

# ANALÝZA AKUSTICKÝCH PARAMETRŮ ZVONU Z KOSTELA SV. TOMÁŠE V BRNĚ

*Smutný Jaroslav, Pazdera Luboš*  
Vysoké učení technické v Brně, fakulta stavební

## Abstrakt

Příspěvek popisuje měření a analýzu akustických parametrů při zvonění zvonu z kostela sv. Tomáše v Brně s cílem charakterizovat působení akustické energie na obsluhu a konstrukci zvonice.

K analýze naměřených akustických parametrů byl využit program Matlab a knihovna Signal Processing Toolbox. V příspěvku je prezentována základní analýza akustických signálů v časové, frekvenční a časově frekvenční oblasti.

## 1. Úvod

Měřený zvon je umístěn v kostele Sv. Tomáše v Brně. Vznik tohoto kostela je spojen s rodem Lucemburků. Jan Jindřich, bratr Karla IV., založil klášter augustiniánů eremitů zasvěceného Zvěstování Panny Marie a svatému Tomáši apoštolu v Brně. Dle zakládací listiny z roku 1350 jej umístil na předměstí poblíž kostela sv. Jakuba. Založení kláštera potvrdil papež Inocenc VI. bulou vydanou 18.7.1356 v Avignonu.

Krátce před rokem 1400 byla stavba kostela dokončena. S dokončením stavby byl kostel bohatě vybaven inventářem, který však byl v průběhu století zničen. Přesto se dodnes zachovala nádherná pieta horizontálního typu, která byla vytesána kolem roku 1385 z opuky.

Markrabě Jošt spolu s bratrem Prokopem daroval kostelu dnes nejstarší a největší zvon v Brně v roce 1393. Zvon ulil vídeňský zvonař Johannes z Eystetu a nese nápis: "Ke cti Boha všemohoucího a jeho rodičky Panny Marie, svatého Tomáše apoštola, slavná knížata Jošt a Prokop ... markrabata moravská, 1393" v latině.

## 2. Teoretický úvod

Po provedeném rozboru problematiky, realizovaných kontrolních měřeních a výpočtech, bylo použito k analýze akustické odezvy následujících metod a parametrů:

1. hladiny impulsního hluku  $L_{pk}$  - maximální hodnota akustického tlaku detekovaná v měřeném intervalu
2. časového zobrazení průběhu okamžité hodnoty hladiny hluku
3. frekvenční analýzy s využitím průběhu spektrální výkonové hustoty v lineárních a logaritmických osách (pro přechod z časové do frekvenční oblasti byl použit algoritmus rychlé Fourierovy transformace.)
4. časově-frekvenčních metod spektrální analýzy (pro přechod z časové do časově-frekvenční oblasti byl použit algoritmus STFT\*)
5. časových řezů z vypočtené matice STFT
6. frekvenčních řezů z vypočtené matice STFT

---

\* STFT - Short Time Fourier Transform, volně přeloženo Krátkodobá Fourierova transformace

## 2.1. Frekvenční analýza

K frekvenční analýze byla použita Welchova metoda. Tato metoda je založena na použití diskrétní Fourierovy transformace (DFT resp. FFT<sup>†</sup>) aplikované na naměřená data, na následném výpočtu kvadrátu modulu a vhodném průměrování. Dílčí spektrogram je určen vztahem:

$$S_i[k] = \frac{1}{U \cdot M^2} \cdot \left| \sum_{m=0}^{M-1} x[m + i \cdot M] \cdot w[m] \cdot e^{\left(\frac{-j2\pi mk}{M}\right)} \right|^2, \quad (1)$$

kde

$$U = \frac{1}{M} \cdot \sum_{m=0}^{M-1} w^2[m] \quad (2)$$

$U$  je norma vektoru okénkové funkce,  $w[m]$  je okénková funkce,  $x$  představuje digitalizovaný signál,  $k$  počet segmentů,  $M$  počet dat v segmentu a  $j$  je imaginární jednotka.

Výsledný vyhlazený odhad se získá průměrováním dle vztahu

$$\hat{S} = \frac{1}{k} \cdot \sum_{i=0}^{k-1} S_i[k]. \quad (3)$$

Je vhodné poznamenat, že frekvenční analýza aplikovaná na měřený signál poskytuje informaci o všech frekvenčních složkách obsažených v celém odezvoovém signálu.

## 2.2. Časově frekvenční analýza

Pro určení časové lokalizace frekvenčních komponent nelze použít klasický postup frekvenční analýzy, ale je nutné využít jiný transformační postup, případně jinou výpočetní metodu. Jedním z možných postupů, jak analyzovat časový výskyt frekvenčních složek přechodových a nestacionárních signálů, je použití Krátkodobé Fourierovy transformace. Tato lokalizuje frekvenční složky v čase s konstantním (lineárním) rozlišením. Základním principem je rozdělení signálu na dostatečně malé realizace, u nichž je možno předpokládat dostatečnou stacionaritu (ergodicitu). To je provedeno multiplikací jisté okénkové funkce a signálu. Na každém takovém výřezu je provedena Fourierova transformace (FT). Okénko se posouvá v čase. STFT poskytuje kompromis mezi časovou a frekvenční reprezentací signálů. Její definiční integrál je

$$STFT(t', f) = \int_{-\infty}^{\infty} [x(t) \cdot g^*(t - t')] \cdot e^{-j2\pi f(t - t')} \cdot dt, \quad (4)$$

kde  $g$  je okénková funkce,  $*$  komplexní konjunkce,  $t'$  časové posunutí okénka,  $x(t)$  je časová reprezentace signálu a  $STFT(t', f)$  je jeho časově-frekvenční reprezentace.

Protože Krátkodobá Fourierova transformace je počítána Fourierovou transformací okénkem upraveného signálu, je při prezentaci výsledků často používán přepočtené amplitudové spektrum, spektrální výkon nebo spektrální výkonovou hustotu. Je nutno podotknout, že je vhodné časově frekvenční zobrazení spektra doplnit o případné frekvenční a časové řezy. K tomu účelu byl sestaven a naprogramován v jazyce Matlab algoritmus generující příslušné řezy z celkové matice Krátkodobé Fourierovy transformace.

Výsledky analýz zobrazují uvedené obrázky, které jsou tvořeny čtveřicí grafů. Vlevo nahoře je zobrazen časový průběh amplitudy změny tlaku. Další grafy uvádějí aplikace Fourierovy transformace na tento signál.

---

<sup>†</sup> FFT – Fast Fourier Transform – rychlý algoritmus diskretní Fourierovy transformace

Vpravo nahoře je spektrální analýza s využitím Welchovy vyhlazovací metody. Hodnoty změny tlaku jsou uvedeny v dB vzhledem k maximální hodnotě amplitudy.

V dolní části obrázku jsou 3D zobrazení časově-frekvenčního průběhu akustického tlaku (vlevo) resp. hladiny akustického tlaku (vpravo). Tato spektra byla vypočtena pomocí Krátkodobé Fourierovy transformace (STFT). Graf vlevo dole znázorňuje průběh tlaku v Pa, kdežto graf vpravo dole zobrazuje tentýž průběh avšak v dB tj. hladinu akustického tlaku. Poznamenejme, že základní uvažovaný tlak je 20  $\mu\text{Pa}$ :

$$L_p = 20 \log\left(\frac{p}{2 \cdot 10^{-5}}\right), \quad (5)$$

kde  $L_p$  je hladina akustického tlaku [dB] a  $p$  je akustický tlak [Pa]. Hodnoty akustického tlaku resp. hladiny akustického tlaku jsou znázorněny odlišnými barvami resp. odstíny šedi. Poznamenejme, že maximální hodnota je barvy černé.

Dále byly k analýze použity časové a frekvenční řezy z časově-frekvenční analýzy. Řezy v čase jsou provedeny v čase 1 s, 2 s, 4 s a 8 s a zobrazeny ve čtveřici grafů. Řezy ve frekvencích jsou uvedeny na vybraných význačných frekvenčních složkách.

### 3. Experiment a jeho analýza

Měření akustických veličin bylo provedeno analyzátozem Pulse od firmy Bruel&Kjaer. Mikrofon byl umístěn ve vzdálenosti 2 m od zvonu v polovině výšky zvonu. Rozeznění zvonu bylo provedeno přirozeným způsobem, tedy úderem srdce z definované výšky. Výsledkem měření byl nasnímaný a digitálně zaznamenaný elektrický signál úměrný amplitudě akustického tlaku v místě polohy mikrofonu. Tento signál byl z důvodu vyhodnocení transformován do programového prostředí Matlab.

Na obr. 1 vidíme základní grafy pro vyhodnocení. Graf vlevo nahoře ukazuje časový průběh akustického tlaku po dobu 20 s. Je zde patrný útlum signálu z hodnoty 10 Pa o jeden řád za 15 s. Graf vpravo nahoře ukazuje jednotlivé frekvenční složky, které zvon generuje. Tento graf určuje závislost hladiny akustického tlaku na frekvenci. Význačné složky jsou na frekvencích 110 Hz, 230 Hz a 270 Hz, případně 670 Hz, které dosahují hodnoty o méně než 40 dB nižší než maximální hodnota. Spodní grafy pak ukazují časově frekvenční závislost tlaku (graf vlevo dole) resp. hladiny akustického tlaku (graf vpravo dole).

Z časově frekvenčních průběhů můžeme sledovat výskyt výše uvedených frekvenčních složek v čase. Nejdéle se v signálu vyskytuje složka 110 Hz, která je velmi úzká. Také složky kolem frekvence 230 Hz mají dlouhé trvání. Ostatní složky se v delším časovém úseku již tolik neuplatní. Ze změny frekvenčních spekter (grafy na obr. 2) v čase lze usuzovat na relativně rychlý pokles vyšších frekvenčních složek. To je zřejmé z porovnání grafů pro 1 s (vlevo nahoře) a grafů pro 8 s (vpravo dole). Ze všech čtyř grafů je patrný významný pokles jednotlivých špiček v oblasti nad 400 Hz.

Frekvenční řezy (obr. 3 až 6) ukazují, že útlum frekvencí je přibližně lineární. Poznamenejme, že se jedná o grafy závislosti hladiny akustického tlaku na čase pro zvolenou frekvenci. Tedy při aplikaci na akustický tlak se jedná o exponenciální tlumení, které lze dle teorie očekávat. Jak můžeme usoudit z tabulky 1, která byla vytvořena z grafů na obr. 3 až 6, mají vyšší frekvence podstatně vyšší útlum.

frekvence [Hz]	útlum o 20 dB za [s]	útlum [dB/s]
110	20	1
230	12	1,7
270	8	2,5
670	5	4

**Tab. 1** Útlum na vybraných frekvenčních složkách

#### 4. Závěr

K analýze měřených signálů bylo s výhodou využito velmi flexibilního prostředí programového produktu Matlab, resp. jeho knihovnicích funkcí. Z příspěvku je zřejmé, že tento systém je možné výhodně využít nejen pro teoretické výpočty, ale i pro analýzu reálně změřených veličin.

Z uvedených experimentů a analýz vyplývá, že uvedený signál má tři resp. čtyři význačné složky na frekvencích 270 Hz, 230 Hz, 110 Hz a příp. na 670 Hz. Frekvenční spektrum obsahuje jednotlivé osamocené vrcholy. Tedy měřený zvon je laděn na tyto uvedené frekvence.

Na základě provedených měření a analýz lze konstatovat, že použitá metodika měření a analýz poskytuje dobré výsledky a závěry. Měřené i počítané veličiny se vyznačují dostatečnou přesností a vypovídající schopností.

Lze rovněž konstatovat, že ke kvalitnímu zpracování provedených měření výrazně přispěly moderní prostředky signálové analýzy, zejména pak Krátkodobá Fourierova transformace. Tato metoda poskytuje lokalizaci frekvenčních komponent obsažených v měřeném signálu.

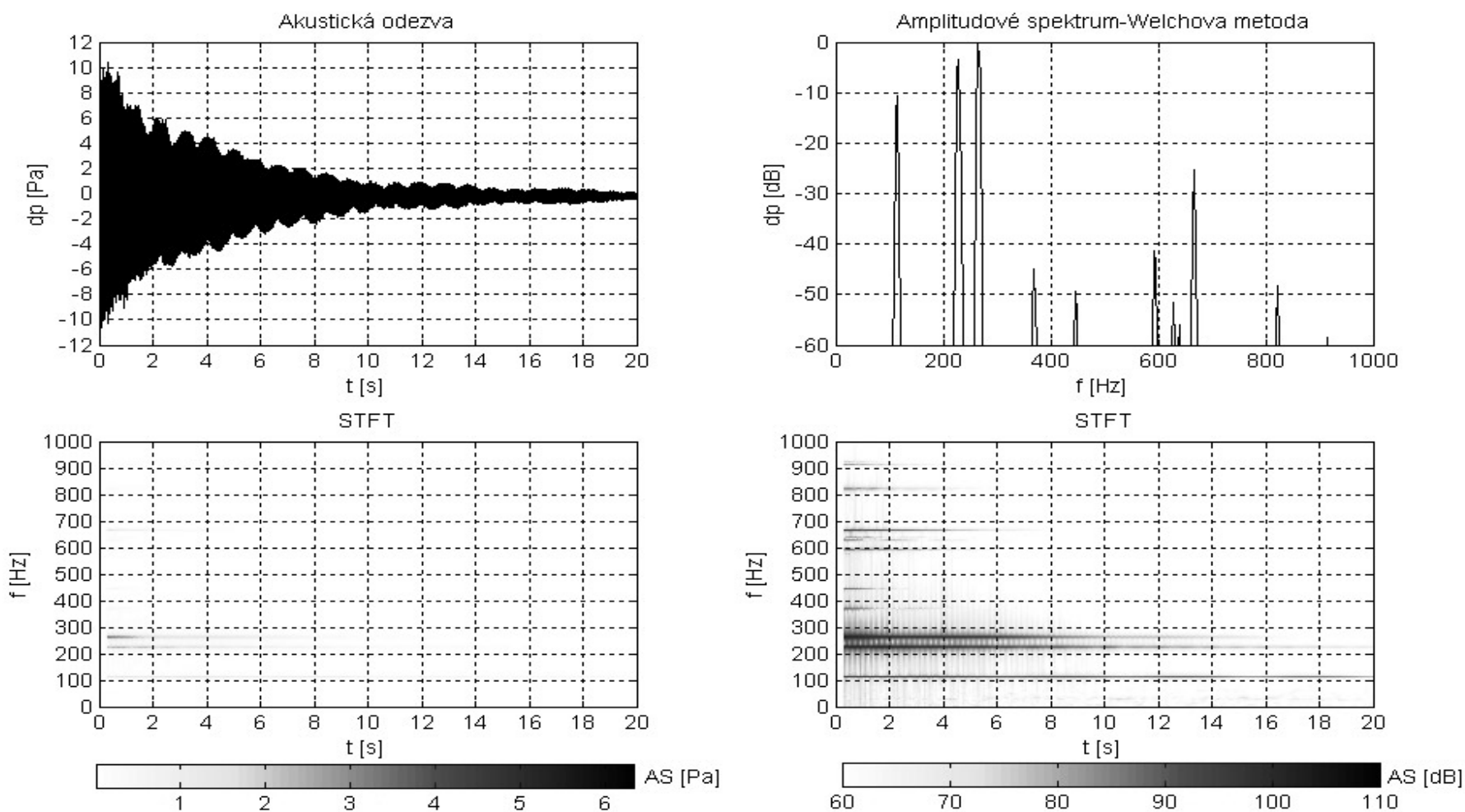
#### 5. Literatura

- [1] Firemní dokumentace k programu Matlab
- [2] Pazdera L., Smutný J.: Using Non-Traditional Tool - Discrete Wavelet Transformation to Analysis of Acoustic Emission Signal, proc. of International Internet Conference Acoustic Emission 2001, March - September, 2001, ISBN 80-214-2008-1, pp.73-82
- [3] Smutný J., Pazdera L.: Measurement and Analyses of Vibration Into Gravel Ballast of Rail And Tram Tracks, Railway Engineering-2000 – 3<sup>rd</sup> International Conference, London, UK, 6/2000, CD disk, ISBN 0-947644-43-1, pp. 7
- [4] Smutný J., Pazdera L.: Analyses of Acoustic Emission Signal by Short Time Fourier Transform With Application on Thin-Wall Ceramic Building Materials, DIAGO 2000 technická diagnostika strojů a výrobních zařízení - mezinárodní konference, Ostrava, pp. 120-126, 2000, ISBN 80-7078-749-X
- [5] Smutný J., Pazdera L.: Analyses of Acoustic Emission Signal by Short Time Fourier Transform With Application on Thin-Wall Ceramic Building Materials, DIAGO 2000 technická diagnostika strojů a výrobních zařízení - mezinárodní konference, Ostrava, pp. 120-126, 2000, ISBN 80-7078-749-X
- [6] Pazdera L., Smutný J.: Analysis of Stochastic Signals by Bartlett Method, Physical properties of materials, proceedings of international workshop, Bratislava, Slovak Republic, 9/2000, ISBN 80-227-1364-3, pp. 65-66
- [7] Pazdera L., Dušan Janoščík, Smutný J., Marta Kořenská: Vliv pojezdu tramvaje na hluk, Research Activities of Physical Departments of Civil Engineering Faculties in Czech and Slovak Republics, 1998, Liškovec, ČR, str. 73-74, ISBN 80-214-1144-9
- [8] Smutný J., Pazdera L.: Železniční stavby – Měřicí technika a dynamika železničních staveb, skripta, VUT FAST, Brno, 1998, ISBN 80-214-0976-1

#### Poděkování

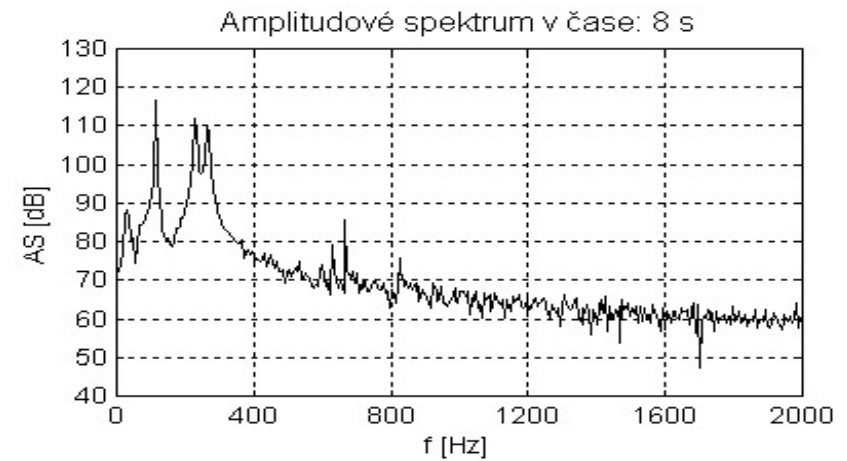
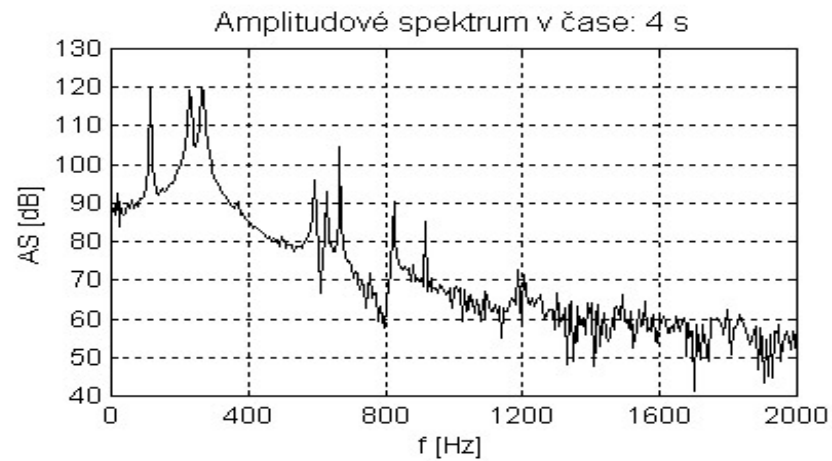
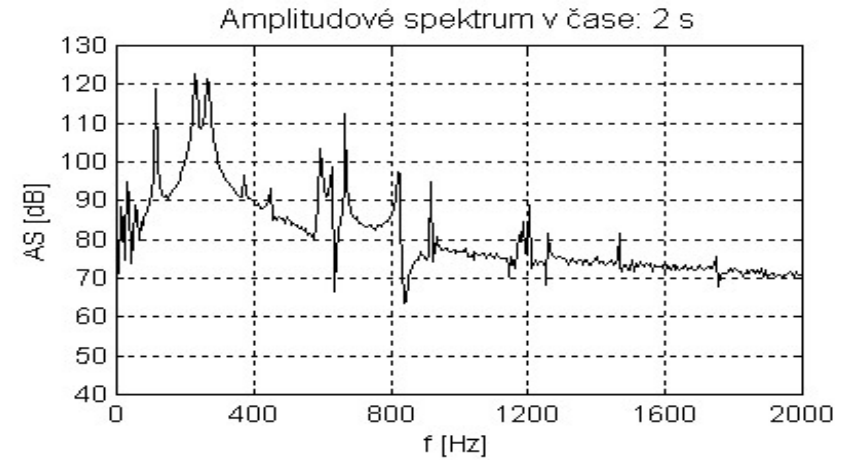
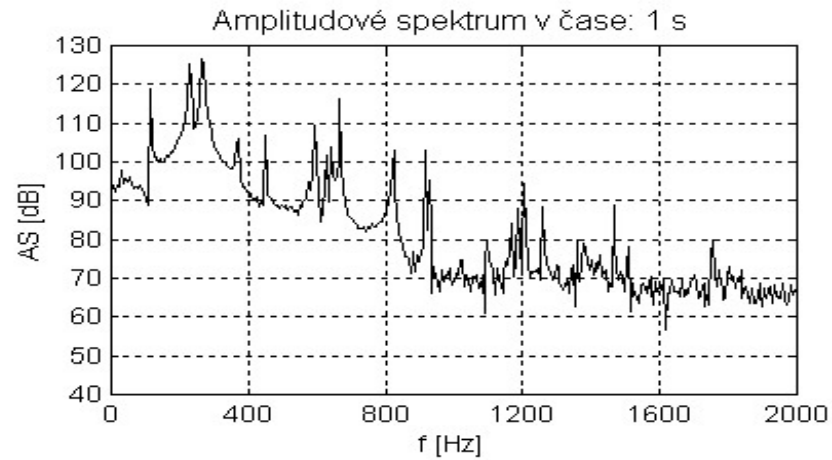
Příspěvek byl vypracován za podpory výzkumného záměru MŠMT registrační číslo CEZ J22/98:261100009 "Netradiční metody studia komplexních a neurčitých systémů".

### Akustická odezva zvonu sv. Tomáše v Brně



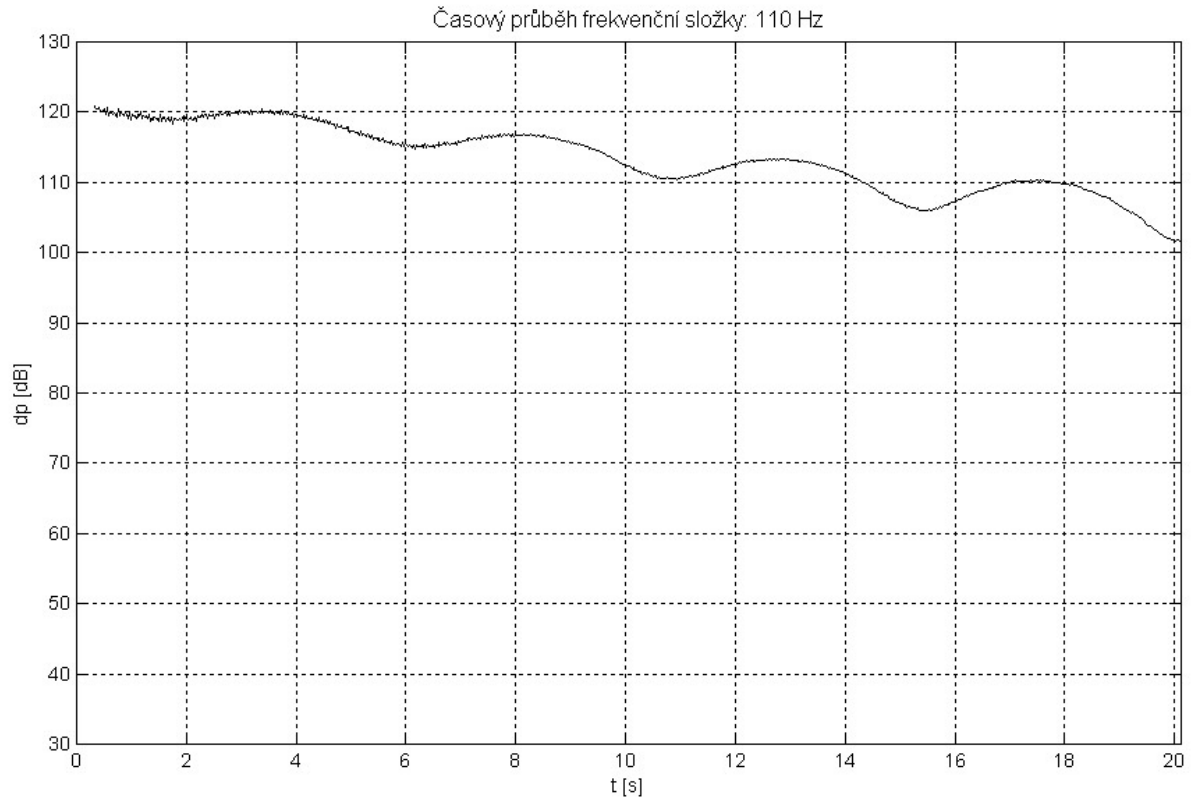
**Obr. 1** Čtveřice grafů – (graf vlevo nahoře) časový průběh akustického tlaku, (graf vpravo nahoře) frekvenční spektrum časového průběhu, (graf vlevo dole) časově-frekvenční zobrazení amplitudového spektra akustického tlaku, (graf vpravo dole) časově-frekvenční zobrazení amplitudového spektra hladiny akustického tlaku,

## Akustická odezva zvonu sv. Tomáše v Brně



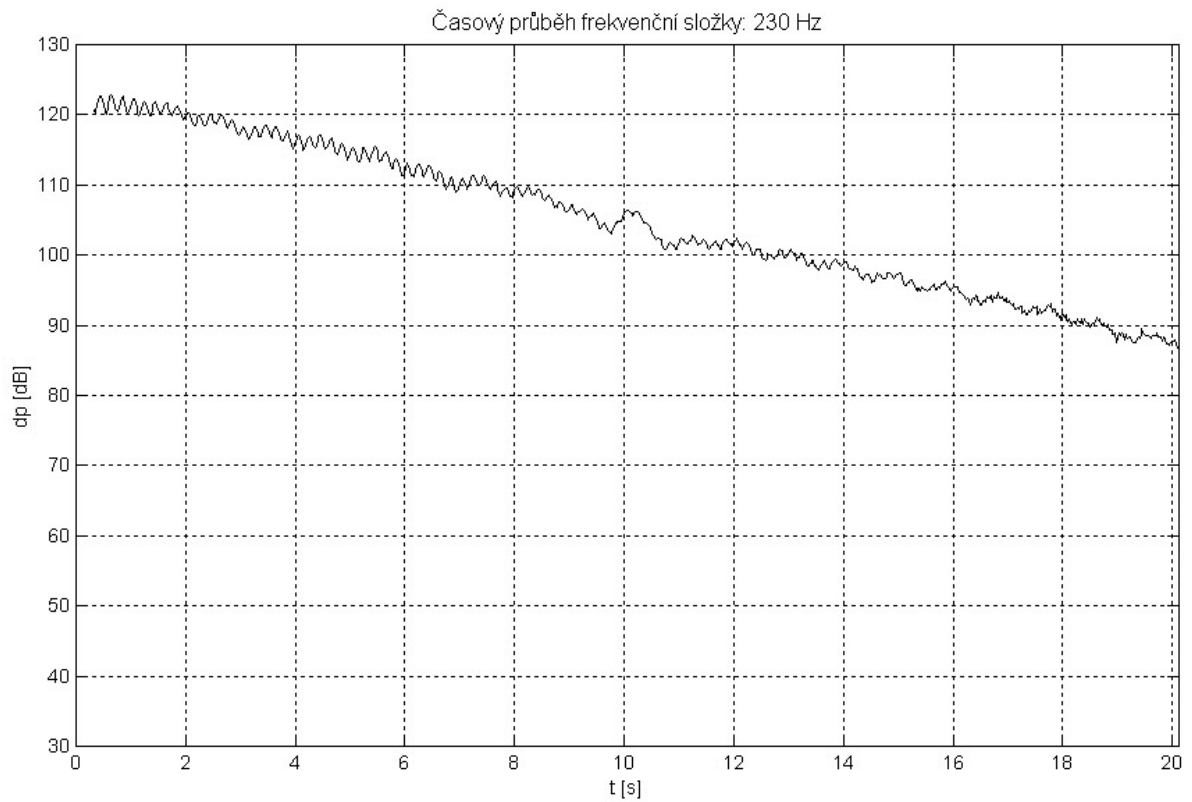
**Obr. 2** Frekvenční spektra ve vybraných časových okamžicích (1 s, 2 s, 4 s a 8 s)

### Zvon sv. Tomáše v Brně



**Obr. 3** Časový průběh frekvenční složky 110 Hz

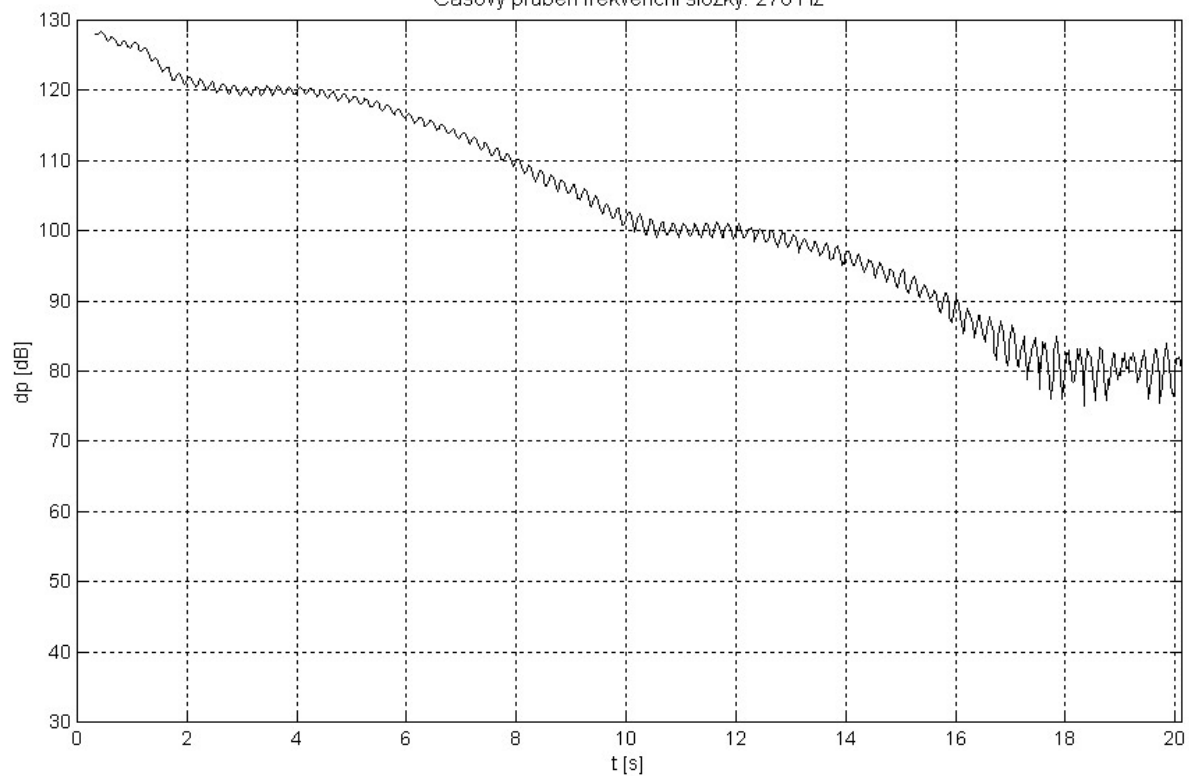
### Zvon sv. Tomáše v Brně



**Obr. 4** Časový průběh frekvenční složky 230 Hz

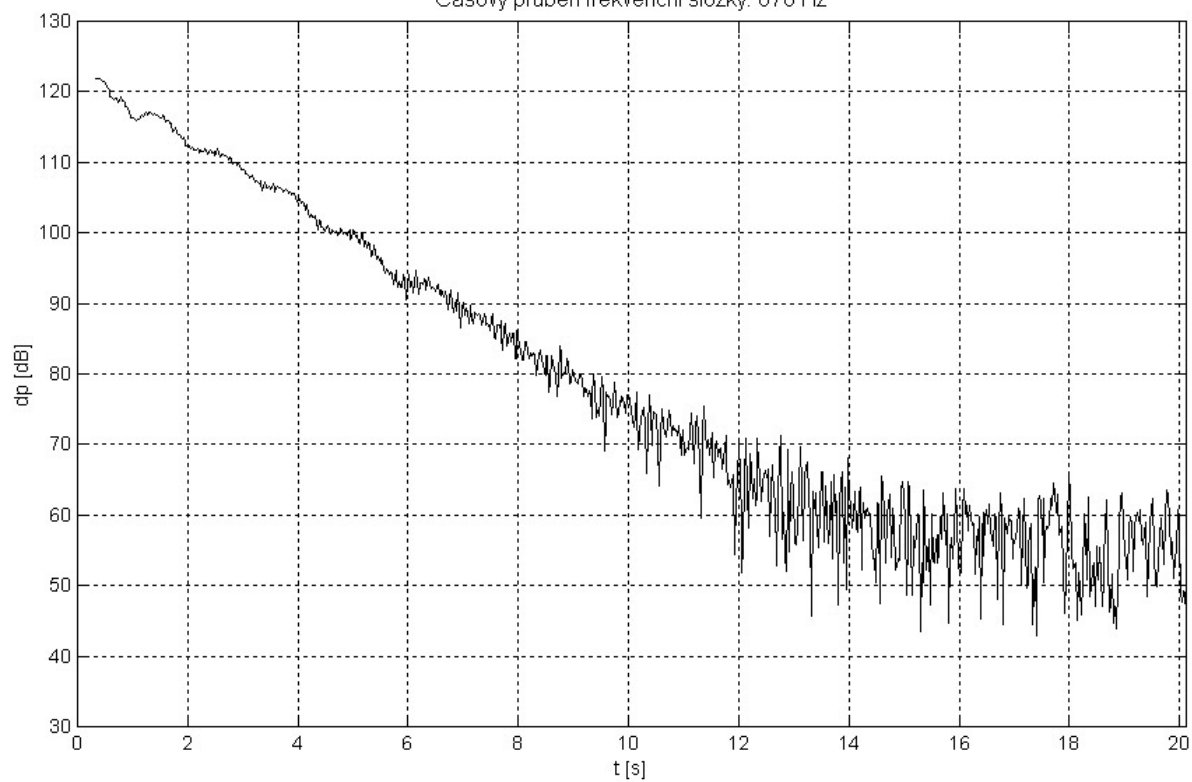
### Zvon sv. Tomáše v Brně

Časový průběh frekvenční složky: 270 Hz



**Obr. 5** Časový průběh frekvenční složky 270 Hz  
Zvon sv. Tomáše v Brně

Časový průběh frekvenční složky: 670 Hz



**Obr. 6** Časový průběh frekvenční složky 670 Hz