

SIMULACE DYNAMICKÉHO CHOVÁNÍ MECHANICKÝCH SOUSTAV

J.Vondřich, E.Thóndel

Katedra mechaniky a materiálů, Fakulta elektrotechnická ČVUT, Praha

Úvod

Program Matlab a Simulink umožňuje u mechanických soustav simulaci vstupních a výstupních dat a tím také posouzení dynamického chování soustavy při různých provozních stavech. Na modelu mechanické soustavy nahrazující skutečné zařízení je možné simulovat různá zatížení, hnací jednotky, havarijní stavy apod. Numerické řešení je v častých případech jediné možné; experimentální měření bývá často například z časových a finančních důvodů nemožné.

Model dynamické mechanické soustavy je popsán soustavou diferenciálních rovnic druhého řádu. Numerické řešení je pak možné pomocí Matlabu, popř. Simulinku. Uvedený postup bude ukázán na příkladě strojního zařízení při uvážení různých druhů hnacích motorů a zátěže.

Modely hnacích motorů

Strojní zařízení je v nejčastějších případech poháněno asynchronními nebo stejnosměrnými motory. Momentovou charakteristiku asynchronního motoru (Klossova momentová charakteristika) je možné vyjádřit vztahem

$$M_m = 2s_Z s M_0 / (s_Z^2 + s^2), \quad (1)$$

kde $s = 1 - \omega / \omega_{SYN}$ je skluz vůči synchronní úhlové rychlosti ω_{SYN} , a s_Z je parametr, který udává hodnotu skluzu, při níž nabývá moment maximální hodnoty M_0 . Pro hodnotu $s_Z = 0,25$, je maximum momentu při $\omega_M = (1 - s_Z)\omega_{SYN} = 0,75\omega_{SYN}$. Momentová charakteristika M_h asynchronního motoru pro $M_0 = 200 Nm$ a $\omega_{SYN} = 314,16 s^{-1}$ je na Obr. 1.

Hnací moment M_h stejnosměrného motoru je rovněž možné popsat vztahem

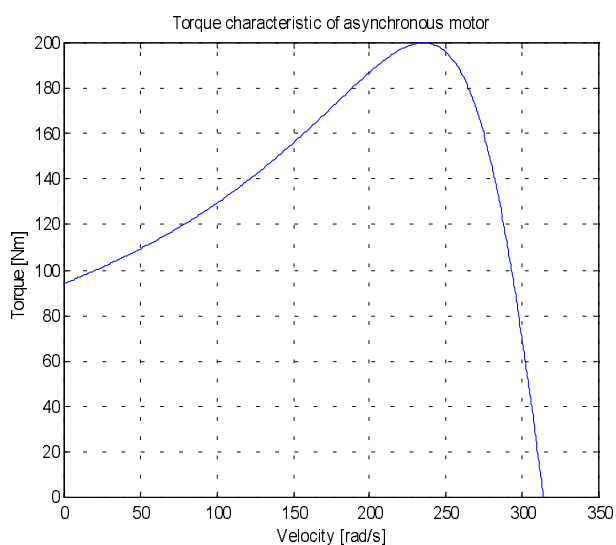
$$M_h = M_0 - B\omega, \quad (2)$$

kde M_0 ... rozběhový moment,

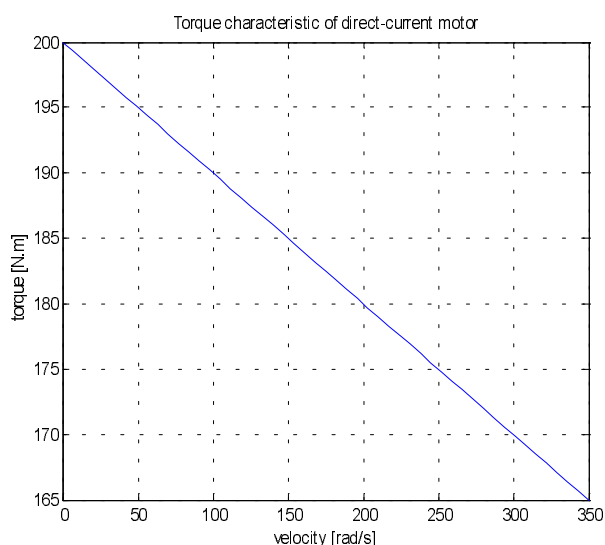
B ... konstanta,

ω ... úhlová rychlost motoru.

Rovnice (1) a (2) byly řešeny pomocí Simulinku. Průběh hnacího momentu stejnosměrného motoru M_h pro hodnoty $M_0 = 200 Nm$ a $B = 0,1$ je vyobrazen na Obr. 2.



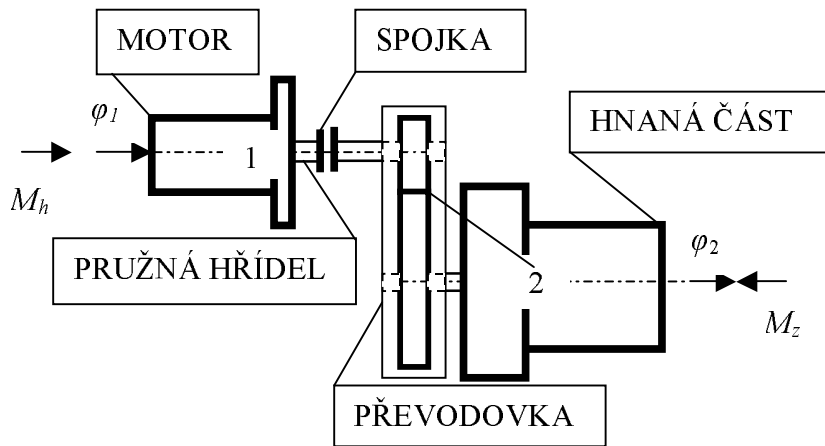
Obr.1 Moment asynchronního motoru



Obr.2 Moment stejnosměrného motoru

Model strojního zařízení

Strojní zařízení (Obr.3) se skládá s hnacího motoru, pružné hřídele, pružné spojky s nelineární charakteristikou, převodovky a poháněné části stroje. Náhradní model je dvoumotový torzní systém s dvěma stupni volnosti. φ_1, φ_2 .



Obr.3 Schéma strojního zařízení

Matematický model náhradní dvoumotové torzní soustavy je

$$I_1 \ddot{\varphi}_1 + b(\dot{\varphi}_1 - i\dot{\varphi}_2) + k(\varphi_1 - i\varphi_2) + b_c(\dot{\varphi}_1 - i\dot{\varphi}_2) + k_c(\varphi_1 - i\varphi_2) + d_c(\varphi_1 - i\varphi_2)^3 = M_h,$$

$$I_2 \ddot{\varphi}_2 - b(\dot{\varphi}_1 - i\dot{\varphi}_2)i - k(\varphi_1 - i\varphi_2)i - b_c(\dot{\varphi}_1 - i\dot{\varphi}_2)i - k_c(\varphi_1 - i\varphi_2)i - d_c(\varphi_1 - i\varphi_2)^3 i = -M_z, \quad (3)$$

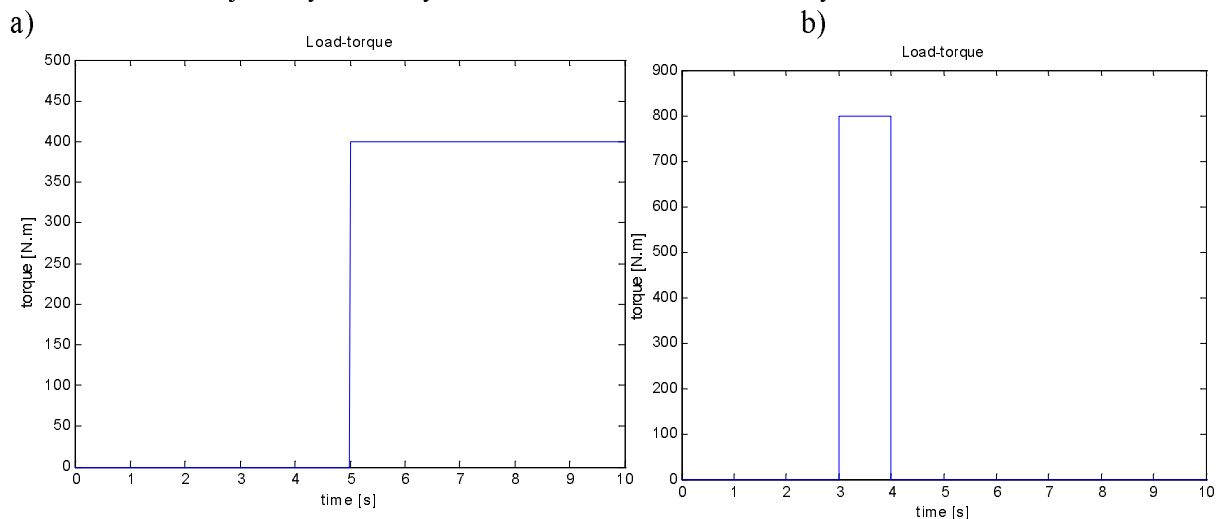
kde $k = G\pi d^4 / 32l$,

G - modul pružnosti hřídele, M_h - hnací moment motoru,
 d - průměr hřídele, M_z - zátěžový moment působící na hnanou část,
 l - délka hřídele, i - převod,
 k - konstanta tuhosti hřídele, I_1, I_2 - redukované momenty setrvačnosti motoru
 b - konstanta tlumení hřídele, a hnané části s převodovkou
 k_c, b_c, d_c - hodnoty popisující pružnost, tlumení a nelinearitu spojky

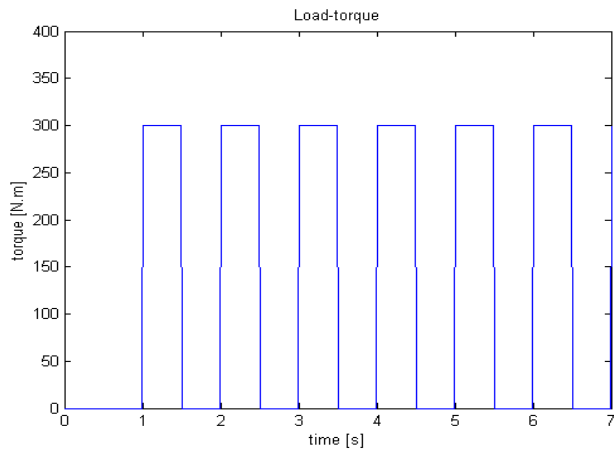
Rovnice (3) byly řešeny pomocí Matlabu.

Simulace zatěžovacích momentů

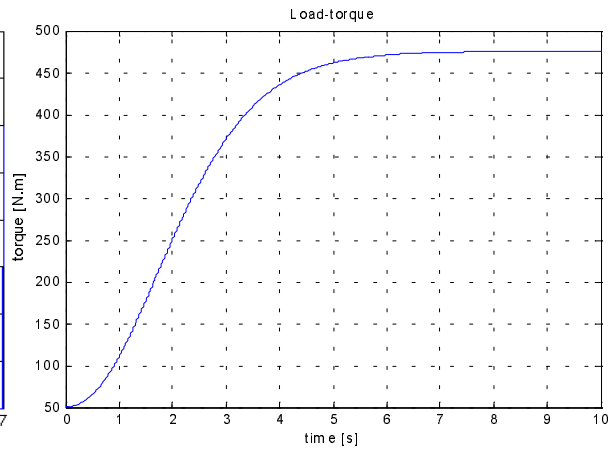
Na Obr.4 jsou vyobrazeny simulované zatěžovací momenty



c)



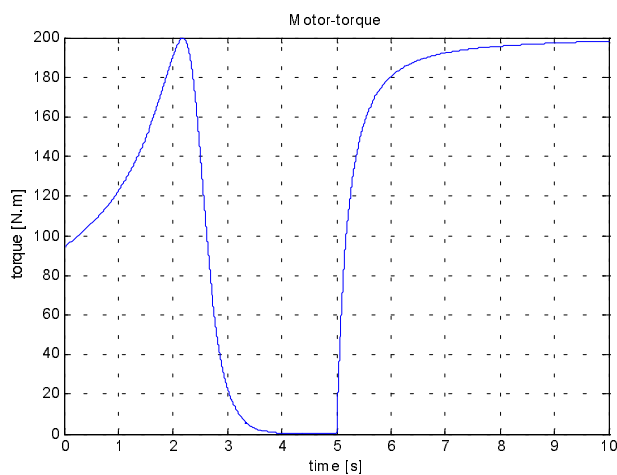
d)



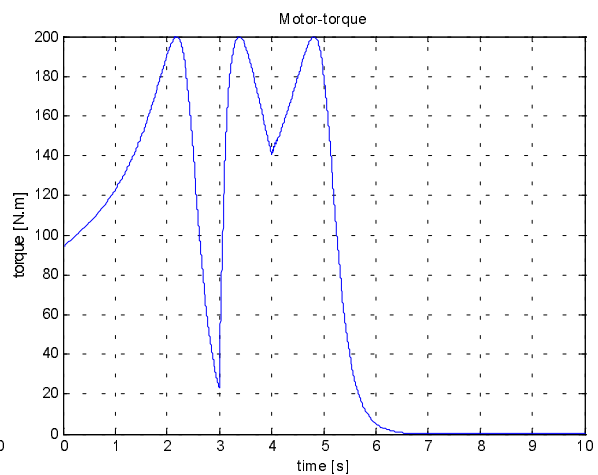
Obr.4 Zatěžovací momenty: a) přechodová charakteristika, b) obdélníkový skok, c) periodický obdélníkový skok, d) zátěž měnící se s čtvercem rychlosti (např. ventilátor, kompresor, čerpadlo apod.).

Hnací momenty asynchronního a stejnosměrného motoru respektující výše uvedené momenty zátěže jsou na Obr. 5 a Obr.6.

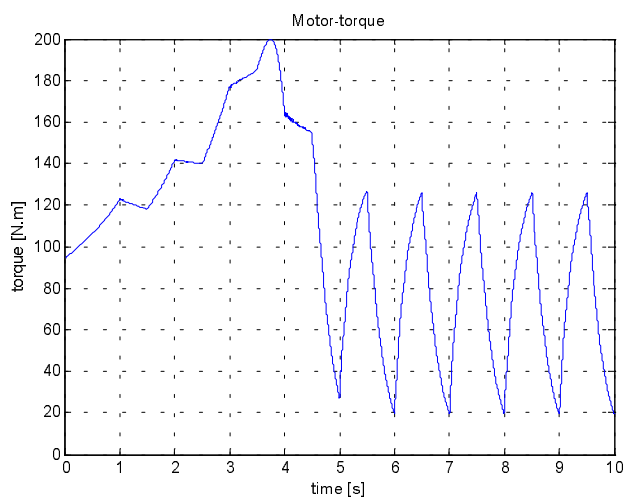
a)



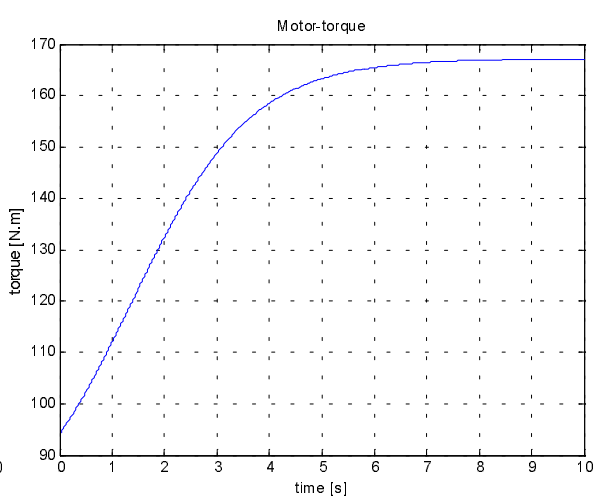
b)



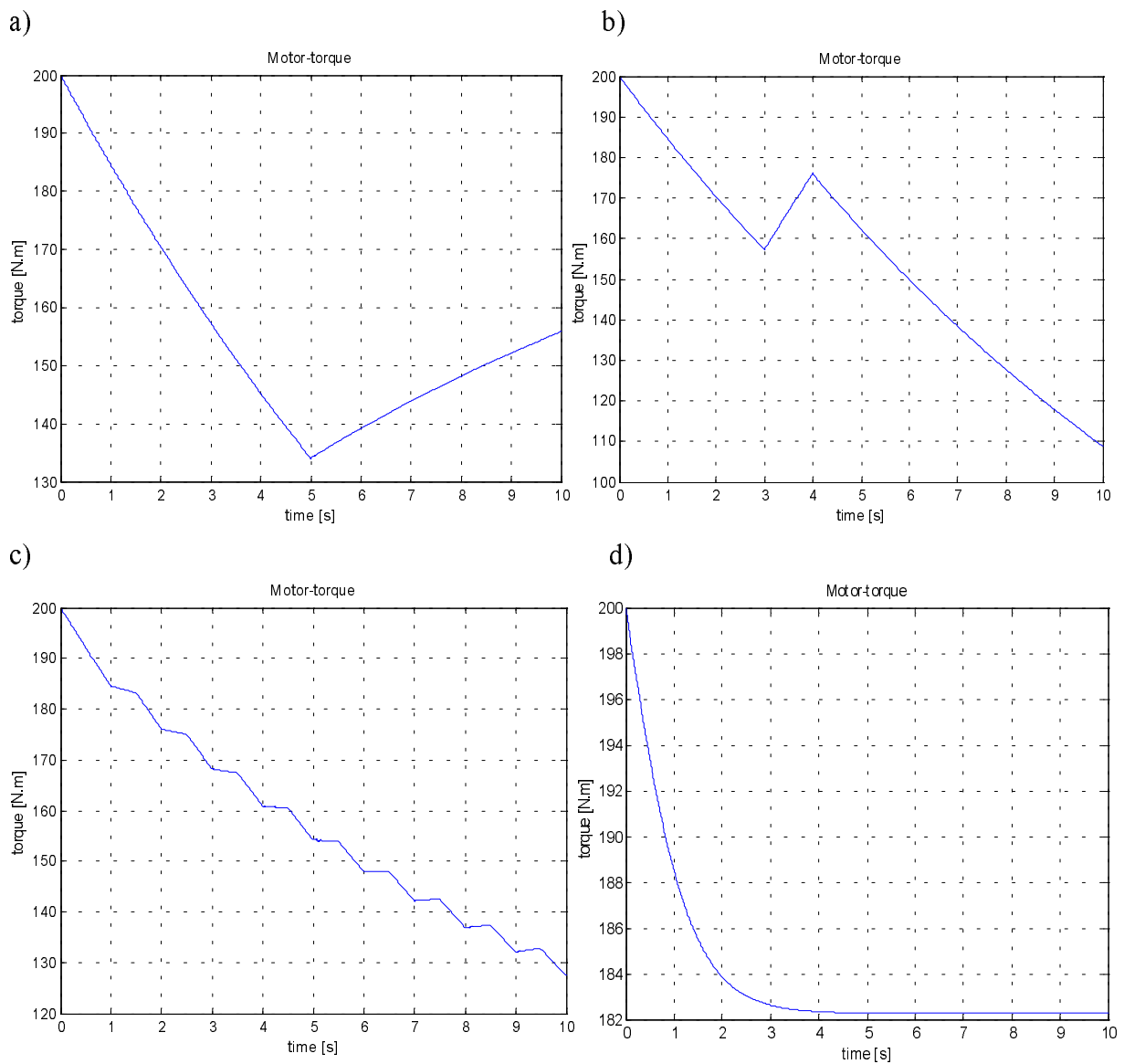
c)



d)



Obr. 5 Hnací momenty stroje poháněného asynchronním motorem respektující momenty zátěže a, b, c, d



Obr.6 Hnací momenty stroje poháněného stejnosměrným motorem respektující momenty zátěže a, b, c, d

Výsledky simulace

Parametry hřídele a spojky, společně různými druhy zátěžového momentu mají hlavní vliv na provozní chování stroje. Řešení bylo prováděno pro hodnoty:

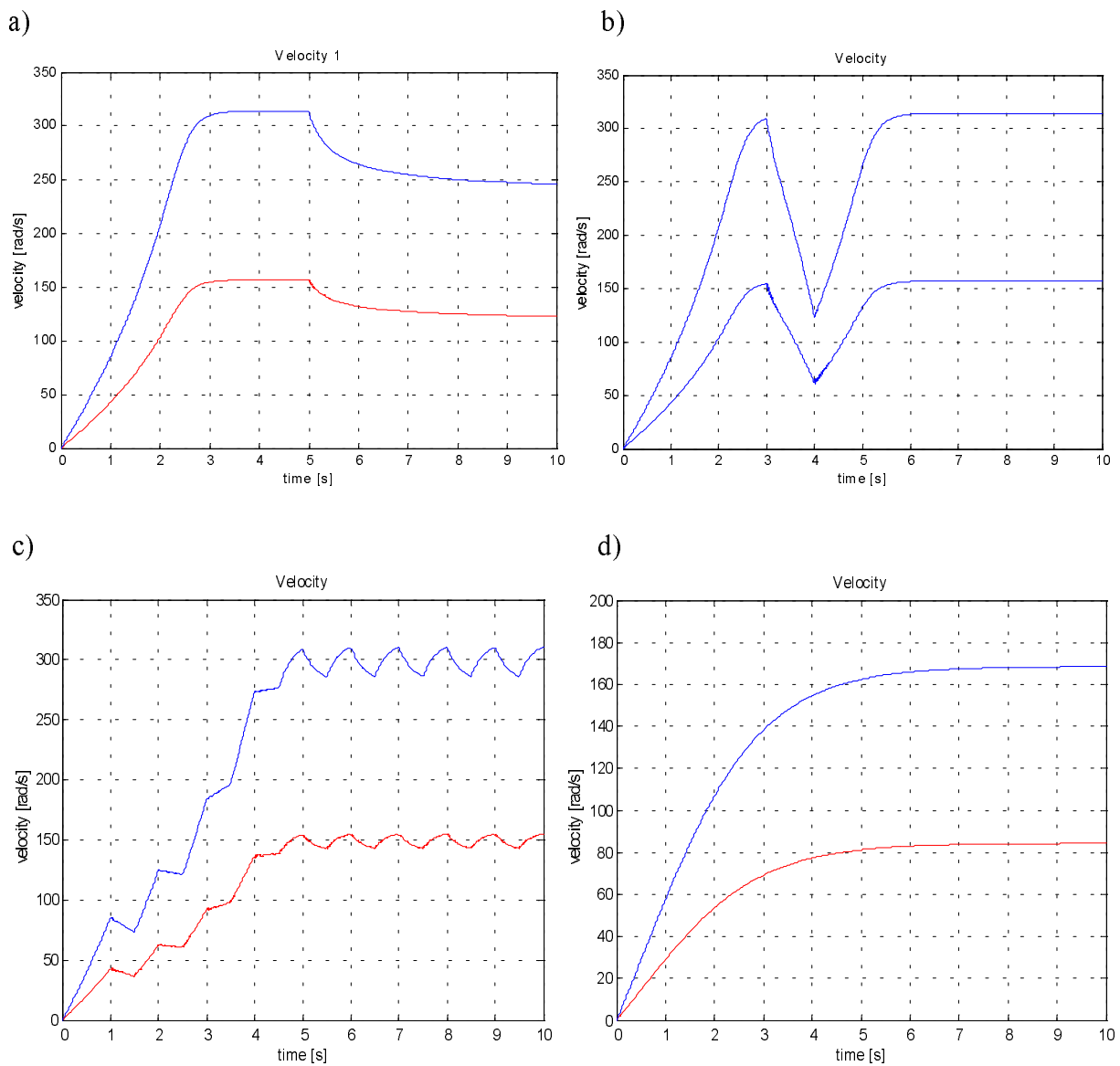
$$I_1 = 0,75 \text{ kgm}^2, I_2 = 2 \text{ kgm}^2, i = 2, G = 8 \cdot 10^{10} \text{ Nm}^{-2}, d = 25 \text{ mm}, l = 0,6 \text{ m}, b = 1 \text{ Nm}^{-1} \text{ s}, k = 5 \cdot 10^3 \text{ Nm}^{-1}, k_c = 5 \cdot 10^3 \text{ Nm}^{-1}, b_c = 1 \text{ Nm}^{-1} \text{ s}, d_c = 5 \cdot 10^5 \text{ Nm}^{-1}.$$

Obr. 7 a, b, c, d a Obr. 8 a, b, c, d ukazují průběhy úhlových rychlostí redukovaných hmot 1, 2 a momentů, kterým je namáhána spojka a hřídel pro alternativu stroje poháněného asynchronním motorem.

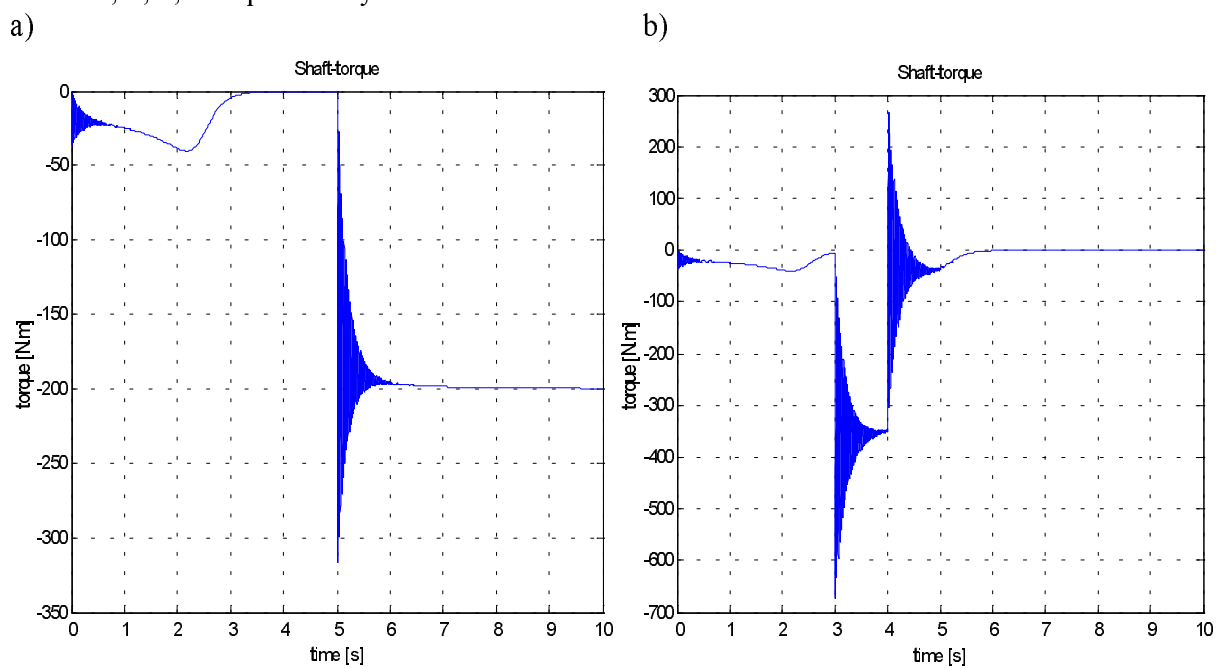
Obr.9 a Obr.10 ukazují průběhy úhlových rychlostí redukovaných hmot 1, 2 a momentů, kterým je namáhána spojka a hřídel pro alternativu stroje poháněného stejnosměrným motorem.

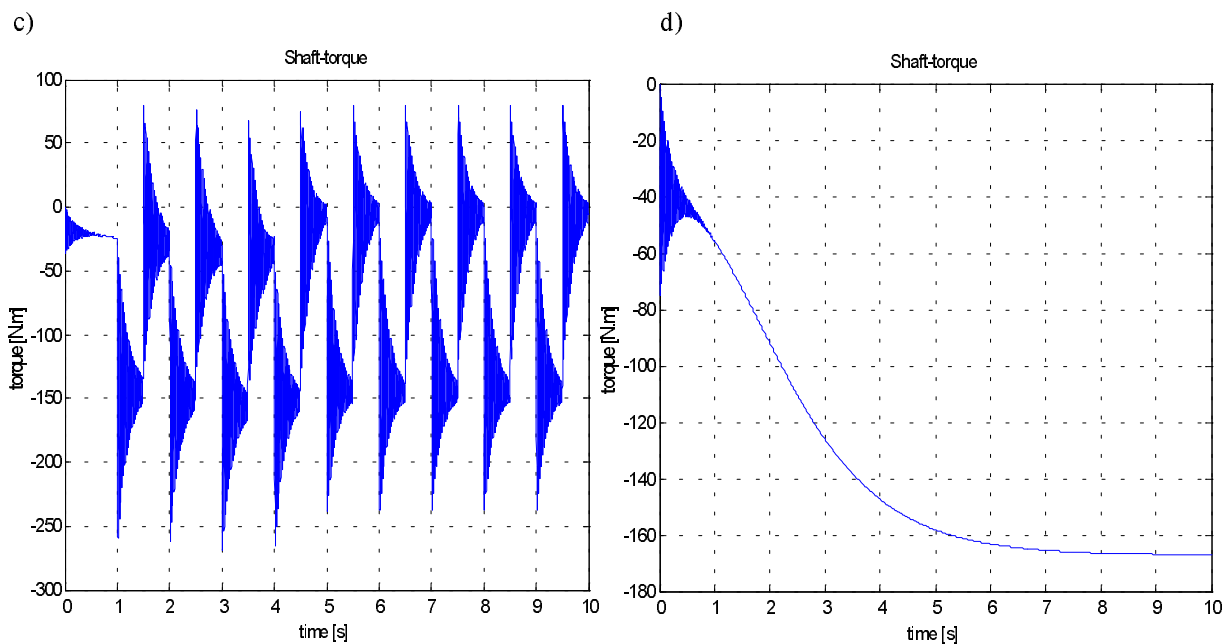
Výsledný moment namáhající spojku a hřídel je dán vztahem

$$M_{SC} = -b(i\dot{\varphi}_2 + \dot{\varphi}_1) - k(i\varphi_2 + \varphi_1) - b_c(i\dot{\varphi}_2 + \dot{\varphi}_1) - k_c(i\varphi_2 + \varphi_1) - d_c(i\varphi_2 + \varphi_1)^3. \quad (4)$$

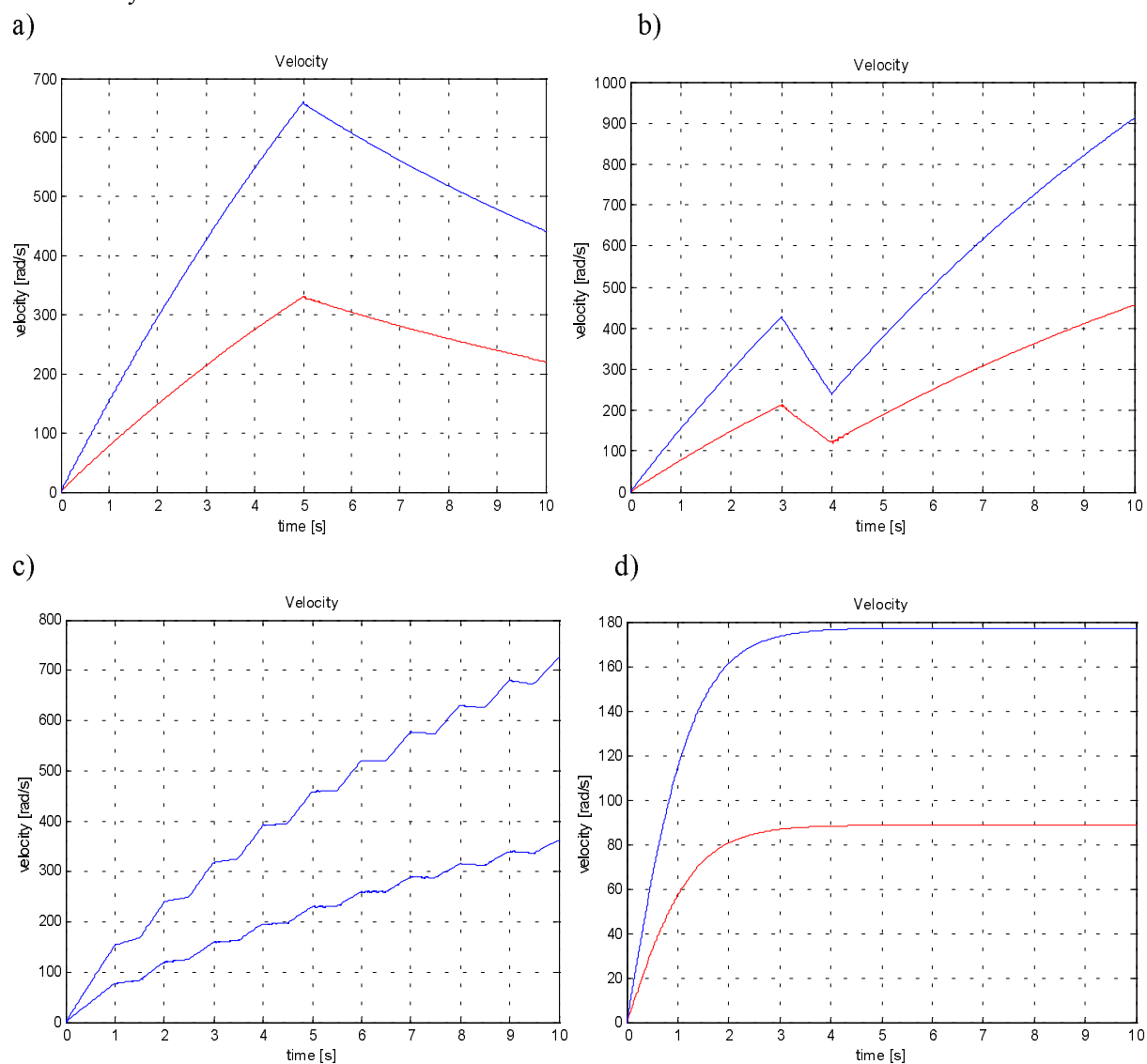


Obr.7 Průběhy úhlových rychlostí redukováných hmot 1,2 při simulaci zatěžovací momenty a, b, c, d a pohon asynchronním motorem

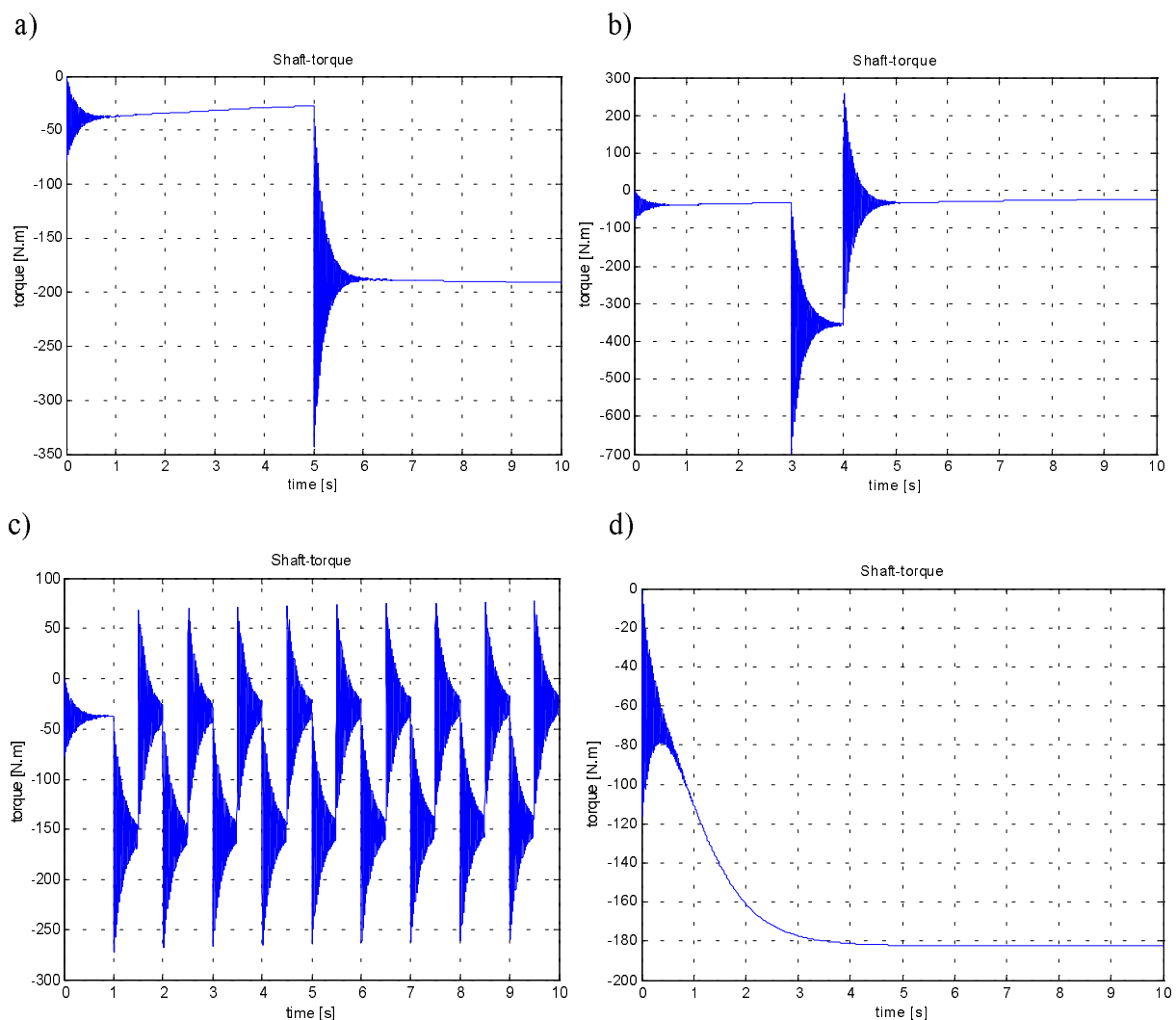




Obr. 8 Momenty ve spojce a hřídeli při simulaci zatěžovací momenty a, b, c, d a pohon asynchronním motorem



Obr.9 Průběhy úhlových rychlostí redukováných hmot 1,2 při simulaci zatěžovací momenty a, b, c, d a pohon stejnosměrným motorem



Obr.10 Momenty ve spojce a hřídeli při simulaci zatěžovací momenty a, b, c, d a pohon stejnosměrným motorem

Závěr

Numerické řešení na počítači pomocí výpočetního systému Matlab, popř. Simulink umožňuje simulaci různých provozních stavů. Je možné posoudit jaký vliv na chování stroje má pohon asynchronním a stejnosměrným motorem při různých druzích zátěže. Porovnáním průběhů úhlových rychlostí redukovaných hmot 1,2 jsou zřejmé při použití obou motorů vlivy zatěžovacích momentů, např. počátky a konce působení u skokových zatížení. Další simulací, například zvětšením hodnot maximálních zatěžovacích momentů, je možné posoudit vliv na průběhy úhlových rychlostí. Průběhy momentů působících ve spojce a hřídeli jsou při jednotlivých způsobech zatížení různé. Vliv různého druhu hnacího motoru není příliš patrný.

Uvedený postup numerického řešení mechanických, hydromechanických, termomechanických a dalších soustav, spojený se simulací různých provozních podmínek, je vhodný aplikovat ve výuce [1].

Literatura

- [1] J.Vondřich: Modely mechanických soustav s možností simulace provozních stavů řešených v Matlabu a Simulinku prezentovaných na webových stránkách. *Zpráva ke grantu IGS ČVUT č.CTU0216213, K312, Fakulta elektrotechnická, ČVUT Praha, 2002*

