

KÓDOVÁNÍ VĚDECKÝCH OBRAZOVÝCH DAT KARHUNENOVOU – LOÈVEHO TRANSFORMACÍ V PROGRAMOVÉM PROSTŘEDÍ MATLAB

Petr Páta, Karel Roubík

Abstrakt

Vědecká obrazová data jsou specifická svým velkým objemem a vysokou bitovou hloubkou, indukovanou nutností vysoké přesnosti měření a následného zpracování. Omezená propustnost přenosových kanálů a konečná velikost archivačních médií vede k nutnosti hledání vhodných kompresních algoritmů. Kompresní standardy (např. JPEG), s výhodou využívající fyziologických vlastností lidského zraku, jsou pro kódování vědeckých obrazových dat zcela nevhodné. Taková redukce dat totiž vnese okem nepostřehnutelnou chybu do následného zpracování. Možným řešením tohoto problému je využití vhodnějších integrálních transformací lépe respektujících vlastností zvolených dat. V práci je prezentováno jedno z možných řešení, založené na aplikaci Karhunenovy – Loeveho transformace (KLT) pro dekorelaci vědeckých obrazových dat. Dále bude prezentováno srovnání vlastností této integrální transformace s ostatními, založenými na kosinové a Hadamardově bázi, včetně implementace KLT a její výpočetní náročnosti v programovém prostředí Matlab.

1 Úvod

Mohutný rozvoj pozorovacích technik a nové technické možnosti s sebou přinášejí nejen zajímavé výsledky, ale také mohutný nárůst objemu produkce dat. Což vede k nutnosti zvyšovat kapacitu archivačních médií a rostou nároky na dostupnost datových kanálů. Jedním z možných řešení tohoto stavu je hledání vhodných kompresních algoritmů pro snížení objemu přenášených dat. Komerční aplikace, především známý formát JPEG, dosahují vynikajících kompresních poměrů za cenu ztráty nepodstatné části obrazu. Bohužel takové standardy byly vytvořeny s respektováním fyziologických vlastností lidského zraku. Pro archivaci vědeckých obrazových dat jsou ovšem zcela nevhodné. Redukce dat totiž může vnést do dalšího zpracování okem nepostřehnutelnou, ale přesto zásadní chybu. Obvyklým řešením tohoto problému je použití tzv. bezztrátových kompresních algoritmů [4]. Ty ovšem nedosahují vysokých kompresních poměrů (obvykle 1:2). Jinou metodou je použít integrální transformaci a následné zpracování respektující charakter takových dat. Takovou možností je použití waveletové, fraktálové nebo Karhunenovy - Loeveho transformace (KLE). V této práci je provedeno srovnání vlastností KLE s dvěma dalšími integrálními transformacemi založených na kosinové a Hadamardově ortogonální bázi.

Příkladem výše uvedené skutečnosti může být například známý fenomén zábleskových zdrojů v oboru gamma. Tyto zdroje jsou detekovány od konce šedesátých let, kdy byly poprvé zachyceny družicemi VELA. Zdroje mají vysoce izotropní rozložení na obloze a objevují se v intervalu zhruba jednoho dne. Fyzikální podstata tohoto jevu stále není známá. K jejich objasnění by mohlo přispět současné pozorování zdroje v ostatních spektrálních oborech (rentgenovské, UV, viditelné a také rádiové). První viditelný optický

protějšek (optical transient) gama záblesků (GRBs) byl poprvé detekován v roce 1997 28. února méně než 21 hodin po vlastním jevu v oboru gama. Několik posledních let intenzivního výzkumu tohoto fenoménu družicemi *BeppoSAX* a *RossiXTE* přineslo nové důkazy o extragalaktickém původu zdrojů gama záblesků.

V této práci jsme použili data produkovaná systémem BOOTES (The Burst Observer and Optical Transient Exploring System), který je provozován jako doprovodný pozemní experiment projektu družice INTEGRAL evropské kosmické agentury (ESA). Stanice je v současnosti umístěna ve Španělsku a je provozována za spolupráce astronomického ústavu ČAV, katedry radioelektroniky FEL ČVUT a LAEFF INTA (španělská strana). První snímky byly pořízeny v červnu 1998. Ovládací program OTM systému v rámci celonočního sledování oblohy produkuje velké množství dat. Podle zvolené expoziční doby, velikosti rozlišení a případně binningu mezi 1 - 2 GB dat každou noc. Vzhledem k celoročnímu provozu systému je žádoucí nalézt vhodný kompresní algoritmus k archivaci získaných astronomických dat.

2 Vstupní obrazová data

Jako vstup k naší analýze jsme použili šedotónová obrazová data získaná systémem BOOTES za využití ovládacího programu OTM [12]. Data byla typicky s vysokou bitovou hloubkou (16 bitů) a velkými rozměry 1534×1020 obrazových bodů. Integrovaná transformace, nejen ve zpracování, obrazu s sebou samozřejmě přináší vysokou výpočetní náročnost. Ta je zapříčiněna nejen numerickou složitostí, ale i velkým objemem dat. Což zvláště platí pro naše typy dat. Je tedy naší snahou rozdělit zpracovávaná data do bloků (submatic) a ty zpracovávat postupně. V případě nutnosti, tj. přesahu, provedeme sudé prodloužení obrazové matice.

Označme vstupní obrazovou matici $\overset{\leftrightarrow}{X}$ a předpokládejme, že má rozměry $N_{X1} \times N_{X2}$. Symbol X vyjadřuje vztah proměnné N k rozměrům obrázku. Zavedme rozkladový operátor R , který provede rozklad obrazové matice $\overset{\leftrightarrow}{X}$ do sady M obrazových submatic s rozměry $N_1 \times N_2$

$$\overset{\leftrightarrow}{X} \xrightarrow{R} \{|x_j^i\}^{\alpha}_{i,j=1,\alpha=1}^{N_1,N_2,M}, \quad (1)$$

kde samozřejmě z výše uvedených předpokladů vyplývá $N_1 \cdot N_2 = N \cdot N \cdot M$. Index i jsme zvolili pro číslování uvnitř řádky (tj. číslo sloupce), j naopak probíhá v rámci sloupce (tj. uvozuje číslo řádky). Řecká písmena si vyhradíme pro označení submatice.

Z hlediska dalšího zpracování bude pro nás nesmírně výhodné pokládat jednotlivé submatice za realizace $N_1 \times N_2$ rozměrného náhodného jevu [15]. Je vhodné na tomto místě poznamenat, že budeme trvat na značení $N_1 \times N_2$ rozměrná náhodná veličina, oproti v matematické statistice a teorii signálů obvyklém N rozměrném přístupu. Tato naše snaha je motivována ponecháním jasné prostorové vazby uvnitř této náhodné veličiny, která by se převedením do jednorozměrné podoby zkomplikovala.

2.1 Integrovaná transformace

K rozkladu obrazových matic v $V_{N_2}^{N_1}$ je vhodné použít sadu ortogonálních bázevých matic (integrovaná transformaci). S využitím známých vlastností skalárního součinu je možné

podmínku ortogonality zapsat jako

$$\sum_{j=1}^{N_2} \sum_{i=1}^{N_1} [\phi_{il}^{jk} | | \phi_{in}^{jm}] = \delta_k^m \delta_n^l C_{kn}^{ml} \quad \begin{array}{l} k, n = 1, \dots, N_1 \\ l, m = 1, \dots, N_2, \end{array} \quad (2)$$

kde δ_k^m je tzv. Kroneckerovo delta. V případě ortonormality bázových funkcí platí pro konstantu C_{kn}^{ml}

$$C_{kn}^{ml} = 1 \quad \begin{array}{l} k, n = 1, \dots, N_1 \\ l, m = 1, \dots, N_2. \end{array} \quad (3)$$

Pro matice z $V_{N_2}^{N_1}$ můžeme zapsat transformační vztahy od jedné báze k druhé

$$|y_l^k] = \sum_{i=1}^{N_1} \sum_{j=1}^{N_2} [\phi_{il}^{jk} | | x_j^i] \quad \begin{array}{l} k = 1, \dots, N_1 \\ l = 1, \dots, N_2. \end{array} \quad (4)$$

S využitím (2) získáme z (4) vztah pro inverzní transformaci

$$|x_m^n] = \sum_{k=1}^{N_1} \sum_{l=1}^{N_2} [\phi_{nl}^{mk} | | y_l^k] \quad \begin{array}{l} n = 1, \dots, N_1 \\ m = 1, \dots, N_2. \end{array} \quad (5)$$

2.2 Báze integrálních transformací

Vyjdeme ze známé definice střední hodnoty přes jednotlivé realizace náhodného jevu [15] a napíšeme vztah pro výpočet prvků kovarianční matice ¹

$$\Xi_{in}^{jm} = E\{(\rho[x_j^i] - E\{\alpha[x_j^i]\}_{\alpha=1}^M})(|x_n^m]^\rho - E\{|x_n^m]^\alpha\}_{\alpha=1}^M)\}_{\rho=1}^M \quad \begin{array}{l} j, m = 1, \dots, N_1 \\ i, n = 1, \dots, N_2, \end{array} \quad (6)$$

kde symbolem $E\{\alpha[x_j^i]\}_{\alpha=1}^M$ označujeme střední hodnotu přes M realizací obrazových submatic.

Za předpokladu, že jednotlivé submatice jsou zároveň realizace náhodného jevu, získáme vztah pro výpočet bázových vektorů dvourozměrné Karhunenovy - Loèveho transformace [11]

$$\sum_{n=1}^{N_1} \sum_{m=1}^{N_2} \Xi_{nj}^{im} [\phi_{is}^{jr}] = \alpha_s^r [\phi_{ns}^{mr}] \quad \begin{array}{l} n, s = 1, \dots, N_1 \\ m, r = 1, \dots, N_2, \end{array} \quad (7)$$

kde indexy m, n probíhají uvnitř dané bázové matice a r, s označují danou číslo dané bázové matice. DKL Tedy převádí vstupní obrazová data na sadu plně dekokorovaných, z hlediska střední kvadratické odchylky, složek. Pouze v případě, kdy je kovarianční matice sady obrazových submatic separabilní, je možné rozložit Karhunenovu - Loèveho transformaci na posloupnost dvou kroků - působení postupně na řádky a na sloupce transformovaných submatic. V ostatních případech (častěji) je nutné k vlastní transformaci použít vztahy (4), (5) a (7). Ve teorii zpracování obrazu se někdy obrazové submatice

¹Korektně bychom slovo matice museli dát do uvozovek. Kovarianční matice v prostoru obrazových submatic je charakterizovaná čtyřmi indexy tj. není to klasická matice reprezentovaná tabulkou čísel. Lépe je kovarianční matici si představit jako sadu matic. Jejich prvky ovšem mají mezi sebou netriviální vztah.

převádějí z 2D na jednorozměrný vektor [1] a potom se aplikuje obvyklá jednorozměrná Karhunenova - Loèveho transformace.

V naší práci jsme provedli srovnání vlastnosti KLE s diskrétní kosinovou (DCT) a Hadamardovou transformací [13]. Obě transformace jsou separabilní se symetrickým transformačním jádrem. DCT má známé báze funkce tvořené funkcemi $\cos(ax)$. Hadamardova transformace je generovaná z obdélníkových impulsů rozdílné délky a konečně KLE s bázi složenou z vlastních vektorů kovarianční matice vstupní obrazové matice.

3 Zvolený kvantizér

V této práci jsme si dali za cíl srovnat jednotlivé integrální transformace z hlediska použitelnosti pro kódování vědeckých obrazových dat. Pro takovou aplikaci (viz výše) není vhodné použít kvantizér založený na psychovizuálním vnímání. Vědecká data jsou právě typická tím, že nejsou vyhodnocovány lidským zrakem. Naopak slouží jako vstup pro další zpracování. Z tohoto důvodu jsme se rozhodli použít rovnoměrnou kvantizační funkci s proměnným počtem kvantizačních úrovní.

Převod vstupních dat

Z důvodu objektivního vyhodnocení kvantizační chyby je nutné převést spektra jednotlivých transformací na stejný rozsah hodnot. Původní rozsah V_R obrazových submatice (spektra) je určen vztahem

$$V_r = \max(\{|y\}^{\rho}_{\rho=1}^M) - \min(\{|y\}^{\rho}_{\rho=1}^M) \quad (8)$$

pro danou transformaci. Přepočtená obrazová data označím symbolem $|y']^{\rho}$ a převedu je na zvolený rozsah B (tj. počet úrovní v obrazovém signálu spektra integrální transformace)

$$|y_j^i]^{\rho} = |y_j^i] \frac{B}{V_r} \quad \begin{array}{l} i = 1, \dots, N_1 \\ j = 1, \dots, N_2 \\ \rho = 1, \dots, M. \end{array} \quad (9)$$

3.1 Fotometrická měření jasnosti

Pokud by zpracovávaná data byla určena pouze k vyhodnocení lidským zrakem, tak by výborně vyhovovalo některé z psychovizuálních kritérií. My si ovšem klademe za cíl zpracovat vědecká obrazová data a tedy je nutné zvolit hledisko objektivní - "nezávislé" na pozorovateli. Takovým kritériem by mohlo být například množství dopadající energie do roviny obrazového senzoru. V rekonstruovaném obraze vhodnou metodou [9], [2] lokalizujeme objekty a provedeme toto měření. V astronomii se hovoří o fotometrickém měření a na rozdíl od televizních parametrů [14] se tato energie vyjadřuje v magnitudách a barevných indexech [6], [7]. V praxi nejdříve pro každý lokalizovaný objekt určíme hodnotu [8]

$$B_v = \frac{\sum_{O_B} |x] - B_G}{K^2}, \quad (10)$$

kde sčítání probíhá přes všechny obrazové body v daném objektu². B_G je hodnota pozadí, kterou je potřeba od měřeného obrazového signálu vždy odečíst. V ideálním případě je to úroveň pozadí v bodech patřících objektu. Což se ovšem nesmírně obtížně určuje. K^2 je počet obrazových bodů obsažených v objektu. Potom magnitudu (jasnost) objektu (hvězdy) určíme ze vztahu

$$m = -2.5 \log \frac{B_v}{B_{v0}}, \quad (11)$$

kde B_{v0} je referenční hodnota.

4 Naměřené výsledky

Pro analýzu jsme si vybrali obrázek M42.d03 získaný 19. 3. 1999 21:01:21 UT systémem Bootes. CCD kamera byla umístěna v ohnisku dalekohledu Meade [5]. Expoziční doba 20 s bining modem 1:1. Vlastní obrazovou matici jsme rozdělili do bloků o rozměrech $N = 32$, tj. počet realizací náhodného jevu předpokládáme roven $M = 1536$. Bázi Karhunenovy - Loèveho transformace jsme spočítali na základě statistické analýzy těchto obrazových submatic.

Pro fotometrické měření jsme vybrali rozměr masky rovný 13 obrazových bodů. Spektrum každé integrální transformace jsme převedli na celkem $B = 10^5$ různých úrovní a postupně ve smyslu (9) redukovali počet možných úrovní signálu. Vliv tohoto defektu (zaokrouhlení) jsme sledovali na výše uvedených parametrech po provedení zpětné transformace. Naměřené výsledky - závislost δ_m , v závislosti na počtu kvantizačních úrovní jsou vyneseny v grafu na obr. 1.

5 Optimální velikost submatice

Z hlediska optimalizace výpočtu báze DKLT a dostatečné robustnosti navržených výpočetních metod je nutné provést analýzu výběru vhodných rozměrů submatice $N \times N$ rozkladového operátoru (1). K této analýze jsme si zvolil tři různá kritéria:

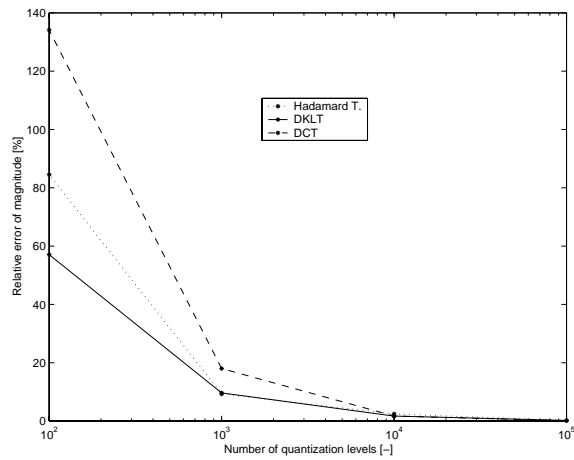
1. Doba rozkladu do submatic a přípravné práce pro výpočet DKLT.
2. Doba výpočtu vlastních čísel a vektorů kovarianční matice submatic spojené s dobou výpočtu DKLT.
3. Doba výpočtu zpětné DKLT.

Vlastní měření bylo prováděno za těchto podmínek:

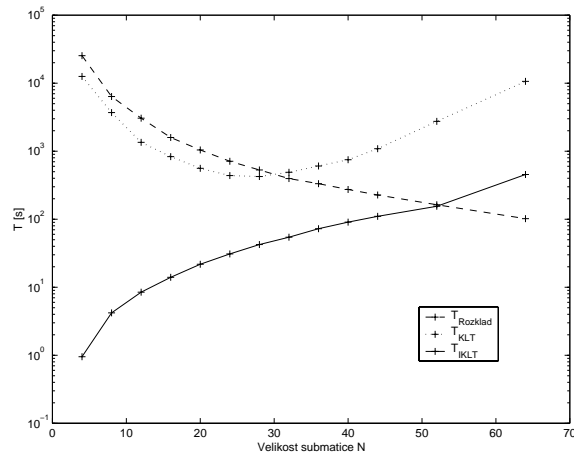
PC Celeron 333 MHz, 224 MB RAM, systém Windows NT 4.00 v programovém prostředí MATLAB verze 5.3.

Na obr. 2 je vidět srovnání jednotlivých dob výpočtu a jak je patrné z průběhu jednotlivých charakteristik optimální velikost submatice z hlediska zvolených kritérií je $N = 25 - 40$ obrazovými body.

²Pro praktickou implementaci je vhodné na objekt přiložit masku a sčítání provádět uvnitř této masky.



Obrázek 1: Chyba fotometrických měření δ_m rekonstruovaného obrazu v závislosti na počtu kvantizačních úrovní.



Obrázek 2: Srovnání doby výpočtu DKL T., doby rozkladu do submatic a zpětné DKL T. pro různě velké obrazové submatice.

6 Závěr

Provedené srovnání celkem 3 integrálních transformací - Hadamardovy, DCT a KLT ukazuje podnětné závěry pro další analýzy. Relativní chyba fotometrických měření také δ_m poukazuje na výhody KLT. Od celkem asi 10^4 kvantizačních úrovní se ostatní transformace k ní blíží. Vlastní obrazová data pak dosahují celkem vysoké měření fotometrických veličin. Výsledky měření provedené v této práci ukazují, že optimální velikost rozkládané submatice se pohybuje mezi $N = 25 - 40$ bereme-li v úvahu především optimalizaci výpočetní náročnosti na straně kodéru.

Výsledky této práce poukazují na dvě možná řešení komprese vědeckých obrazových dat. Rozdělení spektra do asi 10^4 kvantizačních úrovní nevnese do dalšího zpracování prakticky žádnou další chybu. Nebo použít KLT s malým počtem kvantizačních úrovní (10^2) a k vlastnímu kódování použít ještě rozdílovou obrazovou matici. Takový postup by měl přinést zvýšení kompresního poměru spolu se snížením (případně i vyloučením) dodatečné chyby měření. Velice zajímavou úlohou bude dále zkoumání vlivu redukce počtu kvantizačních úrovní na chybu v lokalizaci objektů a případně i volba nelineárního (adaptibilního) kvantizéru. Dalším krokem v analýze těchto kompresních metod by měla být také volba vhodných bezeztrátových kódovacích postupů respektující rozložení energie ve spektru diskretních integrálních transformací (Hadamardovy, DCT a především Karhunenovy-Loèveho) a případně i tvorba kódovacího slovníku.

Poděkování

Tato práce byla podpořena výzkumným programem No.4/98 : 212300014 "Výzkum v oblasti informačních technologií a komunikací" ČVUT v Praze.

Reference

- [1] Ahmed N., Rao K. R., *Orthogonal Transforms for Digital Signal Processing*, Springer - Verlag, New York, (1975).
- [2] Bernas M., Páta P., Workshop 97 part III., 941, ČVUT Praha, (1997).
- [3] Bernas M., Páta P., Hudec R., Rezek T., Castro - Tirado A. In: Gamma Ray Bursts, *AIP Conference Proceedings* New York: American Institute of Physics, pp. 864-868, (1998).
- [4] Bernas M., Páta P., Hudec R., Rezek T., *Astrophysical Letters & Communications*, **39**, [897]/429, (1999).
- [5] Castro-Tirado, A. J., Soldán J., Bernas M., Páta P., Rezek T., Hudec R., Sanguino T., M., De La Morena B., Berná B., Rodriguez J., Pena A., Gorosabel J., Más-Hesse J., Giménez A., *A & AS*, **138..583C**, (1999).
- [6] Johnson H. L., Morgan W. W., *ApJ*³ **86**, 522, (1951).

³ApJ - Astrophysical Journal

- [7] Johnson H. L., Morgan W. W., ApJ **117**, 313, (1953).
- [8] Páta P., Poster 97, IC 25, FEL ČVUT Praha, (1997).
- [9] Páta P., Bernas M., Workshop 98, část I., 295, FEL ČVUT Praha, (1998).
- [10] Páta P., Bernas M., Castro - Tirado A., Hudec R., In: Gamma Ray Bursts, *AIP Conference Proceedings* New York: American Institute of Physics, **in press**, (1999).
- [11] Páta P., Bernas M., Hudec R., Castro - Tirado A., 4rd INTEGRAL Workshop, Alicante, in press, (2000).
- [12] Páta P., Bernas M., Castro - Tirado A., Hudec R., Gamma Ray Bursts in the Afterglow Era - Second Workshop, Rome, in press, (2000).
- [13] Pratt W. K., *Digital Image Processing*, 2nd editon, John Wiley & Sons, Inc, (1991).
- [14] Vít V., *Televizní technika - přenosové barevné soustavy*, BEN - technická literatura, Praha, (1997).
- [15] Zvara K., Štěpán J., *Pravděpodobnost a matematická statistika*, matfyzpress, MFF UK Praha, (1997).

Autoři

Petr Páta

České vysoké učení technické, Elektrotechnická fakulta, katedra radioelektroniky
Technická 2, 166 27 Praha 6
e-mail: pata@feld.cvut.cz, tel.: +420.2.24352141, fax: +420.2.3119801

Karel Roubík

České vysoké učení technické, Elektrotechnická fakulta, katedra radioelektroniky
Technická 2, 166 27 Praha 6
e-mail: roubik@feld.cvut.cz, tel.: +420.2.24352248, fax: +420.2.3119801