznikne prúchodom proudu přes rotorové tyče a 2 smyčky odpovídají rotorovým kruhům. Předpokládám, že poškozené rotorové vinutí způsobí pouze změnu odporu rotorového vinutí  $R_{rr}$ , matice (5). Potom jedna poškozená rotorová tyč způsobí změnu pouze dvou řádků matice (6), kde  $R_{bb}$  je hodnota odporu poškozené rotorové tyče. Pro více poškozených rotorových tyčí se v matici upraví více řádků.

$$\mathbf{R}_{rr} = \begin{bmatrix} R_0 & -R_b & 0 & \dots & -R_b & -R_e \\ -R_b & R_0 & -R_b & \dots & 0 & -R_e \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots & \vdots \\ -R_b & 0 & 0 & \dots & R_0 & -R_e \\ -R_e & -R_e & -R_e & \dots & -R_e & N_r R_e \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$\mathbf{R}_{rr} = \begin{bmatrix} \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \dots & -R_b & 2R_e + R_b + R_{bb} & -R_{bb} & 0 & \dots \\ \dots & 0 & -R_{bb} & 2R_e + R_b + R_{bb} & R_b & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix}^* \quad (6)$$

Při sestavování matematického modelu bylo cílem sestavit model tak, aby byl v první části modelu vztah odpovídající motoru bez poruchy a ve druhé části vztah popisující poruchu (7). V pomocné matici  $\Delta \mathbf{R}_{dqr}$  jsou změny způsobené poruchou rotorového vinutí. Pro jednu poškozenou tyč platí vztah (8) a pro  $j$  poškozených tyčí ( $j > 1$ ) vztah (9).

Rovnice (7) je základem pro simulační model motoru s poruchou rotorového vinutí.

$$\mathbf{L}^k \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} I_{ds}^k \\ I_{qs}^k \\ I_{dr}^k \\ I_{qr}^k \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} U_{ds}^k \\ U_{qs}^k \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} - (\mathbf{R}^k + \mathbf{L}_w^k) \cdot \begin{bmatrix} I_{ds}^k \\ I_{qs}^k \\ I_{dr}^k \\ I_{qr}^k \end{bmatrix}}_{\text{Bez poruchy}} - \underbrace{\Delta \mathbf{R}_{dqr} I_{dqr}^k}_{\text{Porucha}} \quad (7)$$

$$\Delta \mathbf{R}_{dqr} I_{dqr}^k = K_r \cdot \beta^{(k-2)} (1 - \beta) (R_{bb} - R_b) (I_{r(k-1)} - I_{rk}) \quad (8)$$

$$\Delta \mathbf{R}_{dqr} I_{dqr}^k = K_r \cdot \beta^{(k-2)} (R_{bb} - R_b) \begin{bmatrix} (1 - \beta) I_{r(k-1)} - \beta^{(j-1)} (1 - \beta) I_{r(k+j-1)} \\ -(1 - 2\beta + \beta^2) \sum_{i=1}^{j-1} \beta^{(i-1)} I_{r(k+i-1)} \end{bmatrix} \quad (9)$$

## 2 Měření úhlových kmitů

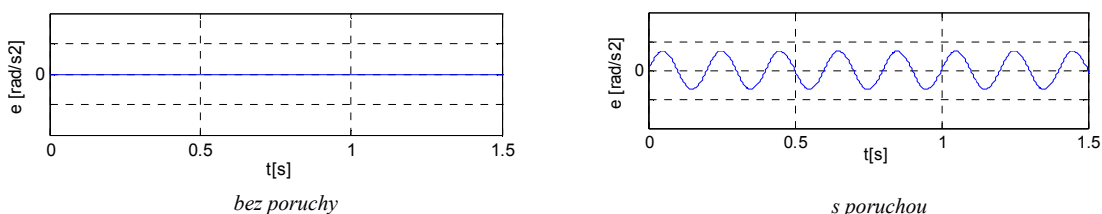
Úhlové kmity jsou jedním z významných zdrojů hluku a vibrací [2]. Při jejich měření je potřeba získat okamžitý úhel natočení. Ten lze získat měřením pomocí inkrementálních rotačních enkodérů popř. měřením úhlové rychlosti a úhlového zrychlení. Pro převod mezi těmito veličinami platí vztahy (10-12).

$$\omega_r(t) = \omega_0 + \Delta\omega(t) \quad (10)$$

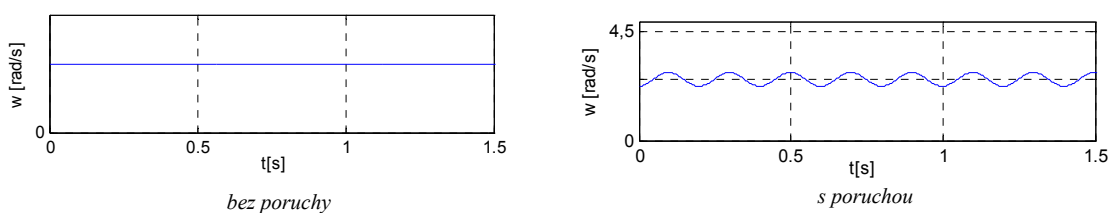
$$\Delta\omega(t) = \int \Delta\varepsilon(t) d\tau + \varepsilon_0 \quad (11)$$

$$\varphi_r(t) = \omega_0 t + \int \Delta\omega(t) d\tau + \varphi_0 \quad (12)$$

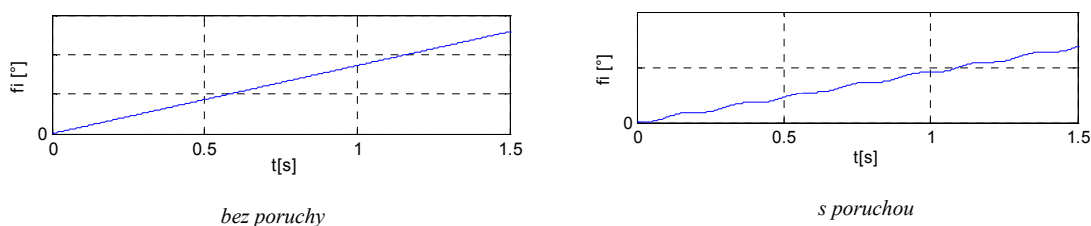
Převod mezi úhlovým zrychlením, úhlovou rychlostí a úhlem natočení se projeví v grafech, kde je sledovaná veličina funkcí času (obr. 3-5). Pokud jsou úhlové kmity nenulové, pak je v grafech patrné zvlnění (nalevo bez úhlových kmitů, napravo s úhlovými kmity).



Obr. 3 Úhlové zrychlení stroje



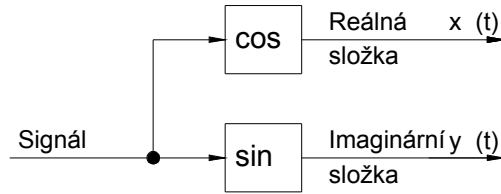
Obr. 4 Úhlová rychlost stroje



Obr. 5 Úhel natočení v závislosti na čase stroje

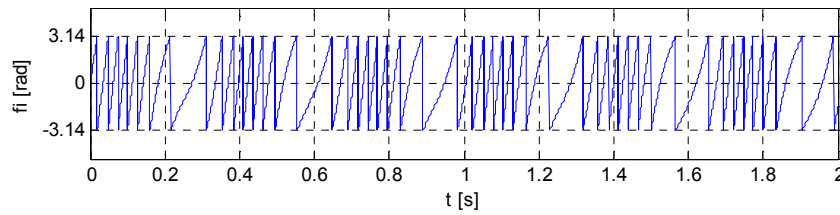
Pro určení fáze úhlu natočení je potřeba transformovat signál do komplexní roviny pomocí Hilbertovy transformace [3] nebo transformací pomocí funkcí sinus a cosinus (obr. 6). Z komplexního signálu se fáze určí z (13) (obr. 7).

$$\text{Fáze}(t) = \arctg \frac{y(t)}{x(t)} \quad (13)$$

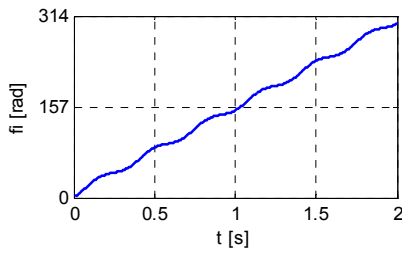


Obr. 6 Transformace signálu do komplexní roviny

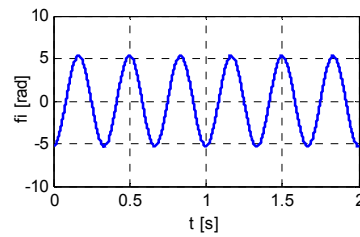
Průběh fáze v závislosti na čase (obr. 7) určený z rovnice (13) je nespojitý signál v intervalu  $(-\pi; \pi)$ . Při dalším zpracování se odstraní nespojitost (obr. 8a) a trend (obr. 8b).



Obr. 7 Fáze určená z (13) po transformaci



a)

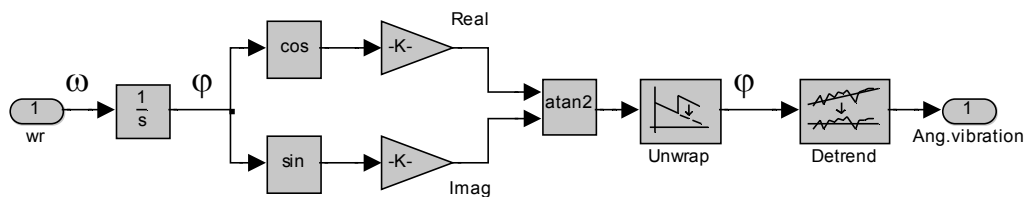


b)

Obr. 8 Odstranění nespojitosti (a) a trendu (b)

### 3 Simulační měření úhlových kmitů

V aplikaci Matlab-Simulink byl sestaven model (obr. 9). Do tohoto modelu vstupoval signál získaný ze simulačního modelu asynchronního motoru s kotvou nakrátko, u kterého byla možnost simulovat poruchu rotorového vinutí. Pomocí modelu motoru se realizovala simulační měření uvedená v tabulce 1.



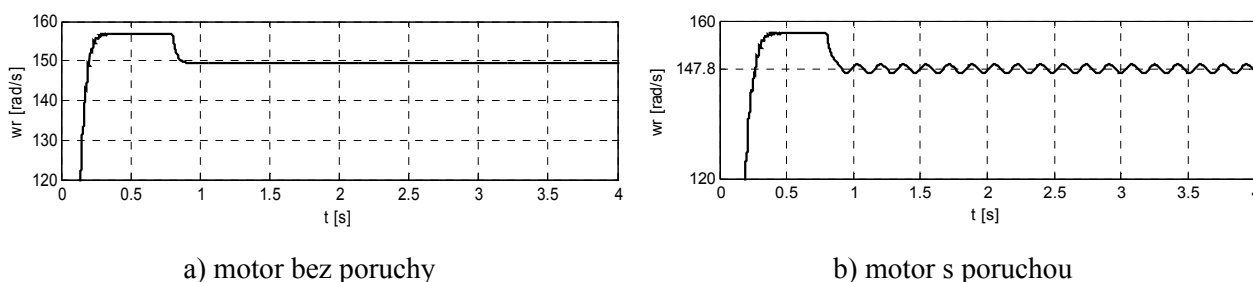
Obr. 9. Model měření úhlových kmitů (Matlab-Simulink)

Tab. 1: Provedená simulační měření

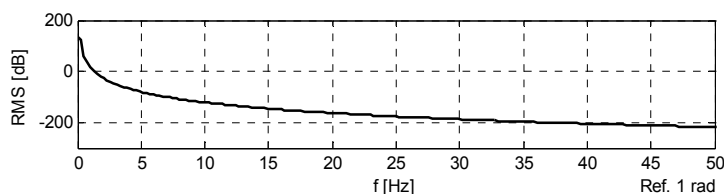
Č. měření	Stav motoru	Zatížení	Pozn.
1.	Bez poruchy	Bez zatížení	Obr. 10 a)(čas od 0,5 do 0,8 s)
2.	Bez poruchy	Konstantní zátěž	Obr. 10 a) (ustálení po 1 s)
3.	S poruchou	Bez zatížení	Obr. 10 b) (čas od 0,5 do 0,8 s)
4.	S poruchou	Konstantní zátěž	Obr. 10 b) (ustálení po 1 s)
5.	Bez poruchy	Zátěž (nástroj s 56 břity)	Obr. 13 (ustálení po 1 s)
6.	S poruchou	Zátěž (nástroj s 56 břity)	Obr. 14 (ustálení po 1 s)

Motor bez poruchy byl v čase 0,8 s zatížen konstantní zátěží. Úhlová rychlost se ustálila na velikosti 149,35 rad/s (obr. 10 a). V získaném frekvenčním spektru nejsou výrazné spektrální čáry (obr. 11). Při měření na reálném motoru budou navíc ve spektru násobky otáčkové frekvence  $k \cdot f_r$ .

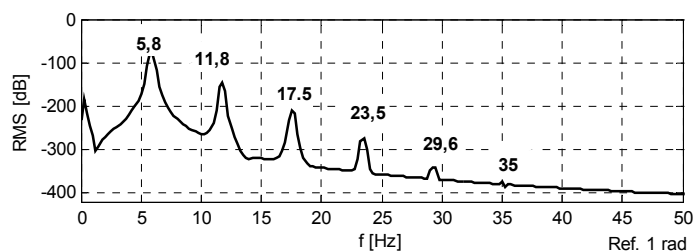
Motor s poškozenou rotorovou tyčí byl v čase 0,8 s zatížen konstantní zátěží. Úhlová rychlost je modulovaný signál, který kmitá kolem střední hodnoty 147,8 rad/s (obr. 10 b). V získaném frekvenčním spektru jsou výrazné spektrální čáry jako násobek skluzové frekvence a nevýrazná čára odpovídající otáčkové frekvenci (obr. 12).



Obr. 10. Graf úhlové rychlosti. Konstantní zátěž začala působit v čase 0,8.

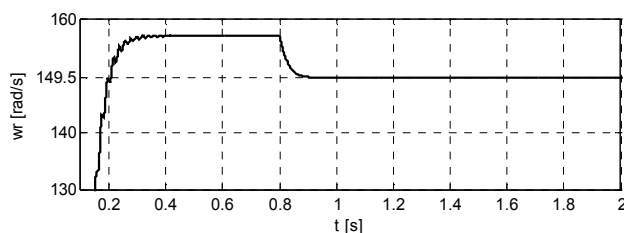


Obr. 11 Motor bez poruchy při konstantním zatížení, frekvenční spektrum úhlových kmitů po ustálení otáček

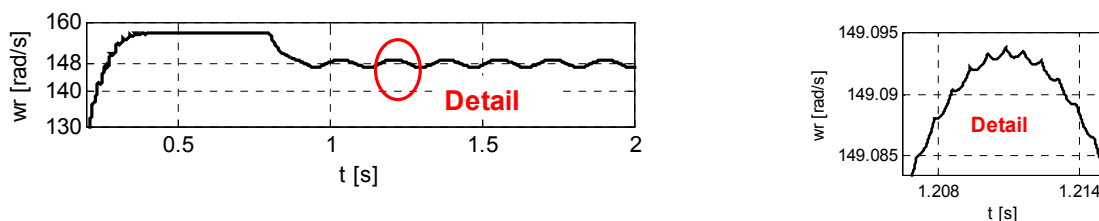


Obr. 12 Motor s poruchou při konstantním zatížení, frekvenční spektrum úhlových kmitů po ustálení otáček

Při dalším simulačním měření je motor cyklicky zatěžován 56břitým nástrojem tak, že zátěž začala působit v čase 0,8 s. Na obr. 13 je úhlová rychlost tohoto motoru bez poruchy a na obr. 14 motoru s poruchou.

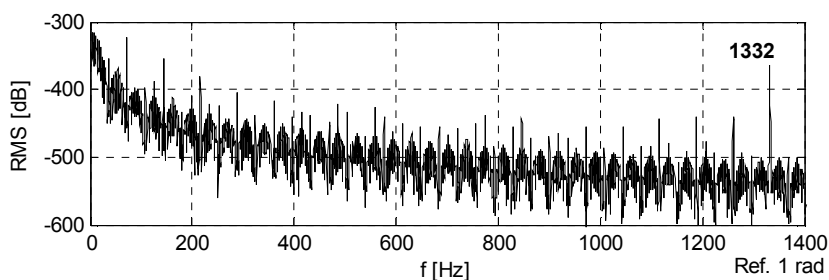


Obr. 13. Motor bez poruchy zatížený 56břitým nástrojem, časový průběh úhlové rychlosti (zátěž začala působit v čase 0,8 s)



Obr. 14. Motor s poruchou zatížený 56břitým nástrojem, časový průběh úhlové rychlosti (zátěž začala působit v čase 0,8 s)

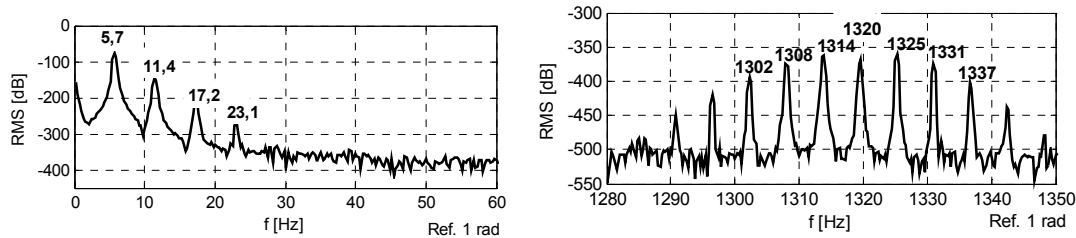
Frekvenční spektrum motoru bez poruchy zatěžované 56břitým nástrojem (obr. 15) má jednu hlavní frekvenci rovnající se součinu počtu břitů a otáčkové frekvence.



Reference  $1,1 \cdot 10^{-12}$  rad/s

Obr. 15 Motor bez poruchy, zatížení 56břitým nástrojem, frekvenční spektrum úhlových kmitů

Frekvenční spektrum motoru s poruchou zatíženého 56břitým nástrojem (obr. 16) má hlavní frekvenci rovnající se součinu počtu břitů a otáčkové frekvence. Od této frekvence jsou posunuty další frekvence o násobky dvojnásobku skluzové frekvence. Ve spektru jsou vidět násobky dvojnásobku skluzové frekvence a otáčková frekvence.



Obr. 16 Motor s poruchou zatížený 56břitým nástrojem, frekvenční spektrum úhlových kmitů

## 4 Závěr

Metodu měření úhlových kmitů lze použít pro detekci poruchy rotorového vinutí. Ve frekvenčním spektru zatíženého motoru s poruchou se objeví frekvence rovnající se dvojnásobku skluzové frekvence (14). Při cyklickém zatěžování zatíženého motoru s poruchou jsou ve frekvenčním spektru frekvence určeny ze vztahu (15). Výsledky získané ze simulačních měření jsou v tabulce 2.

$$f_{fault} = k \cdot 2s \cdot f \quad (14)$$

$$f_{fault} = (k \cdot N_z \cdot f_r \pm 2s \cdot f) \quad (15)$$

Tab. 2: Výsledné frekvence získané ze simulačních měření

Poř.č.	Zátěž		$\bar{\omega}_r$ [rad/s]	$f \cdot s$ [ Hz ]	Frekvence úhlových kmitů
Motor bez poruchy	Bez zátěže		157,1	0	$k \cdot f_r *$
	Zátěž	Konstantní	149,35	2,46	$k \cdot f_r *$
Motor s poruchou	Bez zátěže		157,1	0	$k \cdot f_r *$
	Se zátěží	Konstantní	147,8	2,95	$f_{porucha} = k \cdot 2s \cdot f$
Motor bez poruchy	Zátěž	56 břitů	149,5	2,4	$k \cdot f_r *$ ; $k \cdot N_z \cdot f_r$
Motor s poruchou	Se zátěží	56 břitů	148,0	2,9	$f_{porucha} = (k_1 \cdot N_z \cdot f_r \pm k_2 \cdot 2s \cdot f)$ ; $f_{porucha} = k \cdot 2s \cdot f$ $k \cdot N_z \cdot f_r$

\* předpoklad, z porovnání výsledků simulace a měření statorového proudu

$N_z$  počet břitů nástroje;  $k_1$ ,  $k_2$  přirozené číslo

## Seznam použitých pramenů

- [1] H. A. Toliyat, T.A. Lipo, "Transient Analysis of Cage Induction Machines Under Stator, Rotor Bar and End Ring Faults" IEEE Trans. on Energy Conversion, Vol. 10, No. 2, June 1995, pp. 241-247. ISSN 0885-8969
- [2] J. Tůma, "Lecture on Angular Vibration Measurements Based on Phase Demodulation", 2005 VŠB Ostrava pp. 71 [online], available from: <http://homel.vsb.cz/~tum52/>
- [3] J. Tůma, "Měření úhlových kmitů za rotace pro diagnostiku rotačních strojů" In Diago 2012 Rožnov p. R. pp 306-313 ISSN 1210 – 311X

## Příloha 1: Seznam použitých zkratk, značek a symbolů

$f$	Síťová frekvence [Hz]
$f_{fault}$	Frekvence způsobená poruchou [Hz]
$f_r$	Otáčková frekvence [Hz]
$\mathbf{I}_s = [i_{sa}, i_{sb}, i_{sc}]^T$	Statorový proud [A]
$\mathbf{I}_r = [i_{r1}, i_{r2}, \dots, i_{rN_r}]^T$	Rotorový proud [A]
$I_e$	Proud v rotorovém kruhu [A]
$I_{ri}$	Proud v i-té rotorové tyči [A]
$J$	Moment setrvačnosti rotoru [kg.m <sup>2</sup> ]
$k_1, k_2$	Přirozená čísla [-]
$K_r$	Transformační konstanta [-]
$\mathbf{L}^k$	Matice indukčnosti motoru v souřadném systému dq
$N_r$	Počet rotorových tyčí [-]
$N_z$	Počet zubů řezného nástroje [-]
$P$	Počet pólových dvojic stroje [-]
$R_b$	Odpor rotorové tyče [Ω]
$R_{bb}$	Odpor rotorové tyče s poruchou [Ω]
$\Delta \mathbf{R}_{dqr}$	Matice odporu rotorového vinutí způsobená poruchou [Ω]
$R_e$	Odpor segmentu rotorového kruhu [Ω]
$\mathbf{R}^k$	Matice odporu motoru bez poruchy v souřadném systému dq
$R_{ss}$	Odpor statorového vinutí [Ω]
$R_{rr}$	Odpor rotorového vinutí [Ω]
$s$	Skluz [-]
$T_e$	Elektromagnetický moment [N.m]
$T_L$	Zatěž [N.m]
$t$	Čas [s]
$\mathbf{U}_s = [u_{sa}, u_{sb}, u_{sc}]^T$	Vektor statorového napětí [V]
$\mathbf{U}_r = [u_{r1}, u_{r2}, \dots, u_{rN_r}]^T$	Vektor rotorového napětí [V]
$\beta = e^{j\frac{2\pi}{N_r}}$	Transformace prostorového vektoru rotorových veličin do souř. systému dq [-]



$\varepsilon_0$	Úhlové zrychlení rotoru v čase 0 s [ rad/s <sup>2</sup> ]
$\Delta\varepsilon(t)$	Změna úhlové rychlosti rotoru [ rad/s <sup>2</sup> ]
$\varphi_0$	Úhel natočení rotoru v čase 0 s [ rad ]
$\varphi_r$	Okamžitý úhel natočení [ rad ]
$\Phi_{ss} = [\varphi_{s1}, \varphi_{s2}, \varphi_{s3}]^T$	Vektor magnetického toku vinutí statoru [Wb]
$\Phi_{rr} = [\varphi_{r1}, \varphi_{r2}, \dots, \varphi_{rN_r}]^T$	Vektor magnetického toku vinutí statoru [Wb]
$\omega_0$	Úhlová rychlost rotoru v čase 0 s [rad/s]
$\omega_r$	Rotorová úhlová rychlost [rad/s]
$\Delta\omega(t)$	Změna rotorové úhlové rychlosti [rad/s]
<b>Indexy</b>	
a, b, c	Označení fáze, ke které patří veličina
dq	Pomocný souřadný systém
r	Veličiny popisující rotor
ss	Veličiny popisující stator
<b>Zkratky</b>	
RMS	Root mean square [dB]
FFT	Fast Fourier Transform