

VÝVOJ ALGORITMU PRO OPTIMALIZACI ANALOGOVÝCH KMITOČTOVÝCH FILTRŮ

Karel Zaplatilek, Karel Hájek

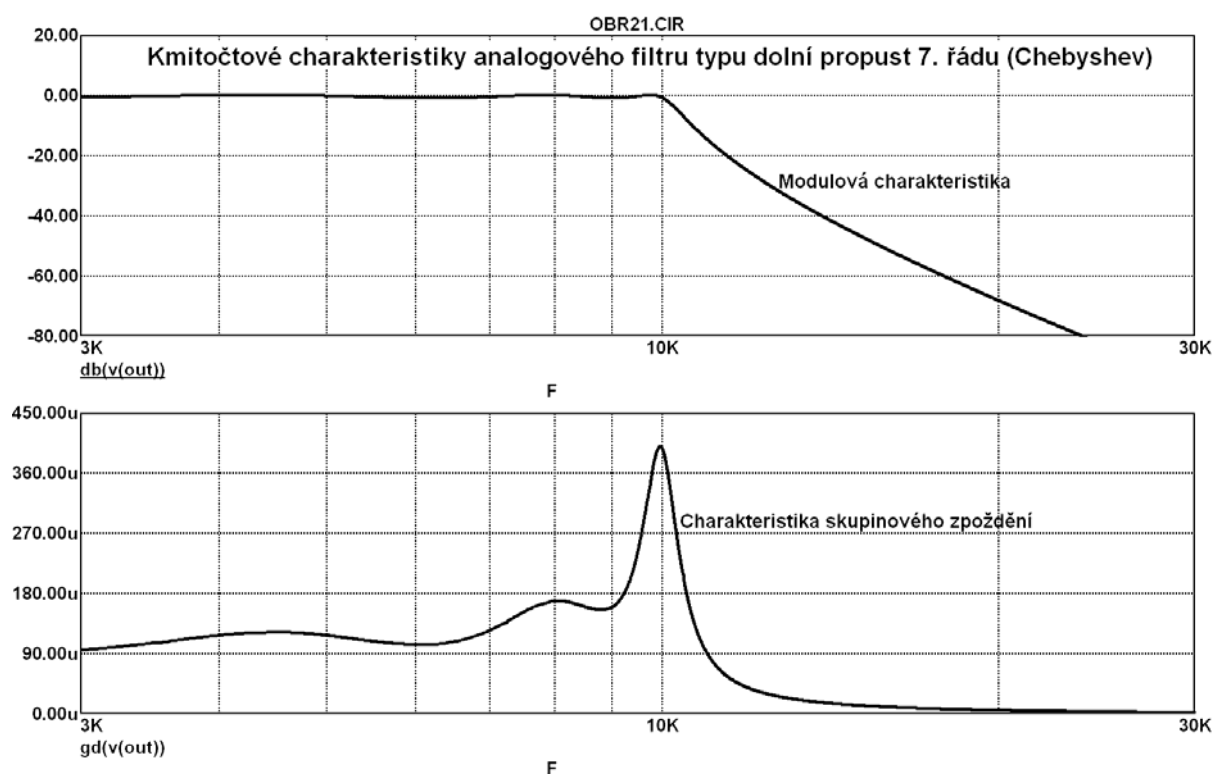
Vojenská akademie v Brně
Katedra elektrotechniky a elektroniky
Kounicova 65, 612 00 Brno
karel.zaplatilek@vabo.cz

Abstract:

Příspěvek je věnován problematice vývoje algoritmu pro vyrovnání charakteristiky skupinového zpoždění analogových kmitočtových filtrů. Důraz je kladen na použití programového systému MATLAB[®]. Je nastíněna technická podstata řešeného problému, vysvětlena struktura a zvláštnosti vyvíjeného algoritmu a na příkladě dokumentována jeho činnost.

1. Technická podstata řešeného problému

Analogové kmitočtové filtry představují jedny z nejpoužívanějších lineárních dynamických systémů v oblastech radiotechniky, telekomunikací, zpracování signálů obecně apod. V různých variantách jsou používány již přes 80 let. Při jejich návrhu se nejčastěji vychází z požadavků na modulovou kmitočtovou charakteristiku pro zajištění správných selektivních vlastností [1]. Vlastním výsledkem návrhových postupů je známá podoba tzv. přenosové funkce analogového filtru. Na obrázku *obr.1* je uveden příklad navrženého analogového filtru.



Obr. 1. Příklad kmitočtových charakteristik analogového filtru.

Výsledná přenosová funkce uvedeného příkladu má podobu:

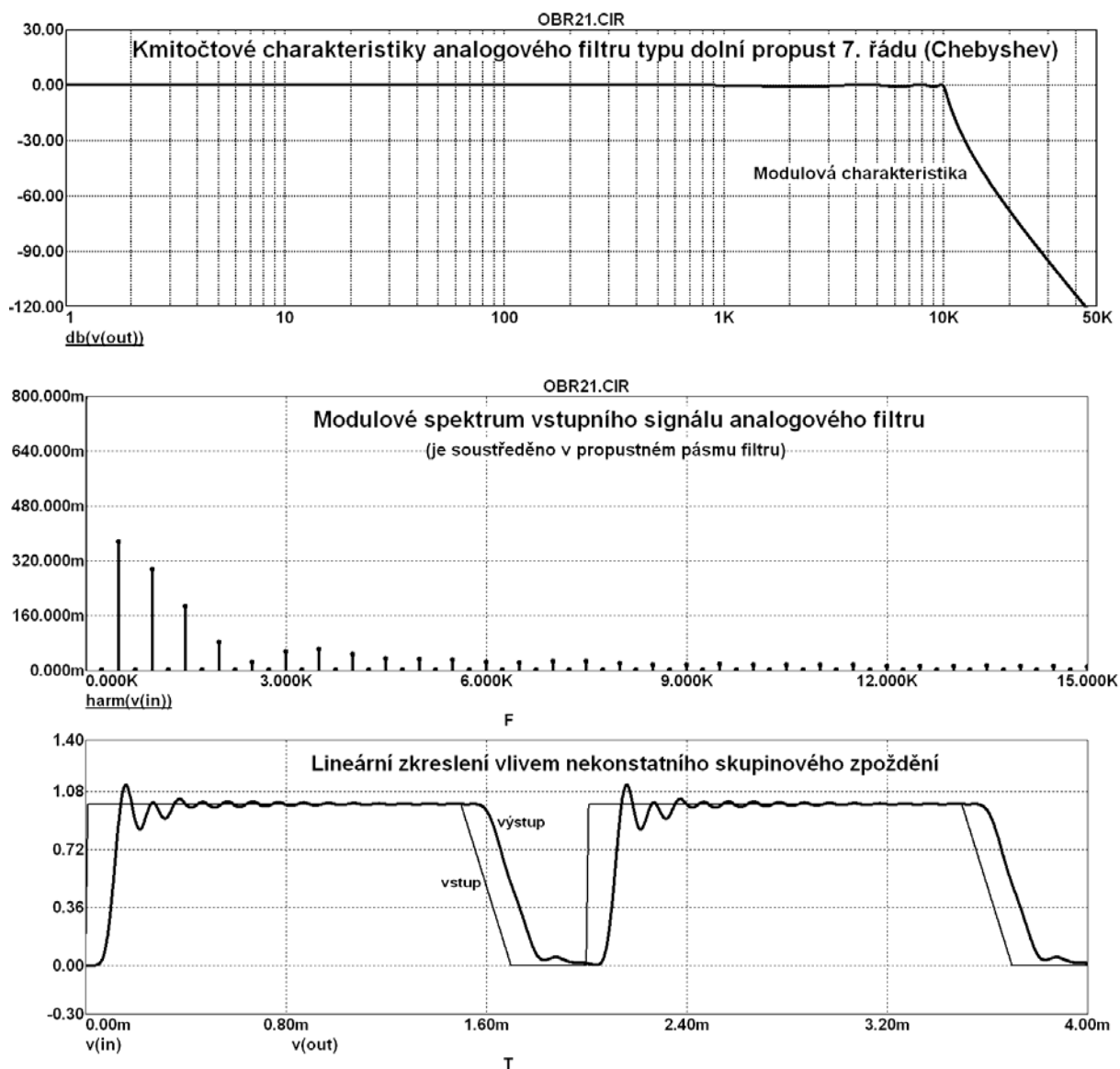
$$K(p) = \frac{1,187e32}{p^7 + 5,80e4p^6 + 8,59e9p^5 + 3,54e14p^4 + 2,12e19p^3 + 5,37e23p^2 + 1,32e28p + 1,18e32} \quad (1)$$

Symbol p označuje tzv. Laplaceův operátor a má význam komplexního kmitočtu. Pomocí jednoduché substituce $p = j\omega$ získáme z rovnice (1) komplexní kmitočtovou charakteristiku daného filtru. Jejím rozkladem na modul a argument pak můžeme obdržet kmitočtové charakteristiky z obr. 1. Namísto charakteristiky argumentové (fázové) je zde vykreslena charakteristika skupinového zpoždění, jež je definována z charakteristiky fázové pomocí známého vztahu

$$\tau(\omega) = -\frac{d\varphi(\omega)}{d\omega}, \quad (2)$$

kde $\varphi(\omega)$ je zmíněný průběh fázové kmitočtové charakteristiky.

Při vlastním návrhu filtru je dnes obvykle využíváno specializovaného programového vybavení, často v kombinaci se znalostmi či intuicí návrháře [2].



Obr. 2. Lineární zkreslení signálu vlivem nekonstantního skupinového zpoždění.

Zatímco průběh modulové kmitočtové charakteristiky odpovídá zadaným požadavkům, průběh charakteristiky skupinového zpoždění je obvykle méně vhodný. Ideálním případem by bylo, kdyby její průběh byl konstantní. Pak by všechny spektrální čáry vstupního zpracovávaného signálu měly při průchodu filtrem stejné zpoždění a filtr by nevykazoval tzv. lineární zkreslení.

Na obrázku *obr.2* je ukázán vliv nekonstantního průběhu charakteristiky skupinového zpoždění na časový průběh zpracovávaného signálu. Je použito stejného filtru jako na *obr.1*. Vstupním signálem je periodický sled lichoběžníkových pulzů. Dominantní spektrální čáry modulového spektra signálu přitom leží všechny v propustném pásmu filtru. Z obrázku je zřejmé, že průchodem signálu filtrem došlo k tvarovému zkreslení, jehož příčinou je právě zmíněný nekonstantní průběh skupinového zpoždění.

Z teorie je známo, že klasický analogový filtr nelze navrhnout tak, aby obě výše uvedené charakteristiky měly ideální průběh. Je to způsobeno vzájemnou vazbou modulu přenosové funkce s jejím argumentem. Oba tvoří tzv. Hilbertův pár. V minulosti bylo samozřejmě hledáno řešení naznačeného stavu. Publikovaná řešení se ubírala přibližně třemi směry.

Jednak se využívaly návrhové postupy, při nichž bylo využito tzv. standardních aproximací, jež vedou na „dobrý průběh“ skupinového zpoždění. Jde zejména o Besselovu aproximaci [1]. Tyto filtry však vykazují málo strmý průběh modulové charakteristiky v přechodovém pásmu kmitočtů. To vede v praxi na obvody příliš vysokého řádu, na jejichž konstrukci je třeba často velkého počtu pasivních a zejména aktivních stavebních bloků (operačních zesilovačů apod.).

Další možností je využití fázově orientovaného návrhu filtru. Návrhář se řídí požadovaným průběhem skupinového zpoždění a průběh modulové charakteristiky je dopředu neznámý. Tyto postupy byly rozpracovány u nás i ve světě, např. v [4] a [6]. Jsou poměrně matematicky náročné. Nevýhodou je, že modulová charakteristiky bývá často nevhodná.

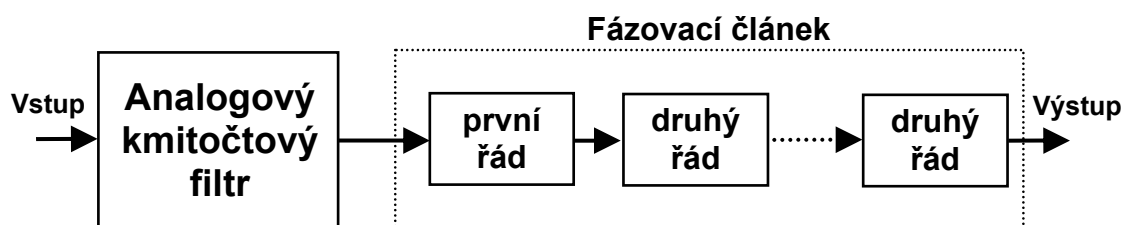
Třetí, a jistě ne poslední, možností je zařadit za již navržený filtr (modulově orientovaným návrhem) tzv. fázovací článek [3]. Jde o obvod, jehož modulová charakteristika je konstantní v celém kmitočtovém pásmu. Průběh skupinového zpoždění lze navrhnout tak, aby kompensoval skupinové zpoždění filtru. Vlastně jde o tzv. vyrovnání skupinového zpoždění analogového filtru kaskádně zařazeným fázovacím článkem. Celý problém se pak redukuje na nalezení optimálních koeficientů a řádu tohoto fázovacího článku.

Podobné snahy byly publikovány u nás i v zahraničí [5]. Zjistili jsme, že jde většinou o jednoúčelově zaměřené případy nebo o poměrně složité a tím těžkopádné metody. Přitom vyrovnavače skupinového zpoždění se používají běžně v praxi, např. při přenosu TV signálů nebo u videozařízení. Někteří výrobci elektronických systémů dokonce vyrábějí takové filtry s možností vyrovnání [7]. Jejich univerzálnost je však omezena a celý problém je úzce ohraničen aplikačními možnostmi sériově vyráběných filtrů.

2. Základní idea řešení

Naší snahou bylo a je navrhnout počítačový algoritmus, jenž by byl schopen automaticky nalézt optimální řád a optimální koeficienty přenosové funkce fázovacího článku tak, aby skupinové zpoždění předem navrženého filtru bylo vyrovnáno podle požadavků uživatele. Takový postup vyrovnání by měl být univerzální a dostatečně robustní. Přitom podle fyzikální povahy analogových filtrů má smysl zabývat se vyrovnáním zejména u dolních, resp. pásmových propustí. Uvedený algoritmus by tedy byl naším vlastním přínosem.

Na obrázku *obr.3* je graficky znázorněna základní optimalizační idea.



Obr. 3. Základní idea optimalizace skupinového zpoždění analogových filtrů.

S ohledem na pozdější praktickou realizaci (ARC) je vhodné, aby fázovací článek, jenž je zapojen v kaskádě s filtrem, byl realizován ve formě dílčích bloků 1. a 2. řádu.

V souladu s výše uvedeným předpokládáme, že hlavními funkcemi optimalizačního algoritmu by mělo být zejména:

- navržení optimálního řádu fázovacího článku,
- navržení optimálních koeficientů přenosové funkce fázovacího článku,
- rozdělení výsledné přenosové funkce do dílčích sekcí 1. a 2. řádu.

Pro zajištění správné činnosti je třeba, aby uživatel zadal některé vstupní parametry či podmínky. Jedná se zejména o:

- přenosovou funkci navrženého analogového filtru či průběh charakteristiky skupinového zpoždění (typické např. jako výsledek měření již realizovaných obvodů),
- požadavek na cílové zvlnění skupinového zpoždění (algoritmus uživatele vede analýzou skupinového zpoždění filtru); zde může být zadán buď maximální řád, použitý při běhu algoritmu, nebo je řád automaticky volen s cílem splnit zadání,
- šířku kmitočtového pásma, ve které by mělo dojít k vlastní optimalizaci.

3. Vlastní optimalizační algoritmus

Obrázek *obr.4* ukazuje zjednodušené blokové schéma vyvinutého algoritmu. Zadání filtru a vstupní parametry a podmínky byly diskutovány výše. Po jejich definici je nastaven fázovací článek 1. řádu a to počáteční hodnotou typického parametru jeho přenosové funkce. Přenosová funkce fázovacího článku 1. řádu má známou formu:

$$K_1(p) = \frac{p - \alpha_0}{p + \alpha_0}, \quad (3)$$

kde α_0 je právě onen typický parametr.

Poté dojde k vlastní optimalizaci a to tak, že je postupně variována hodnota parametru α_0 . Pro každou jeho hodnotu je vypočten průběh skupinového zpoždění fázovacího článku 1. řádu podle rovnice:

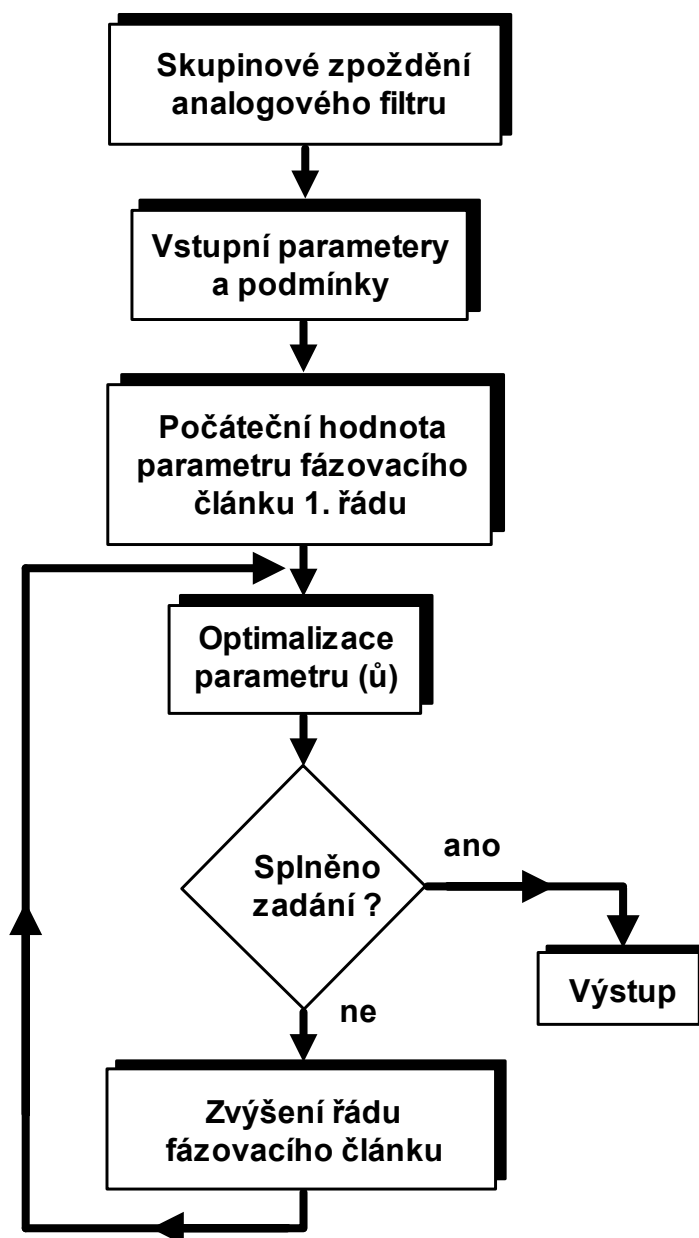
$$\tau_1(\omega) = \frac{2\alpha_0}{\alpha_0^2 + \omega^2}. \quad (4)$$

Tento průběh je sečten s průběhem skupinového zpoždění zadaného filtru (skupinová zpoždění kaskádně řazených bloků se sčítají). Výsledný průběh je porovnán s požadavky uživatele a je zhodnoceno, zda je zadání splněno, či nikoliv.

Pokud nelze v rámci 1. řádu fázovacího članku zadání splnit, pak dojde ke zvýšení řádu na druhý. Přenosová funkce fázovacího članku 2. řádu má však již dva parametry a to rezonanční kmitočet ω_r a činitel jakosti Q :

$$K_2(p) = \frac{p^2 - \frac{\omega_r}{Q} p + \omega_r^2}{p^2 + \frac{\omega_r}{Q} p + \omega_r^2}. \quad (5)$$

Tyto dva parametry následně podléhají optimalizaci. Pro každé dvě jejich hodnoty je opět vypočteno skupinové zpoždění fázovacího članku 2. řádu podle rovnice (6). Skupinové zpoždění se sčítá se zpožděním zadaného filtru a porovnává se vstupními požadavky.



Obr. 4. Zjednodušené blokové schéma optimalizačního algoritmu.

$$\tau_2(\omega) = \frac{2Q\omega_r(\omega^2 + \omega_r^2)}{Q^2(\omega_r^2 - \omega^2) + \omega_r^2\omega^2}. \quad (6)$$

Celý proces se opakuje. V rámci každého řádu fázovacího článku jsou optimalizovány jeho parametry. Pokud není zadání splněno, dojde ke zvýšení řádu fázovacího článku a to tak dlouho, dokud buď není dosaženo maximálního, uživatelem definovaného řádu nebo pokud není zadání splněno.

Při tomto procesu, kdy je optimalizováno v mnohorozměrném prostoru, je třeba, aby výsledky byly v souladu s fyzikální povahou filtrů a fázovacích článků. Proto také výsledný řád fázovacího článku musí být realizovatelný.

Podmínky či parametry, které mají podstatný vliv na výsledek, jsou zejména tyto:

- zvolená šířka kmitočtového pásma, ve které se má optimalizovat; je-li příliš malá a má-li zadáný analogový filtr skupinové zpoždění silně nelineární s velkým rozptylem maxima a minima, pak řád výsledného fázovacího článku může vyjít příliš velký,
- počáteční, startovací, hodnoty parametrů přenosových funkcí fázovacího článku toho kterého řádu.

4. Volba účelové funkce optimalizace

Celý algoritmus je vlastně numerickou optimalizační smyčkou. Je velmi důležité nalézt vhodnou účelovou funkci optimalizace. Jak je známé z teorie a jak jsme ověřili v praxi, volba typu této funkce může silně ovlivnit celý optimalizační proces a tím i jeho výsledek.

Při volbě typu funkce jsme vycházeli zejména z publikovaných zkušeností a zkušeností, které jsme sami nabyly při vývoji podobných algoritmů v minulosti. Jako východisko se po jistých pokusech ukázala volba tzv. sumy kvadrátů odchylek. V průběhu optimalizace je prováděn výpočet součtu kvadrátů odchylek mezi průběhem skupinového zpoždění právě vypočteného a toho, jenž byl vypočten v předchozím kroku. Sleduje se trend, který součet kvadrátů sleduje. Podle toho se volí hodnoty parametrů právě používaného fázovacího článku.

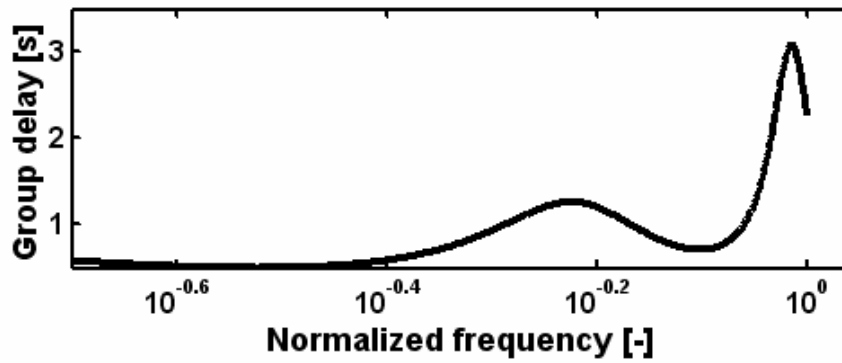
V systému MATLAB [8] je tato funkce zapsána takto:

```
function DEVI=Sum deviation(Vector1,Vector2,omega)
    DEVI=sum((omega.*Vector1-omega.*Vektor2).^2);
```

Nezávisle proměnná **omega** (kruhový kmitočet) je zde použita pro normování účelové funkce. Tento požadavek poněkud přesuje možnosti tohoto článku, avšak bez jeho zařazení nebylo možné zajistit stabilní konvergenci celého algoritmu. Příčina tkví ve fyzikální podstatě fázovacích článků.

5. Ilustrační příklad

Abychom demonstrovali praktické použití optimalizačního algoritmu, navrhli jsme testovací analogový kmitočtový filtr typu dolní propust 5. řádu s využitím tzv. Chebyshevovy standardní aproximace. K návrhu jsme využili původní software NAF [2]. Průběh charakteristiky skupinového zpoždění tohoto filtru je na obrázku *obr.5*.



Obr. 5. Charakteristika skupinového zpoždění testovacího filtru.

Přenosová funkce navrženého filtru má následující konkrétní podobu:

ω_r	Q
0,1775	0
0,6140	2,1375
0,9675	8,8178

Tab. 1. Přenosová funkce testovacího filtru.

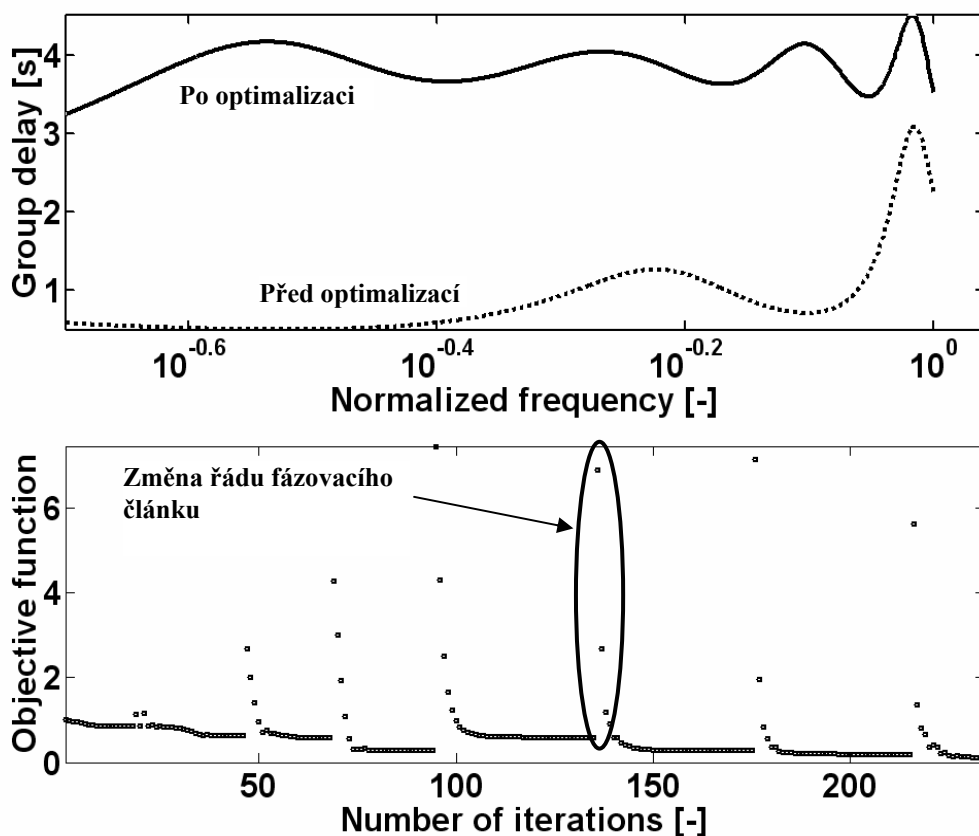
Z praktických důvodů jsou v tabulce uvedeny sekce 1. a 2. řádu.

Navržený analogový filtr má silně zvlněné skupinové zpoždění. Uživatelem bylo stanoveno, že za pomoci vyvinutého algoritmu je třeba snížit rozptyl maxima vůči minimu na 50 % původní hodnoty. Relativní šířka kmitočtového pásma byla stanovena na 0,8 dekády.

Byl spuštěn optimalizační algoritmus. Počáteční i výsledný stav je ukázán na obrázku obr.6. V horní části je skupinové zpoždění před a po optimalizaci, ve spodní pak průběh hodnot účelové funkce optimalizace v závislosti na počtu iterací. Zde jsou vidět okamžiky zvýšení řádu fázovacího članku, kdy se hodnoty účelové funkce mění skokem s následnou konvergencí ke svému minimu v rámci každého řádu. V tabulce Tab.2 je výsledná přenosová funkce optimálního fázovacího članku opět v podobě sekcí 1. a 2. řádu. Je zřejmé, že bylo třeba fázovacího članku 7. řádu.

ω_r	Q
1,5490	0
1,4093	1,0337
3,5594	3,0798
5,2703	6,8251

Tab. 2. Přenosová funkce optimálního fázovacího članku.



Obr. 6. Výstup optimalizačního algoritmu.

6. Závěr

Podle původního zadání se podařilo vytvořit první použitelnou verzi počítačového algoritmu, jehož funkcí je vyrovnat průběh charakteristik skupinového zpoždění analogových kmitočtových filtrů. Algoritmus je již plně funkční, je dostatečně univerzální a robustní. Přesto bude třeba ještě jisté mravenčí programátorské práce na doladění. Po dokončení bude mít uživatel k dispozici univerzální nástroj na optimalizaci. Celý algoritmus je realizován v prostředí systému MATLAB 6 jako jediný *m-soubor* (funkce). Jedinou daní za optimalizaci je nárůst střední hodnoty skupinového zpoždění. Ve většině aplikací však toto není na závadu.

Literatura

- [1] GHAUSI, M.S.-LAKER, K.R.: Modern Filter Design Handbook. Active RC and Switched Capacitors. Prentice-Hall, Inc., New York 1981.
- [2] HÁJEK, K. –SEDLÁČEK, J.: The synthesis with internal optimization loops and internal analysis. International AMSE conference SYS '94, Lyon 1994, s. 263-266.
- [3] PUNČOCHÁŘ, J.: Operační zesilovače v elektronice. BEN technická literatura, Praha 1996.
- [4] SCULTETY, L.: Zero Group Delay Networks. In. Proc. of the ECCTD'97, September 1997, Budapest, Hungary, pages 589-593.
- [5] CARVALHO, D.B.-FILHO, S.N.-SEARA, R.: Design of Phase Equalizers Using Phase Delay Characteristic. In: Proc. of the ISCAS'98, May 31-June 3, 1998, Monterey, USA.
- [6] DAVÍDEK, V.-LAIPERT, M.-VLČEK, M.: Analogové a číslicové filtry. Vydavatelství ČVUT, Praha 2000.
- [7] The Fairchild Corporation Websites, www.fairchildsemi.com.
- [8] MATLAB[®] User's guide, the Mathworks, Inc., USA 2000.