

# VYUŽITÍ MATLABU PRO URČENÍ NEJISTOTY NEPŘÍMÉHO MĚŘENÍ FREKVENCE.

Radek Váagner, Miloš Sedláček

České vysoké učení technické v Praze  
Fakulta elektrotechnická

## 1. Úvod

Metoda nepřímého měření frekvence měří dobu periody signálu  $T_p$  a frekvenci signálu počítá jako převrácenou hodnotu  $f_p=1/T_p$ .

Základní metodou měření doby periody signálu je čítání vzorků mezi průchody signálu spouštěcí úrovní zvoleným směrem (tzv. spouštěm signálu). Možné vylepšení této metody spočívá ve zpřesnění polohy spouště lineární interpolací vzorků. Zpřesněná poloha spouště je vypočtena z dvojice vzorků před a po průchodu signálu spouštěcí úrovní porovnáním podobných trojúhelníků.

Pro charakterizování kvality měření se v posledních letech místo chyby měření používá tzv. nejistoty měření. *Nejistota měření* je definována jako parametr přiřazený k výsledku měření, který charakterizuje rozptyl hodnot. Tuto definici spolu s definicemi řady dalších pojmů a popisem pravidel určování nejistot měření v základních případech uvádí [1]. Základní charakteristikou je tzv. standardní nejistota, což je směrodatná odchylka veličiny, pro kterou se nejistota uvádí.

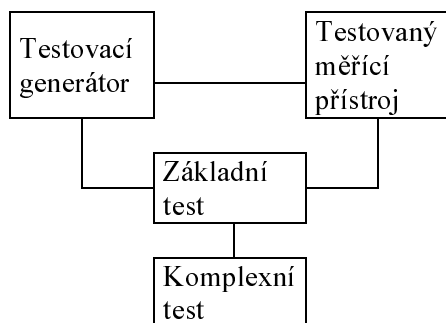
Nejistota měření při použití této metody je určena vzorkovací frekvencí, počtem bitů použitého AD převodníku, a tvarem sledovaného signálu. Zpřesnění je tím lepší, čím je lineární interpolace vhodnější pro daný typ signálu.

Pro určení nejistoty měření při použití této metody jsme si v MATLABu vytvořili testovací systém, který umožňuje provést simulaci, případně i realizaci potřebných měření pro statistické zpracování. Hlavní předpokládané měřené signály jsou obdélníkový ('rec'), trojúhelníkový ('tri') nebo sinusový ('sin') signál.

Kromě základních funkcí MATLABu [2] jsme ještě využili funkce Signal Processing Toolboxu [3].

## 2. Způsob využití programu MATLAB a toolboxů pro simulaci a měření

Prostředí MATLAB [2] a Signal Processing Toolbox [3] jsme využili pro vytvoření testovacího systému. Dosazením funkce simulující čítač za testovaný měřicí přístroj a funkce pro frekvenčně modulovaný obdélníkový ('rec'), trojúhelníkový ('tri') nebo sinusový ('sin') signál jsme pohodlně získali systém pro určení nejistoty nepřímého měření frekvence.



Obr.1. Blokové schéma testovacího systému

Testovací systém se skládá z testovacího generátoru, testovaného měřicího přístroje (čítače) a řídicího programu testu. Blok řízení základního testu je napsán jako funkce v MATLAB. Tato funkce je volána programem řízení komplexního testu (skript v MATLABu). Testovací generátor a testovaný měřicí přístroj (čítač) jsou pro účely simulace realizovány též jako funkce v MATLABu, ale při použití vhodných ovladačů (např. Data Acquisition Toolbox [4]) to mohou být i reálné přístroje..

Uvedené schéma je použitelné obecně. Program řízení základního testu může volat různé měřicí přístroje (např. číslicový voltmetr), k nimž zvolí vhodný testovací generátor.

Testovací generátor, měřicí přístroj a řízení základního testu původně nebyly realizovány jako samostatné funkce, ale jejich kód byl vložen přímo do jednoho skriptu. Postupně jejich kód rostl, např. k chirp signálu bylo třeba dodat synchronizaci, čítání vzorků se doplnilo o lineární interpolaci, atd.

Rostoucí kód testu si vyžádal rozdělení a tak vznikly samostatné funkce pro testovací generátor, měřicí přístroj a základní test. Jejich rozhraní se snaží co nejvíce napodobovat reálné přístroje.

Smyčka typu for, jejíž použití je v Matlabu neefektivní, se vyskytuje pouze v programu komplexního testu a při výpočtu synchronizačního signálu FM generátoru. Výpočetně nejnáročnější operace: generace a měření testovacího signálu smyčkou for neobsahují.

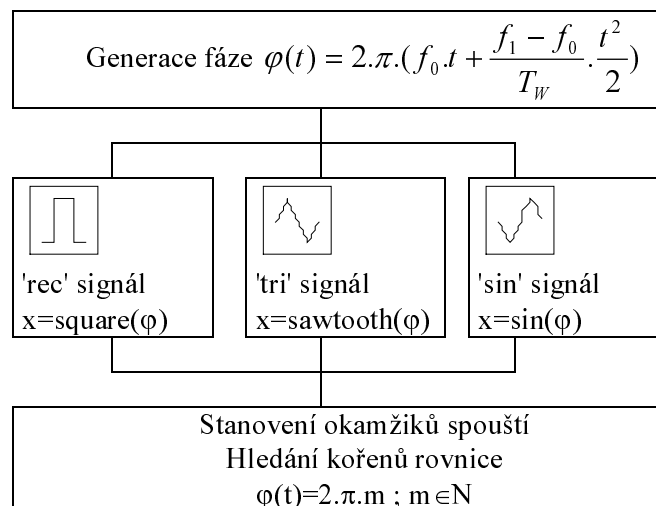
Při zpracování příspěvku byly využity také prameny [5] – [7].

### Testovací generátor

Pro simulaci frekvenčně modulovaného signálu v prostředí MATLAB jsme si vytvořili funkci FMTG.m (Frekvenčně Modulovaný Testovací Generátor). Její hlavička je:

```
[x, tr]=FMTG(t, f0, Tw, f1, sigtype)
```

Hlavička je podobná již definované funkci chirp, která generuje frekvenčně rozptýlený sinusový signál. Na časové ose, definované vektorem  $t$  se generuje signál  $x$ , jehož frekvence za dobu  $T_w$  přeběhne od  $f_0$  do  $f_1$ . Od chirp funkce se liší vstupním parametrem **sigtype**, který volí obdélníkový ('rec'), trojúhelníkový ('tri') nebo sinusový ('sin') signál. K výstupnímu signálu je přiložen vektor synchronizace **tr** (trigger), který obsahuje okamžiky vzestupného průchodu signálu nulou. Využíváme jej pro výpočet skutečných dob periody nebo pro externí synchronizaci simulovaných měřících přístrojů.



Obr.2. Vývojový diagram funkce FMTG.m

### Testovaný měřicí přístroj (čítač)

Pro simulaci čítače, měřícího dobu periody signálu, jsme si vytvořili funkci Counter.m. Její hlavička je:

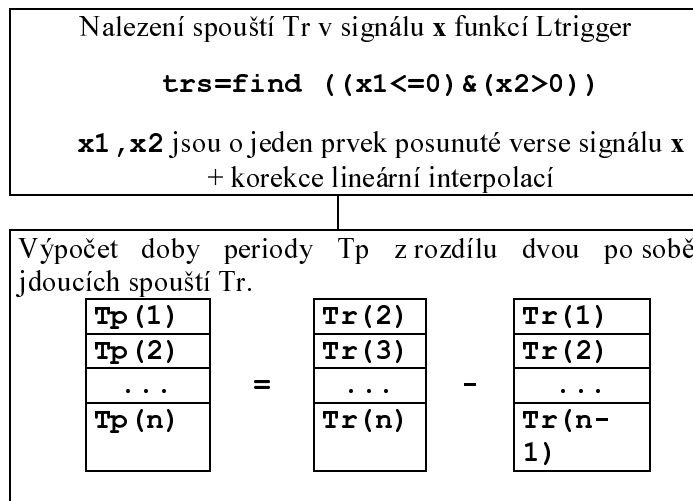
```
Tp=Counter(x, tr_level, tr_edge, interp)
```

Ve vstupním signálu  $x$  jsou nalezeny průchody úrovní **tr\_level** ve směru **tr\_edge** ('u' - náběžný, 'd' - sestupný). Výpočet spouštěcích okamžiků vychází z interpolace signálu mezi vzorky, zvolené parametrem **interp** (obdélníkový ('rec'), trojúhelníkový ('tri') nebo sinusový ('sin') signál). Při jiné než schodovité interpolaci se spouštěcí okamžiky mohou nacházet i kdekoli mezi vzorky. Rozdíl dvou po sobě jdoucích spouští představuje naměřenou dobu periody.

Pro hledání spouštěcích podmínek z průchodů nulou jsme si napsali spouštěcí funkci Ltrigger.m. Pro jiné spouštěcí podmínky bychom využili jinou spouštěcí funkci.

Pro simulaci kvantování signálu  $x$  na **b**-bitový  $xq$  v AD převodníku s rozsahem  $xr=[xrmin, xrmax]$  jsme si vytvořili funkci ADC.m s hlavičkou

```
[xq, x1]=ADC(x, b, xr);
```



Obr.3. Vývojový diagram funkce `Counter.m`

### Řízení základního testu

Pro řízení základního testu (testuje čítač v jednom konkrétním nastavení) simulovaného čítače jsme si vytvořili funkci `MCTtest.m` (Matlab Counter test). Její hlavička je:

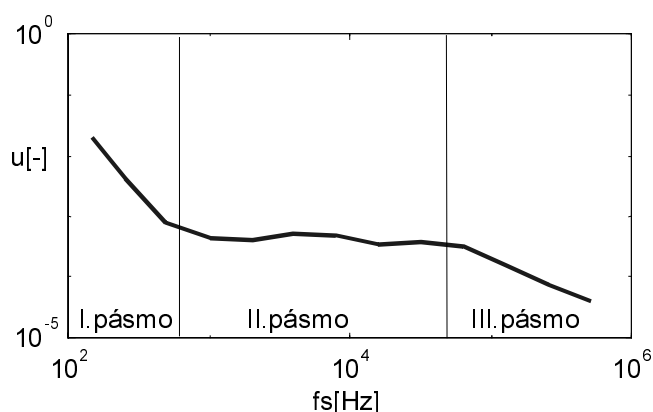
$$\mathbf{u} = \text{MCTtest}(\mathbf{f_s}, \mathbf{b}, \mathbf{f_0}, \mathbf{N_p}, \mathbf{sigtype})$$

Tato funkce nechá testovacím generátorem `FMTG.m` vytvořit asi  $N_p$  period testovacího signálu, rozmítaného okolo  $f_0$  přes jednu vzorkovací periodu danou vzorkovací frekvencí  $f_s$ . Tvar testovacího signálu je udán parametrem `sigtype`. Může být obdélníkový ('rec'), trojúhelníkový ('tri') nebo sinusový ('sin'). Ze synchronizačního signálu generátoru se spočtou skutečné doby periody  $T_{p_s}$ .

Potom je testovací signál zaslán do AD převodníku (funkce `ADC.m`), kde je nakvantován na  $b$  bitů a do čítače simulovaného funkcí `counter.m`. Z čítače získáme naměřené hodnoty  $T_{p_N}$ , které porovnáme se skutečnými  $T_{p_s}$ . Výsledkem srovnání je absolutní a relativní nejistota měření  $u$  a  $U$ .

### 3. Příklady výsledků testů

Grafy výsledků testů byly vygenerovány skriptem `CTdemo.m` (counter demo), který volá základní test `MCTtest.m` pro různý počet kvantovacích bitů a různou vzorkovací frekvenci.



Obr.4. Vyznačení frekvenčních pásem na křivce nejistoty (8bit ADC)

Má-li AD převodník jen 1bit, je to vlastně komparátor a lineární interpolace je neúčinná, stává se schodovitou. Pro vícebitové ADC lze křivky nejistoty v logaritmických souřadnicích v závislosti na vzorkovací frekvenci rozdělit na tři lineární úseky. Obrázek vlevo naznačuje příklad rozdělení křivky nejistoty 8-bitového ADC do 3 frekvenčních pásem.

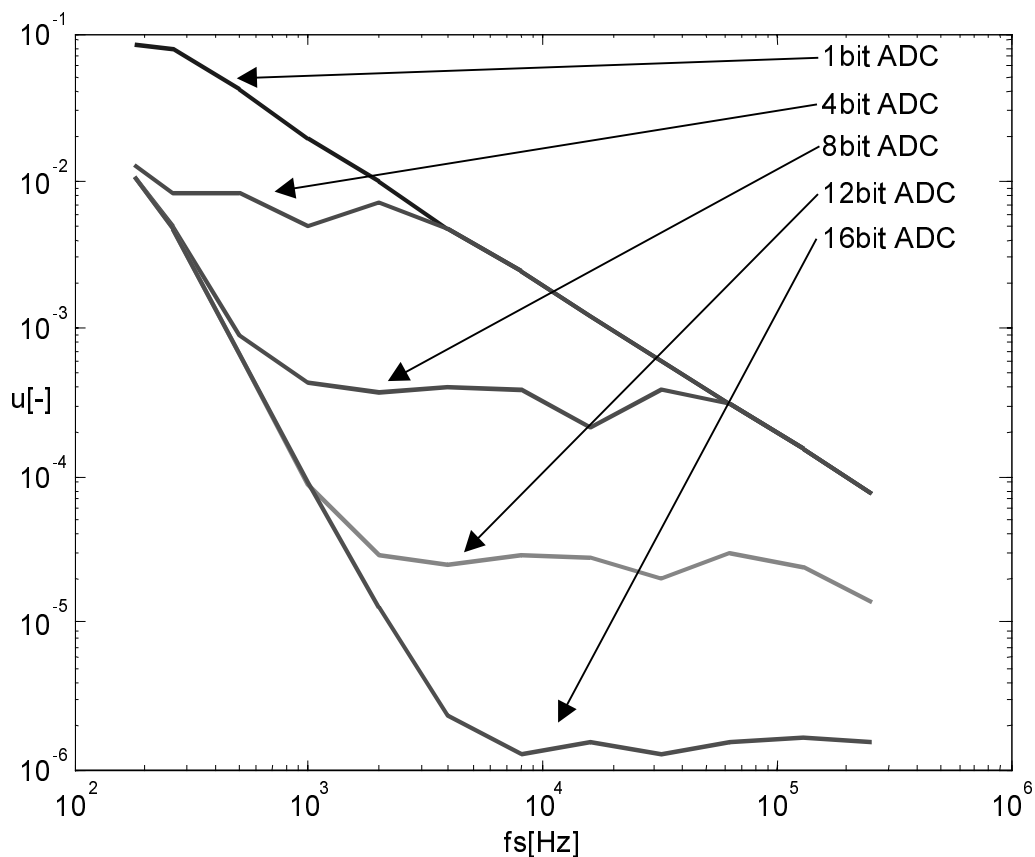
I.pásmo - pásmo nejnižších frekvencí. V tomto pásmu nejistota měření klesá s rostoucí vzorkovací frekvencí asi o 60dB na dekádu. Je způsobena nepřesností zvoleného typu interpolace pro daný signál, v našem příkladu nelinearitou sinusového průběhu. Nelinearita na kratší vzorkovací periodě klesá.

II.pásmo - pásmo středních frekvencí. V tomto pásmu nejistota měření klesá s rostoucím počtem bitů. Vliv nelinearity je již zanedbatelný, nejistota je způsobena hlavně kvantováním. Nejistota měření je v tomto pásmu v závislosti na vzorkovací frekvenci konstantní. Snížení vzorkovací chyby při vzrůstu vzorkovací frekvence je kompenzováno zvýšením kvantovací chyby.

III.pásmo - pásmo nejvyšších frekvencí. V tomto pásmu nejistota měření klesá s rostoucí vzorkovací frekvencí. Lineární interpolace se neuplatňuje, neboť změna měřeného signálu v tak krátké vzorkovací periodě je menší než dva kvantovací kroky.

### Sinusový signál měřený čítačem s lineární interpolací

Pro sinusový signál o frekvenci  $f_0$  v blízkosti 50Hz, jehož frekvence je měřena čítačem provádějícím lineární interpolaci uvádí relativní nejistotu měření frekvence  $u$  (z angl. *uncertainty*) v závislosti na vzorkovací frekvenci a počtu bitů AD převodu následující graf. Odhad nejistoty každého bodu v grafu byl stanoven z asi 100 měření.

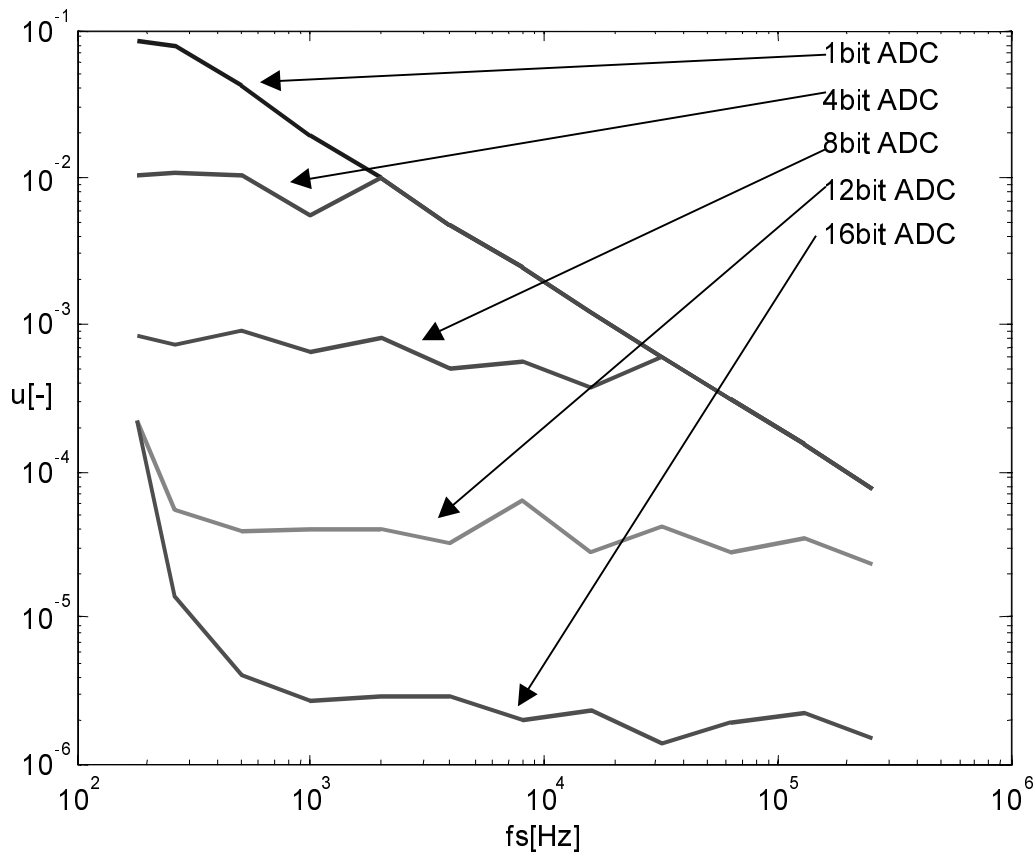


Obr.5. Nejistota měření frekvence sinusového signálu 50Hz čítačem s lineární interpolací

### Trojúhelníkový signál měřený čítačem s lineární interpolací

Změníme-li tvar signálu ze sinusového na trojúhelníkový, dostaneme pozměněný graf nejistoty.

Srovnáním křivek nejistoty pro trojúhelníkový a sinusový signál se potvrzuje výše uvedený fakt, že nejistota měření v I.pásmu je způsobena nepřesností zvoleného typu interpolace pro daný signál. Při lineární interpolaci trojúhelníkového signálu je interpolace ideální. Až pro  $f_s < 4 \cdot f_0$  se na nejistotě měření projeví zlom trojúhelníkového signálu ve špičce.



**Obr. 6.** Nejistota měření frekvence trojúhelníkového signálu 50Hz čítačem s lineární interpolací

#### 4. Závěr

Získané výsledky simulací mohou pomoci zvolit vzorkovací frekvenci a případně rozlišení AD převodníku při měření frekvence nebo doby jedné periody signálu buďto obyčejným čítačem, nebo čítačem vycházejícím z lineární interpolace signálu.

Zadaný požadavek na maximální dovolenou nejistotu měření se snažíme splnit co nejlevnějším a nejjednodušším AD převodníkem. Za optimální bod efektivního využití AD převodníku (dále pracovní bod AD převodníku) lze považovat přelom mezi I. a II. pásmem. Pracovní bod by se neměl dostat příliš hluboko ani do I. pásma ani do 2.pásma

Optimální pracovní bod AD převodníku lze odečíst z grafů. Např. s 16bitovým ADC dosáhneme minimální nejistoty měření sinusového signálu 50Hz při vzorkovací frekvenci asi 5kHz, s 12bitovým při asi 2kHz, s 8bitovým asi při 800Hz. Trojúhelníkový signál stačí měřit při  $f_s > 4 \cdot f_0$ .

V MATLABu navržený testovací systém nám díky své modulárnosti do budoucna umožní simulovat a vyhodnocovat nejistoty různých měřících metod s různě modifikovaných.

#### Poděkování

Příspěvek byl zpracován v rámci výzkumného záměru číslo J04/98:210000015 na ČVUT v Praze, podporovaného Ministerstvem školství, mládeže a tělovýchovy České republiky.

## **Literatura:**

- [1] Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement, ISO, Switzerland, 1993
- [2] MATLAB The Language of Technical Computing, Using MATLAB, Version 5, MathWorks, Inc., Natick, MA, USA, 1998
- [3] Signal Processing Toolbox For Use with MATLAB, User's Guide, MathWorks, Inc., Natick, MA, USA, 1998
- [4] Data Acquisition Toolbox For Use with MATLAB, User's Guide, MathWorks, Inc., Natick, MA, USA, 1999
- [5] J. Blaška, M. Sedláček: Využití MATLABu pro hodnocení metod měření nestacionárních veličin, Sb. konf. MATLAB 2000, Praha, listopad 2000, HUMUSOFT/Vyd. VŠCHT, str. 43 - 47
- [6] M. Sedláček: Zpracování signálů v měřicí technice. Vydavatelství ČVUT, Praha, 1998
- [7] V. Haasz, J. Roztočil, J. Novák: Číslíkové měřicí systémy. Vydavatelství ČVUT, Praha, 2000

**Kontaktní adresa:** Radek Vágner, Doc.Ing. Miloš Sedláček, CSc.  
České vysoké učení technické v Praze, Fakulta elektrotechnická, katedra měření,  
Technická 2, 166 27 Praha 6. Tel: (+420 2)2435 2177, fax: (+420 2) 311 9929  
E-mail: vagnerr@feld.cvut.cz, sedlaceM@feld.cvut.cz