

VYUŽITIE xPC TARGET NA ELIMINÁCIU REZIDUÁLNYCH KMITOV KYVADLA PRI RIADENÍ V REÁLNO M ČASE

Ivan Ivanov, Peter Hubinský

Fakulta elektrotechniky a informatiky STU

Katedra automatizácie a regulácie

Abstrakt

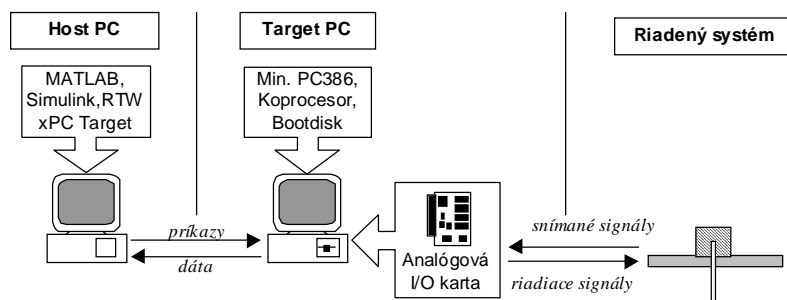
V článku prezentujeme využitie knižnice xPC Target programovacieho prostriedku Matlab/Simulink na riadenie v reálnom čase. Riadením objektom je vozík s kyvadlom. Cieľom riadenia je polohovanie vozíka so zabezpečením eliminácie reziduálnych kmitov kyvadla. Elimináciu reziduálnych kmitov prevádzame spektrálnou úpravou riadiaceho signálu.

Kľúčové slová

xPC Target, spektrálna úprav, reziduálne kmity

xPC TARGET

xPC Target je podporná knižnica programového prostriedku Matlab/Simulink na návrh, testovanie a aplikáciu riadenia systémov reálneho sveta. Knižnica využíva na riadenie spojenie dvoch počítačov, z ktorých jeden sa využíva na samotný návrh a vývoj riadenia, tzv. Host PC a druhý je napr. cez analógovú kartu priamo spojený s reálnym svetom, tzv. Target PC. Target PC teda vykonáva riadenie navrhnuté na Host PC v reálnom čase, pričom počas riadenia môže Host PC komunikovať s Target PC a to formou sériového alebo sieťového spojenia. Komunikácia Host a Target PC je zobrazená na Obr. 1.



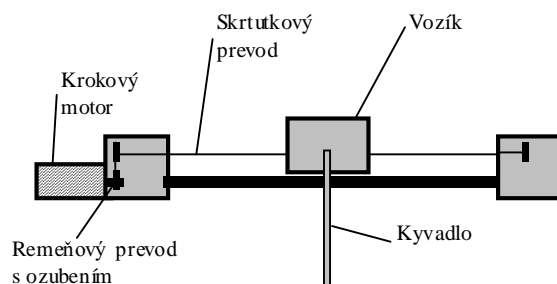
Obr. 1. Komunikácia pri riadení v reálnom čase.

Návrh riadenia prebieha v simulačnom prostriedku Simulink, v ktorom blokovou schémou vytvoríme riadiacu štruktúru aj s blokmi, ktoré umožňujú komunikáciu s reálnym svetom. Bloková schéma sa cez Real Time Workshop prevedie do zdrojového súboru v ANSI C kóde, z ktorého sa pomocou C kompilátora (Watcom C, Microsoft Visual C/C++) vytvorí skompilovaný binárny súbor. Binárny kód Host PC nahrá na Target PC, ktorý ho môže spúšťať v reálnom čase. Počas riadenia môžeme s Host PC, meniť parametre, snímať a zobrazovať signály blokovej schémy, prípadne po riadení uložiť a upravovať snímané signály.

Tým sa knižnica xPC Target stáva silným nástrojom vo svete riadenia v reálnom čase, hlavne v časti vývoja a testovania riadiaceho algoritmu. xPC Target je schopný pracovať s mnohými blokmi simulačného prostriedku Simulink, prípadne vlastne vytvorenými blokmi, pri malých periódach vzorkovania, čo nám umožňuje realizovať aj zložité riadiace algoritmy.

ANALÝZA RIADENÉHO SYSTÉMU

Riadeným systémom je vozík, ktorý je cez prevody poháňaný s krokovým motorom, pričom na vozíku je upevnené kyvadlo s IRC snímačom, snímajúcim vychýlenie kyvadla.



Obr. 2. Technická realizácia riadeného objektu.

Subsystem kyvadla môžeme opísať diferenciálnou rovnicou druhého rádu

$$J\ddot{\Theta}(t) + C\dot{\Theta}(t) - mlg \sin(\Theta(t)) = -ml \cos(\Theta(t))\ddot{r}(t) - M_{zo} \operatorname{sgn}(\dot{\Theta}(t)), \quad (1)$$

kde J je moment zotrvačnosti, C je konštanta viskózneho trenia, m je hmotnosť tyče, l je vzdialenosť ťažiska od osi otáčania, g je gravitačné zrýchlenie, M_{zo} je suché trenie, $\Theta(t)$ je uhol natočenie kyvadla a $\ddot{r}(t)$ je zrýchlenie vozíka.

Ak uvážime, že uhol $\Theta(t) \in \pi \pm 5\pi/180$ a zanedbáme vplyv suchého trenia môžeme opis kyvadla zjednodušiť na tvar

$$J\ddot{\Theta}(t) + C\dot{\Theta}(t) + mlg \Theta(t) = ml\ddot{r}(t). \quad (2)$$

Po úprave môžeme dospieť k ekvivalentnému zápisu rovnice (1) v podobe diferenciálnej

$$\ddot{\Theta}(t) + 2b\omega_0\dot{\Theta}(t) + \omega_0^2\Theta(t) = K\omega_0^2\ddot{r}(t), \quad (3)$$

kde
$$b = \frac{C}{2\omega_0 J}, \omega_0 = \sqrt{\frac{m l g}{J}} \text{ a } K = \frac{1}{g}.$$

Krokový motor sám tvorí otvorený polohový systém, čím sa samotné polohovanie vozíka zjednodušuje na zaslanie vhodného počtu krokov v danom časovom okamihu na krokový motor, pri predpoklade neprekročenia hranice zrýchliteľnosti krokového motora. Vysielaním krokov v presne určených časových okamihoch dokážeme ľubovoľne tvarovať trajektórie zrýchlenia, rýchlosti a polohy vozíka a teda aj vstupného riadiaceho signálu do subsystemu kyvadla, ktorým je práve zrýchlenie vozíka, vid'. rovnicu (3).

Vhodnou spektrálnou úpravou riadiaceho signálu, tj. zrýchlenia vozíka, môžeme potom, ako sa dozvieme v nasledujúcej časti, ovplyvňovať reziduálne kmity subsystemu kyvadla.

ELIMINÁCIA REZIDUÁLNYCH KMITOV

Predpokladajme systém s malým tlmením, ktorý môžeme opísať prenosovou funkciou

$$\frac{X(s)}{R(s)} = \frac{K\omega_0^2}{s^2 + 2b\omega_0 s + \omega_0^2}, \quad (4)$$

kde K je zosilnenie systému, b je tlmenie systému a ω_0 je vlastná uhlová frekvencia systému a nech riadiaci signál, s maximálnou hodnotou U_{max} , označíme $U_M(t)$ a amplitúdu spektra riadiaceho signálu $S(\omega)$.

Našou snahou je, aby výstup systému po aplikácii riadiaceho signálu $U_M(t)$ nekmital. To môžeme zabezpečiť vhodnou spektrálnou úpravou riadiaceho signálu, ktorou dosiahneme nulovú amplitúdu spektra $S(\omega)$ na frekvencii $\omega=\omega_0$, t.j. $S(\omega_0)=0$ [1], čo však platí iba pre prípad nulového tlmenia, t.j. $b=0$. Ak systém obsahuje nenulové tlmenie musíme riadiaci signál upraviť prenasobením signálu tzv. útlmovou krivkou $e^{-b\omega_0 t}$ [1]. Vlastná frekvencia systému pri nenulovom tlmení sa určí podľa vzťahu

$$\omega_v = \omega_0 \sqrt{1-b^2}, \quad (5)$$

a teda amplitúda spektra $S(\omega)$ musí nadobúdať na frekvencii $\omega=\omega_v$ nulovú hodnotu, t.j. musí platiť $S(\omega_v)=0$.

OBĎĽŽNIKOVÝ RIADIACI SIGNÁL

Obdĺžnikový riadiaci signál definujeme vzťahom

$$U = \beta U_{\max} \quad \beta \in (0,1). \quad (6)$$

Amplitúda spektra obdĺžnikového riadiaceho signálu (3) je daná rovnicou

$$S(\omega) = \left| \int_{-\infty}^{\infty} U_M(t) e^{-j\omega t} dt \right| = \left| \frac{2\beta U_{\max}}{\omega} \sin\left(\frac{\omega\tau}{2}\right) \right| \quad (7)$$

kde τ predstavuje dĺžku riadiaceho impulzu.

Za predpokladu $S(\omega_v)=0$ je zo vzťahu (7) zrejme, že musí platiť rovnosť

$$\frac{\omega_v \tau}{2} = k\pi, \quad k = 1, 2, \dots \quad (8)$$

Na elimináciu reziduálnych kmitov stačí nastaviť dĺžku riadiaceho impulzu τ tak, aby k-tá nula spektra impulzu splynula s frekvenciou ω_v .

Parametre τ a β ovplyvňujú plochu riadiaceho impulzu a teda aj požadovanú zmenu plochy výstupu systému ΔP , t.j. platí nasledovná rovnosť

$$\tau = \frac{\Delta P}{KU} = \frac{\Delta P}{K\beta U_{\max}}. \quad (9)$$

Vložením vzťahu (7) do (6) dostaneme rovnicu

$$\beta = \frac{\Delta P}{k\Delta P_v}, \quad \Delta P_v = KU_{\max} \frac{2\pi}{\omega_v} = KU_{\max} T_v. \quad (10)$$

Minimálnu dĺžku impulzu zabezpečíme, ak zvolíme k-tú nulu spektra impulzu vzťahom [1]

$$k = \text{int}\left(\frac{\Delta P}{\Delta P_v}\right) + 1, \quad (11)$$

Zo vzťahu (10) potom dostávame parameter β ovplyvňujúci veľkosť riadiaceho impulzu a pre dĺžku riadiaceho impulzu platí priamo zo vzťahov (9) a (10) rovnosť

$$\tau = \frac{\Delta P}{K\beta U_{\max}} = \frac{k\Delta P_v}{KU_{\max}} = kT_v. \quad (12)$$

Podľa predpokladov ešte musíme prenasobiť riadiaci signál útlmovou krivkou $\gamma e^{-b\omega_0 t}$, t.j.

$$U_M = \gamma\beta U_{\max} e^{-b\omega_0 t}, \quad (13)$$

čím aj zachováme pôvodnú veľkosť plochy riadiaceho signálu, ak pre konštantu γ platí

$$\gamma = \frac{b\omega_0 \tau}{1 - e^{-b\omega_0 \tau}}. \quad (14)$$

Prenásobenie riadiaceho signálu konštantou útlmovou krivkou s konštantou γ môže spôsobiť prekročenie obmedzenia riadiaceho signálu a preto musíme následne posúvať vlastnú frekvenciu ω_v do vyššej nuly spektra, čo však spôsobuje nárast dĺžky riadiaceho signálu.

POLYNOMIÁLNY RIADIACI SIGNÁL

Polynomiálny riadiaci signál s útlmovou krivkou definujeme vzťahom

$$U_M(t) = U(t)e^{-b\omega_0 t}, \text{ pričom } U(t) = \begin{cases} \sum_{i=0}^N m_i t^i & t \in (0, \rho) \\ U_{\max} & t \in \langle \rho, \tau - \rho \rangle \\ \sum_{i=0}^N m_i (\tau - t)^i & t \in (\tau - \rho, \tau) \end{cases} \quad (15)$$

kde τ je dĺžka riadiaceho impulzu, ρ ovplyvňuje šírku nasýtenej oblasti a platí vzťah

$$\rho = \frac{\alpha\tau}{2}, \quad \alpha \in (0,1). \quad (16)$$

Koeficient α voláme tvarovým koeficientom, ktorý vyjadruje podiel dĺžky nenасыtёných častí riadiaceho impulzu na celkovej dĺžke impulzu.

Amplitúdu spektra polynomiálneho riadiaceho signálu $U(t)$ je daná rovnicou

$$S(\omega) = \frac{2}{\omega} \left| U_{\max} \sin\left(\frac{(1-\alpha)\omega\tau}{2}\right) + \sum_{i=0}^N \sum_{j=0}^{\infty} \frac{i! m_i}{\omega^i} (-1)^j \left[-\frac{(\frac{\alpha\omega\tau}{2})^{2j+i+2}}{(2j+i+2)!} \sin\left(\frac{(1-\alpha)\omega\tau}{2}\right) + \frac{(\frac{\alpha\omega\tau}{2})^{2j+i+1}}{(2j+i+1)!} \right] \right|. \quad (17)$$

Zavedením neúplných harmonických funkcií

$$s_k(y) = \sum_{i=k}^{\infty} (-1)^i \frac{y^{2i+1}}{(2i+1)!} = \sin(y) - \sum_{i=0}^{k-1} (-1)^i \frac{y^{2i+1}}{(2i+1)!}, \quad k = 0,1,\dots$$

$$c_k(y) = \sum_{i=k}^{\infty} (-1)^i \frac{y^{2i}}{(2i)!} = \cos(y) - \sum_{i=0}^{k-1} (-1)^i \frac{y^{2i}}{(2i)!}, \quad k = 0,1,\dots \quad (18)$$

kde $x = \frac{(1-\alpha)\omega\tau}{2}$, $y = \frac{\alpha\omega\tau}{2}$ môžeme upraviť spektrum riadiaceho signálu do rekurentného tvaru

$$S(\omega) = \frac{2}{\omega} \left| U_{\max} \sin(x) + \sum_{i=0}^N m_i k_{mi} (k_{si} \sin(x) + k_{ci} \cos(x)) \right|, \quad (19)$$

kde $k_{m0} = 1$, $k_{d0} = 1$, $k_{s0} = c_1(y)$ a $k_{c0} = s_0(y)$

a pre $i > 0$ $k_{mi} = \frac{ik_{m(i-1)}}{\omega}$, $k_{di} = \frac{yk_{d(i-1)}}{i}$, $k_{si} = k_{c(i-1)} - k_{di}$ a $k_{ci} = -k_{s(i-1)}$.

Elimináciu amplitúdy spektra riadiaceho impulzu na frekvencii $\omega = \omega_v$ dosiahneme, rovnako ako pri obdĺžnikovom riadiacom signále, postavením rovnice

$$S(\omega_v) = 0. \quad (20)$$

Ak chceme zachovať požadovanú plochu riadiaceho signálu, teda aj zmenu plochy výstupu systému ΔP , môžeme namiesto pre násobenia konštantou γ , postaviť rovnicu pre veľkosť plochy riadiaceho signálu

$$\int_0^{\tau} U_M(t) dt = \frac{\Delta P}{K}. \quad (21)$$

Ak z hľadiska fyzikálnej realizovateľnosti budeme požadovať spojitosť priebehu $U_M(t)$, tak vzhľadom na symetriu priebehu stačí zabezpečiť spojitosť na intervale $\langle 0, \tau/2 \rangle$ a s uvážením spojitosti nábežnej hrany s polynomiálnym charakterom a spojitosti nasýteného úseku, môže nespojitosť vzniknúť len na začiatku a na konci nábežnej hrany, teda v bodoch $t=0$ a $t=\rho$. Spojitosť v týchto bodoch zabezpečíme splnením podmienok

$$\begin{aligned} \lim_{t \rightarrow 0^-} U_M(t) = \lim_{t \rightarrow 0^+} U_M(t) &\Rightarrow \left(\sum_{i=0}^N m_i t^i \right) e^{-b\omega_0 t} \Big|_{t=0} = 0 \\ \lim_{t \rightarrow \rho^-} U_M(t) = \lim_{t \rightarrow \rho^+} U_M(t) &\Rightarrow \left(\sum_{i=0}^N m_i t^i \right) e^{-b\omega_0 t} \Big|_{t=\rho} = U_{\max} e^{-b\omega_0 \rho} \end{aligned} \quad (22)$$

Tým dosiahneme systém so štyrmi lineárnymi rovnicami (20)-(21), pričom s uvažovaním elementárneho riešenia prvej podmienky z rovníc (21) je $m_0=0$, a teda sa riešenie redukuje systému troch lineárnych rovníc.

V neposlednom rade však musíme zabezpečiť, aby riadiaci signál pri nábežnej a dobežnej hrane neprekročil fyzikálne obmedzenie riadiaceho signálu, t.j. $|U_M(t)| \leq U_{\max}$, $t \in \langle 0, \tau \rangle$.

Obmedzenia riadiaceho signálu potom množinu všetkých riešení pre parametre α a τ zužuje na oblasti riešenia napr. ako môžeme vidieť na nasledovnom obrázku Obr. 3

Obr. 3. Oblasti riešenia polynomiálneho riadiaceho signálu.

Z obrázku Obr. 3 je zrejme optimálne riešenie, ktoré je v našom prípade časovo optimálne. Môžeme si všimnúť, že existuje minimálna hranica τ_{min} , ktorá je daná hodnotou $U_{max} \cdot \Delta P$. Je samozrejme, že systém rovníc môžeme rozširovať o rovnice splňujúce ďalšie podmienky kladené na riadiaci signál, napr.

- nulovanie amplitúdy spektra viacerých frekvencií $S(\omega_i) = 0$, $i = 1, 2, 3, \dots$
- nulovanie amplitúdy derivácií spektra $\dot{S}(\omega_v) = 0$, $\dot{S}(\omega_i) = 0$, $i = 1, 2, 3, \dots$
- spojitosť derivácii riadiaceho signálu, atď.

Tieto doplňujúce podmienky zabezpečujú robustnosť spektrálnej úpravy riadiaceho signálu pri zmenách vlastnej frekvencie ω_0 alebo tlmenia b systému.

ALIKÁCIA RIADENIA NA xPC TARGET

HARDVEROVÉ A SOFTVÉROVÉ VYBAVENIE

Host PC

Pentium Intel Celeron 333MHz, 128MB pamäť, sieťová karta 3COM 3059C

Matlab 5.3, Simulink 3.0.1, Real Time Workshop 3.0.1, Watcom C 11.0, xPC Target 1.0

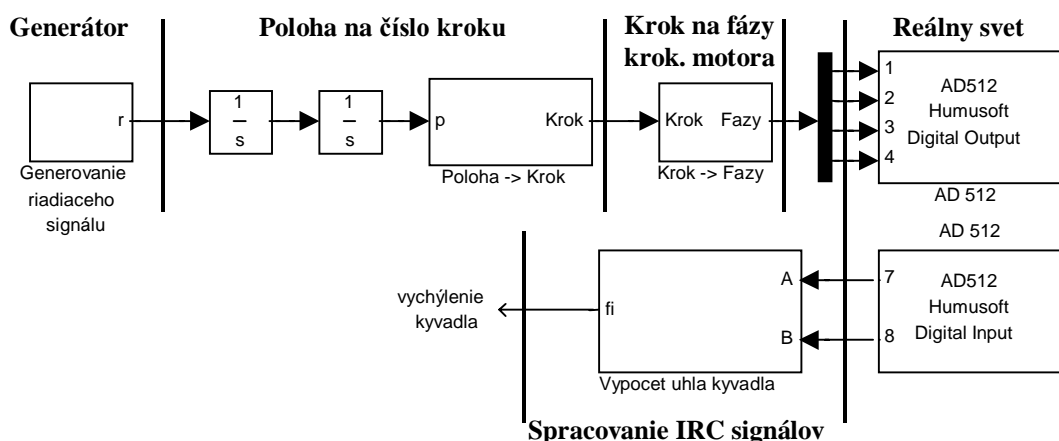
Target PC

Pentium Intel 75MHz, 32MB pamäť, sieťová karta SMC1208BT (NE2000 kompatibilná)
Zavádzacia disketa xPC Target

RIADIACA ŠTRUKTÚRA

Riadiacu štruktúru môžeme rozdeliť na nasledovné podsystémy:

- generovanie spektrálne upravenej trajektórie zrýchlenia, t.j. riadiaceho signálu kyvadla
- blok generujúci číslo kroku krokového motora
- blok prevádzajúci číslo kroku na riadenie fáz krokového motora
- bloky vstupov a výstupov reálneho sveta
- blok spracovania signálov s IRC snímača



Obr. 4. Bloková schéma riadiacej štruktúry.

PARAMETRE SYSTÉMU

Parametre kyvadla sme identifikovali z charakteristiky prechodového deja kyvadla z definovaných počiatočných podmienok. Samotná identifikácia parametrov prebiehala za pomoci knižnice Optimization Toolbox, kedy sme si nastavili počiatočné podmienky identifikovaných parametrov C , J a v každom kroku sme porovnávali nameranú charakteristiku s modelom. Ostatné parametre systému sme mali k dispozícii alebo sme ich odvodili s identifikovaných parametrov.

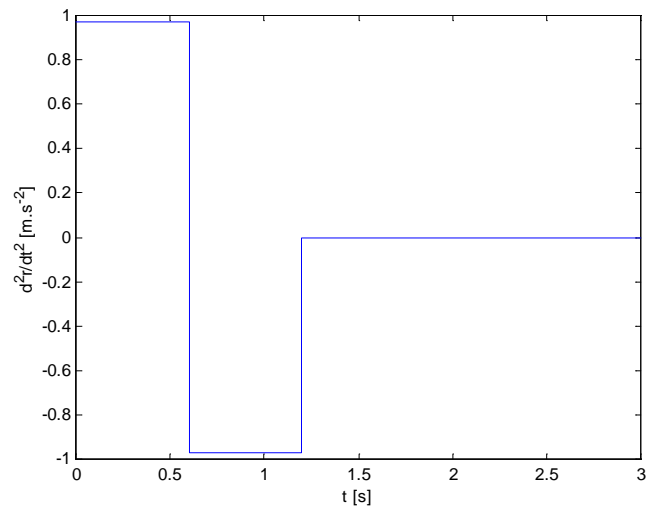
Parameter	Hodnota	Parameter	Hodnota
Krok krok. motora	31/144000 m	l	0.3 m
U_{\max}	4 ms^{-2}	C	0.000376 Nms
m	0.115 kg	J	0.00702 kgm^2
ω_0	6.9435 rad/s	b	0.003845 s

Pri riadení v reálnom čase sme riadiaci signál vytvárali tak, aby sa poloha vozíka zmenila o 0.35m, pričom pre ukážku prezentujeme neupravený, obdĺžnikový aj polynomiálny (základný s tromi sústavami rovníc) riadiaci signál.

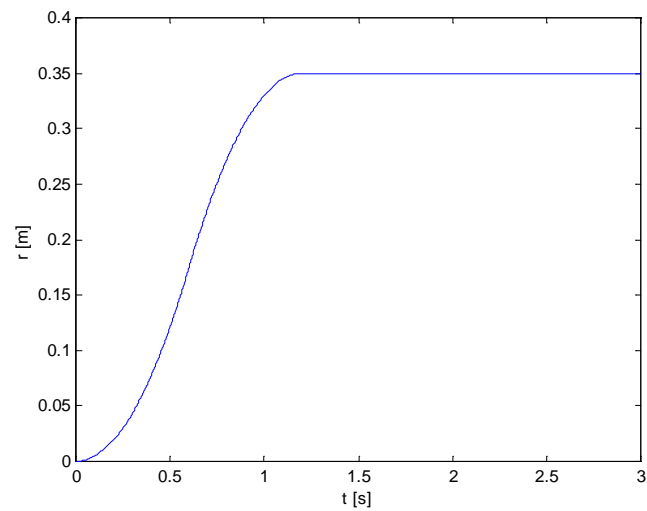
Periódka vzorkovania bola pri riadení nastavená na 0.0003s, čo umožnilo softvérové spracovanie IRC signálov, lebo sme nemali k dispozícii analógovú kartu s IRC vstupmi, ale iba analógovú kartu AD512, na ktorej sme využívali 4 digitálne výstupy na riadenie fáz krokového motora a 2 digitálne vstupy na signály s IRC snímača.

VÝSLEDKY RIADENIA V REÁLNOM ČASE

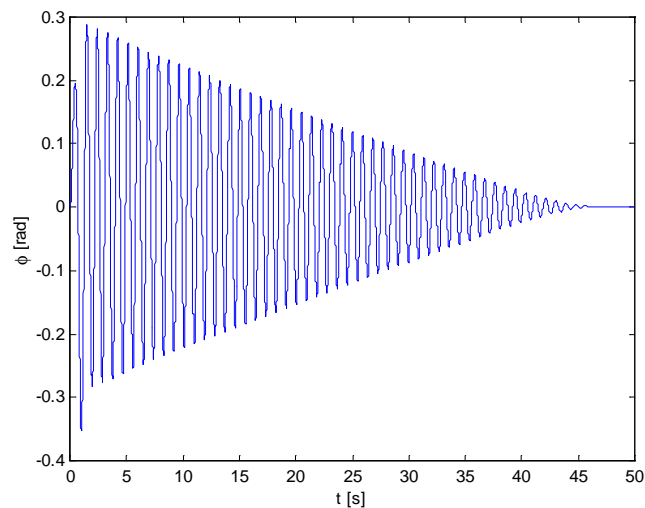
Riadiaci signál bez spektrálnej úpravy ($\tau=0.6s$)



Obr. 5. Riadiaci signál bez spektrálnej úpravy (zrýchlenie vozíka).

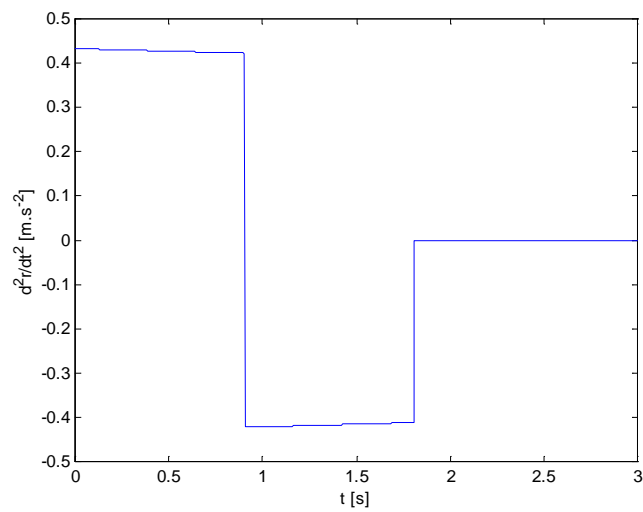


Obr. 6. Priebeh polohy vozíka.

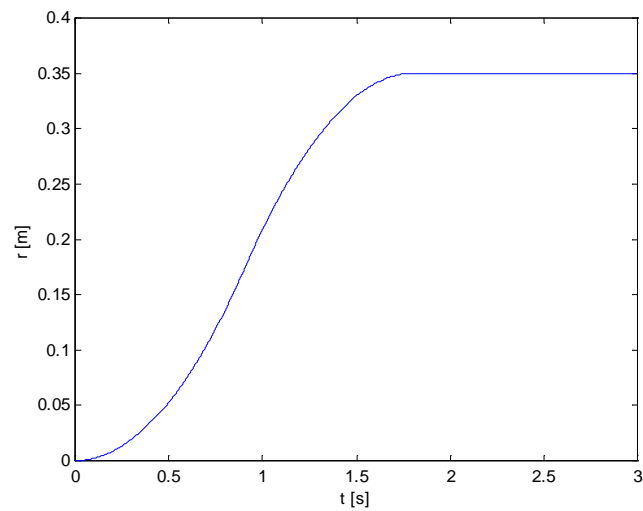


Obr. 7. Priebeh vychýlenia kyvadla.

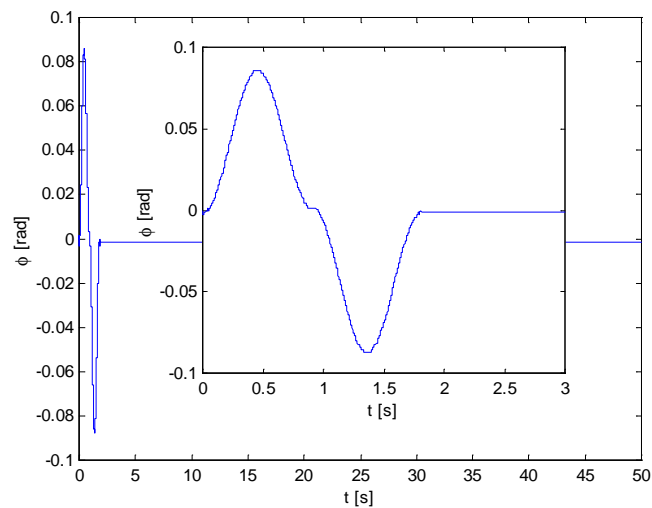
Obdĺžnikový riadiaci signál so spektrálnou úpravou ($\tau=0.9049s$, $\beta= 0.0553$, $\gamma= 1.9574$)



Obr. 8. Obdĺžnikový riadiaci signál (zrýchlenie vozíka).

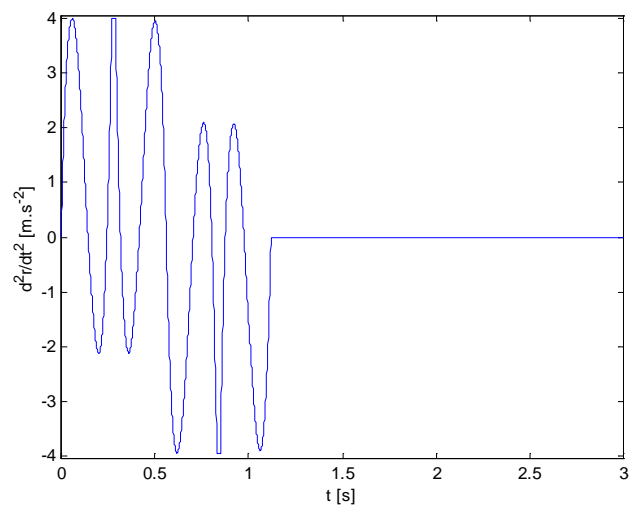


Obr. 9. Priebeh polohy vozíka.

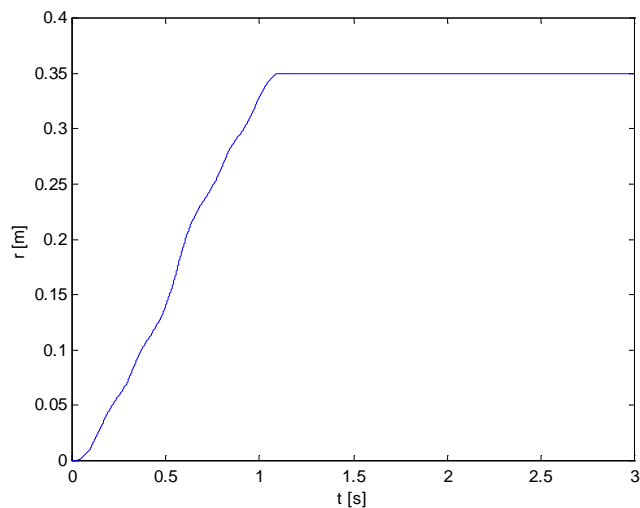


Obr. 10. Priebeh vychýlenia kyvadla.

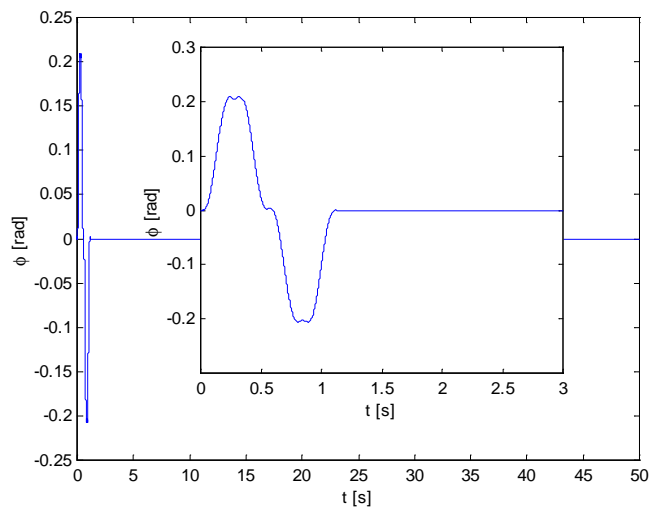
Polynomiálny riadiaci signál ($\tau=0.56s$, $\alpha=0.9675$, $m=[4325.36, -1676.86, 151.71, 0]$)



Obr. 11. Polynomiálny riadiaci signál (zrýchlenie vozíka).



Obr. 12. Priebeh polohy vozíka.



Obr. 13. Priebeh vychýlenia kyvadla.

ZHODNOTENIE

Spektrálna úprava riadiaceho signálu, či už obdĺžnikovou alebo polynomiálnou formou, ukázala vysokú kvalitu eliminácie reziduálnym kmitov systému s malým tlmením, v našom prípade kyvadla, čo dokumentujeme priebehmi v grafoch Obr. 8-Obr. 13. Z grafov je zrejmé úplne potlačenie reziduálnych kmitov kyvadla, ktoré sa pri riadiacom signále bez spektrálne úpravy utlmovali skoro 50s.

Obdĺžnikový riadiaci signál so spektrálnou úpravou predĺžil dĺžku riadiaceho impulzu s 0.6s na 0.9s, ale kmity boli ustálené po doznení riadiaceho signálu, teda po 1.8s.

Polynomiálny riadiaci signál preukázal veľkú kvalitu spektrálnej úpravy, lebo skrátil dĺžku riadiaceho impulzu z 0.6s na 0.56s, pričom využil dynamické možnosti motora. Kmity neboli tiež vybudené, čiže kyvadlo sa ustálilo po doznení riadiaceho signálu, teda po 1.12s, čo je oproti ustáleniu kmitov pri riadiacom signále bez spektrálnej úpravy skoro 45-násobné skrátenie.

xPC Target sa v prípade tohto riadenia ukázal ako silný nástroj schopný zvládať základne požiadavky pri vytváraní, testovaní, samotnom riadení v reálnom čase, spracovávaní signálov atď.

LITERATÚRA

- [1] Hubinský, P.: Tvarovanie spektra riadiacich signálov mechatronických systémov – Habilitačná práca. Bratislava, 1998.
- [2] xPC Target for use with Real-Time Workshop, User's Guide, The Mathworks, 1999.

KONTAKT:

Fakulta elektrotechniky a informatiky STU

Katedra automatizácie a regulácie

Ilkovičova 3

812 19 Bratislava

tel.: +421-7-602 91 605

fax: +421-7-654 29 521

e-mail: ivanov@elf.stuba.sk; hubak@elf.stuba.sk