

MODEL KONVEKČNÍHO TOPNÉHO TĚLESA

Ing. František Hruška, Ph.D

Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně, Institut informačních technologií

Uvod

Pro řešení problematiky tepelné pohody člověka [1] je nutno používat modelování všech základních zařízení a procesů techniky prostředí. Model je vytvářen pro procesy přestupů tepla u zdrojů tepla, procesy směšování ohřátého vzduchu zdrojem tepla se vzduchem v místnosti a procesy tepelných ztrát stěnami místnosti do venkovního prostředí. Všechny tyto procesy jsou vzájemně provázány a vytváří regulovanou soustavu.

Analýzu regulované soustavy jsme provedli nejdříve pro dílčí procesy soustavy a následně pro komplexní typické prostředí pracovního pokoje s konvekčním vytápěním, pro průmyslovou halu s teplovzdušným vytápěním a pro průmyslovou halu s vytápěním pomocí infračervených zářičů.

Jako zdroj tepla jsme v analýze dílčích soustav uvažovali s konvekčními otopnými jednotkami (radiátor, konvektor ap.), steplovzdušnými přímotopnými jednotkami na zemní plyn a s infračervenými zářiči. Dalšími procesy je směšování teplého vzduchu ze zdroje v prostoru prostředí a procesy přestupu tepla z vnitřního prostoru do vnějšího prostředí tj. tepelné ztráty. V příspěvku představuje část práce a to modelování konvekčního topného tělesa.

Model konvekčního topného tělesa

Konvekční topné těleso (dále jen těleso) jsme modelovali jako systém sdílení tepla mezi topnou kapalinou a ohřivanou vrstvou vzduchu. Vzorem nám byla metodika použitá pro rekuperační výměník v [2]. Schéma modelu je na obr. 1.

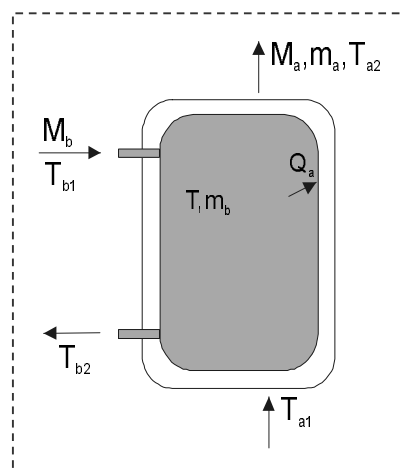
Topná kapalina, nejčastěji teplá nebo horká voda, o hmotnostním průtoku " M_b " a teplotě " T_{b1} " proudí vnitřním prostorem tělesa, kde je zádrž, tj. objem topné kapaliny o hmotnosti " m_b " a předává teplo přes teplosměnnou povrchovou plochu " S_q ". Výstupní teplota topné vody má hodnotu " T_{b2} ". Z vnější strany je teplosměnná plocha " S_q " obklopena vrstvou vzduchu, která se ohřívá a vlivem rozdílu měrné hmotnosti proudí přirozeným způsobem. Hmotnostní průtok vzduchu je " M_a ", jeho teplota při vstupu na povrch radiátoru je " T_{a1} " a po ohřátí při výstupu z radiátoru je " T_{a2} ". Předpokládá se dokonalé míchání topné kapaliny uvnitř prostoru radiátoru a vzduchu v mezní vrstvě radiátoru.

Tepelná bilance pro těleso je dána vztahem:

$$Q_a - M_a \cdot c_a \cdot (T_{a1} - T_{a2}) = m_a \cdot c_a \cdot \frac{dT_{a2}}{dt} \quad (1)$$

$$-Q_b + M_b \cdot c_b \cdot (T_{b1} - T_{b2}) = m_b \cdot c_b \cdot \frac{dT_{b2}}{dt} \quad (2)$$

kde Q_a	je tepelný výkon ohřevu vzduchu (W)
Q_b	je tepelný výkon topné kapaliny (W)
M_a	je hmotnostní průtok ohřátého vzduchu
M_b	je hmotnostní průtok kapaliny (kg/s)
m_a	je zádrž ohřátého vzduchu v mezní vrstvě tělesa (kg)
m_b	je zádrž topné kapaliny v tělese (kg)
c_a	je měrné teplo vzduchu (J/kg/K)



Obr.1: Schéma modelu konvekčního topného tělesa

c_b je měrné teplo topné kapaliny (J/kg/K)
 T_{a1}, T_{a2} je teplota ohřátého vzduchu (vstup, výstup) °C
 T_{b1}, T_{b2} je teplota topné kapaliny (vstup, výstup) °C.

Po zavedení hodnot s přírůstkem (např. $Q_a = Q_{a0} + \Delta Q_a$) a po převodu na bezrozměrné údaje podle [38] (např. $\varphi_{Q_a} = \frac{\Delta Q_a}{Q_0}$ tj. změna ku počáteční hodnotě) jsou výsledkem následující závislosti:

$$\varphi_{T_{a2}} = G_a(s) \cdot (\varphi_{Q_a} - \varphi_{M_a} + \varphi_{T_{a1}}) \quad (3)$$

$$\varphi_{T_{b2}} = G_b(s) \cdot (-\varphi_{Q_b} + \varphi_{M_b} - \varphi_{T_{b1}}) \quad (4)$$

$$\varphi_{Q_a} = W_{ab}(s) \cdot \varphi_{T_{b2}} - W_{aa}(s) \cdot \varphi_{T_{a2}} \quad (5)$$

$$\varphi_{Q_b} = -W_{ba}(s) \cdot \varphi_{T_{a2}} + W_{bb}(s) \cdot \varphi_{T_{b2}} \quad (6)$$

kte φ_i bezrozměrné veličiny teploty a tepelného výkonu

$$G_a(s) = \frac{1}{1 + T_{ma}s} \quad (7)$$

$$T_{ma} = \frac{m_a}{M_{oa}} \quad (8)$$

$$G_b(s) = \frac{1}{1 + T_{mb}s} \quad (9)$$

$$T_{mb} = \frac{m_b}{M_{ob}} \quad (10)$$

$$W_{jk}(s) = \frac{k_k}{1 + T_q s} \quad (\text{"jk" je "ab" nebo "ba"}) \quad (11)$$

$$W_{jj}(s) = k_j \frac{1 + T_k s}{1 + T_q s} \quad (\text{"jj" je "aa" nebo "bb"}) \quad (12)$$

$$k_j = \frac{S_q}{M_{jo.C_j}} \cdot \frac{1}{\frac{1}{\alpha_j} + \frac{1}{\alpha_k} + \frac{l_q}{\lambda_q}} \quad (\text{"j" je "a", "k" je "b"}) \quad (13)$$

$$k_k = \frac{S_q}{M_{ko.C_k}} \cdot \frac{1}{\frac{1}{\alpha_j} + \frac{1}{\alpha_k} + \frac{l_q}{\lambda_q}} \quad (\text{"j" je "a", "k" je "b"}) \quad (14)$$

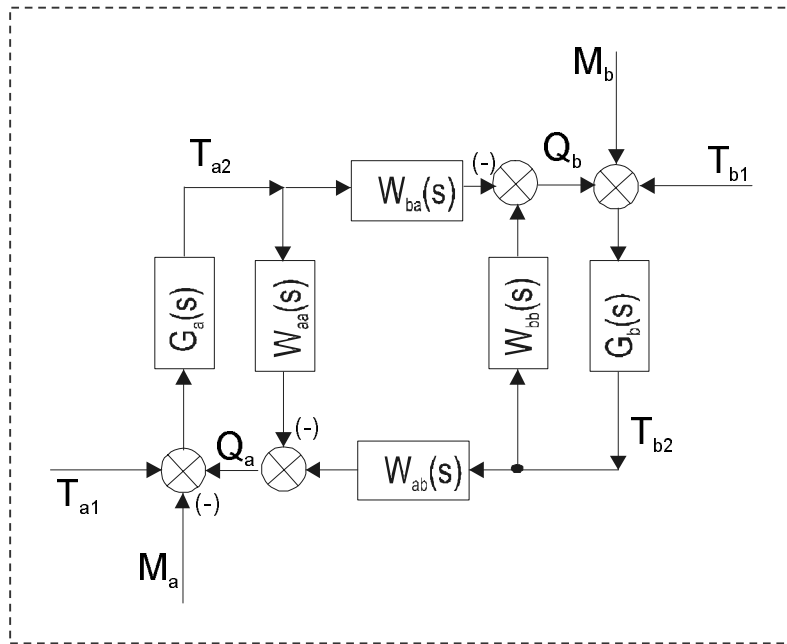
$$T_k = \left(\frac{1}{\alpha_k} + \frac{l_q}{\lambda_q} \right) \cdot \rho_q \cdot c_q \cdot l_q \quad (\text{"k" je "a" nebo "b"}) \quad (15)$$

$$T_q = \rho_q \cdot c_q \cdot l_q \cdot \frac{1 + \frac{(\alpha_j + \alpha_k)l_q}{2\lambda_{sq}} + \frac{\alpha_j \cdot \alpha_k \cdot l_q}{6\lambda_q^2}}{\alpha_j + \alpha_k + \frac{\alpha_j \cdot \alpha_k \cdot l_q}{6\lambda_q^2}} \quad (16)$$

Blokové schéma dynamických závislostí rovnic (3 až 6) je na obrázku 2. Znázorňuje vazby vstupní veličiny T_{b1} , M_b , T_{a1} , M_a na T_{b2} , T_{a2} pomocí přenosů $G_a(s)$, $G_b(s)$, $W_{aa}(s)$, $W_{bb}(s)$, $W_{ab}(s)$, $W_{ba}(s)$.

Ověření výsledného modelu konvekčního topného tělesa bylo provedeno pro typický radiátor v prostředí MATLAB a SIMULINK. Vstupní údaje byly vybrány pro ocelový radiátor o tepelném výkonu 1200 W.

Modelování jsme naprogramovali tak, že předmět simulace je definován v samostatném souboru prostředí MATLAB jako M-file. Vlastní simulační schéma jsme naprogramovali v prostředí SIMULINK. Simulační soubor se spouští přímo z M-file souboru. Pro konvekční tepelné těleso-radiátor jsme zpracovali soubor radiator.m a simulační soubor radiato.mdl.



Obr.2.: Blokové schéma dynamického systému konvekčního topného tělesa

Výpis zdrojového textu souboru radiator.m je v následujícím objektu textu obr. č.3.

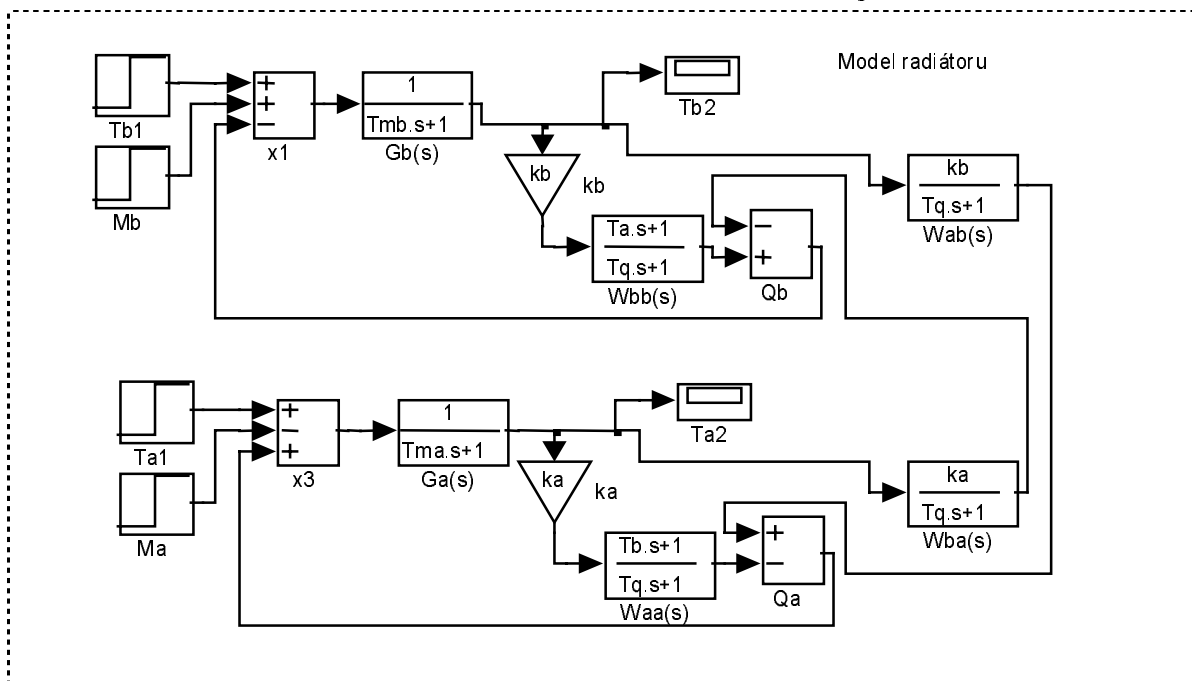
Obr.3.: Výpis zdrojového textu souboru radiator.m

```
%radiator
ma=0.1;M0a=0.1;ca=1010;alfaa=8;
%hmota(kg)mezni vrstvy,prutočna hmotnost(kg/s), měrné
teplo(J/kg/K),součinitel(W/m2/K) vzduchu na radiátoru
mb=10;M0b=0.043;cb=4186;alfab=50;
%hmota prostoru radiátoru,prutočné hmotnost, měrné teplo topné
vody radiátorem
lamdaq=62;cq=481;roq=7850;lq=0.002;sq=3;
%tep.vodivost, měrné teplo, měrná hmotnost,tloušťka,plocha stěny
radiátoru
%výpočty
Tma=ma/M0a; Tmb=mb/M0b;
ka=(sq/M0a/ca)/((1/alfaa)+(1/alfab)+(lq/lamdaq));
kb=(sq/M0b/cb)/((1/alfaa)+(1/alfab)+(lq/lamdaq));
Ta=(roq*cq*lq)*((1/alfaa)+(lq/lamdaq/2));
Tb=(roq*cq*lq)*((1/alfab)+(lq/lamdaq/2));
Tq=(roq*cq*lq)*(1+((alfaa+alfab)*lq/2/lamdaq)+(alfaa*
*alfab*lq/6/lamdaq^2))/(alfaa+alfab+(alfaa*alfab*lq/lamdaq));

%start simulace *.mdl
radiato
```

Soubor *radiator.m* obsahuje vstupní data pro simulační schéma a výpočty časových konstant a konstant zesílení. Blokové schéma odpovídajícího simulačního souboru radiato.mdl je na obr.4.

Obr. 4.: Blokové schéma simulační modelu konvekčního topného tělesa



Pro modelování a pro související výpočty jsou použita některá omezení, předpoklady a matematické vztahy:

Sdílení tepla z radiátoru je přirozenou konvekcí. Uvažuje se běžná reálná hodnota proudění. Pro radiátor se uvažuje tloušťka laminární mezní vrstvy $\delta = 4,64 \cdot \text{Re}^{-0,5}$, kde $\text{Re} = w_0 \cdot l / \nu$ do $3 \cdot 10^5$ je laminární, l je délka obtékání desky, turbulentní proudění je od $\text{Re} = 5 \cdot 10^5$.

Tloušťka laminární teplotní mezní vrstvy: $\delta_t = \delta \cdot \text{Pr}^{-0,33}$, kde Pr je Prandtlovo číslo.

Rychlostní laminární empirický profil: $w_x / w_0 = 3y / 2\delta - y^3 / 8\delta^3$, kde w_x , w_0 je rychlost proudění ve vzdálenosti x a v mezní vrstvě u tělesa, y je osa kolmá na proudění.

Teplotní laminární empirický profil: $t - t_w / t_0 - t_w = 3y / 2\delta_t - y^3 / 8\delta_t^3$, kde t , t_0 , t_w je teplota vypočtená, teplota prostředí, teplota v mezní vrstvě tělesa, y je osa kolmá na proudění.

Teoretická rychlost proudění působením rozdílem teploty je:

$$w_{\Delta T, x} = \sqrt{\frac{2gx(t_w - t_0)}{t_0}} = \sqrt{\frac{2gx(\rho_0 - \rho_w)}{\rho_w}}$$

kde t , t_0 , t_w je teplota vypočtená, teplota prostředí, teplota v mezní vrstvě u tělesa, x je osa proudění.

Při přirozené konvekcii platí Rayleighovo číslo:

$$\text{Ra} = \text{Gr} \cdot \text{Pr} = g \cdot \beta \cdot |t_w - t_0| \cdot l^3 \cdot \text{Pr}$$

kde t_w je teplota povrchu desky, t_0 je teplota prostředí, g je zrychlení, β je koeficient teplotní objemové roztažnosti.

Pro technickou praxi u svislé desky je dostatečné pro laminární oblast uvažovat Nusseltovo číslo:

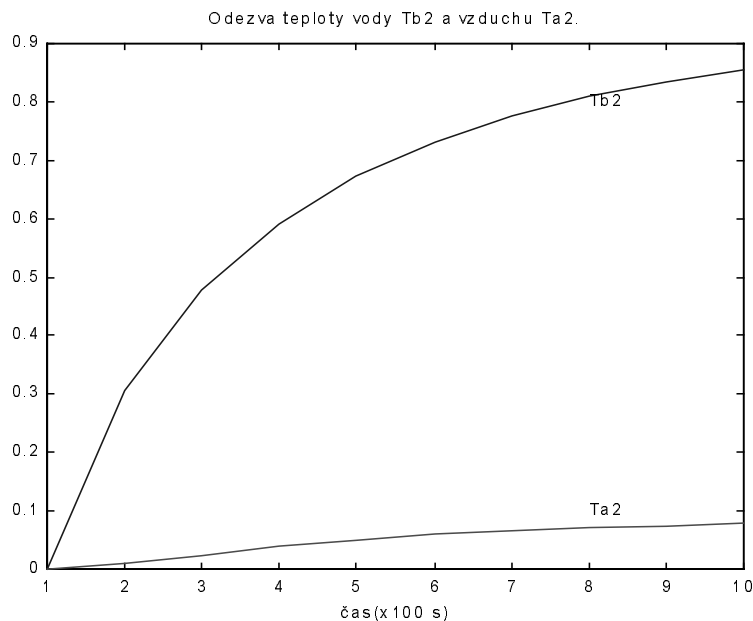
$$\text{Nu} = 2.8 / \ln(1 + 5,44 / \text{Ra}^{0,25})$$

a pro turbulentní (Ra nad 10^9)

$$Nu = 0,103 \cdot Ra^{0,33}$$

Výsledky simulace jsou zobrazeny na obr. 5. Je zobrazena odezva na jednotkovou skokovou změnu teploty T_{a1} . Výstup znázorňuje teplotu T_{b2} – vody z radiátoru a T_{a2} – ohřátého vzduchu v mezní vrstvě radiátoru.

Obr.6.5: Přechodová charakteristika odezvy soustavy radiátor na vstupní skokovou změnu T_{a1}



Závěr

Příspěvek ukazuje na příklad aplikace prostředí Matlab a Simulink při vývojové práci. Jeho použití se významně osvědčilo při řešení celého komplexu.

Literatura

- 1] HRUŠKA, F. Sledování a řízení parametrů tepelné pohody. AUTOMA, 2001, č.4, s. 61-63. ISSN 1210-9592
- 2] ČERMÁK, J.-PETERKA, V.-ZÁVORKA, J. Dynamika regulovaných soustav v tepelné energetice a chemii. Praha: Academia, 1968.
- 3] HRUŠKA, F. Modelování tepelné pohody v prostředí MATLAB. In: Sborník příspěvků 9. ročníku konference MATLAB 2001, s. 103-105. ISBN 80-7080-446-7. Praha, ČR, 11.10.2001, Humusoft Praha.

Kontaktní informace:

Ing. František Hruška, Ph.D.

Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně

Institut informačních technologií

Mostní 5139, 76001 Zlín

Tel. +420 57603 3102, Fax. +420 57603 3333

Email: hruska@ft.utb.cz

URL: www.ft.utb.cz/people/hruska