

NÁVRH REGULÁTORU PRO VLT TELESKOP POMOCÍ MATLABU¹

Zdeněk Hurák, Michael Šebek

Ústav teorie informace a automatizace
Akademie věd České republiky, Praha

e-mail: hurak@utia.cas.cz, msebek@utia.cas.cz

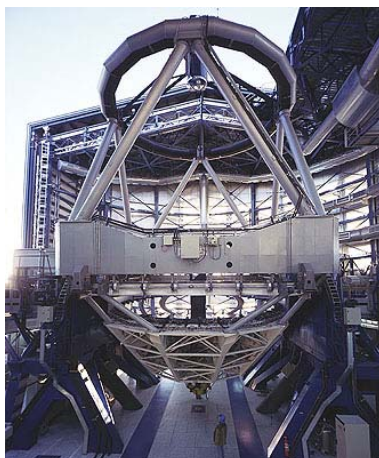
Abstrakt: Článek ilustruje jednu iteraci procesu *matlabského* návrhu robustního regulátoru pro *VLT teleskop* (Very Large Telescope) provozovaný výzkumnou organizací ESO (European Southern Observatory) na observatoři v pohoří Paranal v Chile. Cílem návrhu je získat regulátor tlumící vliv poryvů větru a zároveň respektující přítomnost málo tlumených rezonančních módů v konstrukci teleskopu. Pro návrh byla vybrána metodika spoléhající na minimalizaci H_∞ normy smíšené citlivostní funkce a použity funkce *Polynomial Toolbox*, *Control System Toolbox* a *LMI Control Toolbox*.

Klíčová slova: minimalizace H_∞ systémové normy, *LMI Control Toolbox*, *Control System Toolbox*, *Polynomial Toolbox*.

I. ZADÁNÍ ŘÍDICÍ ÚLOHY

Cílem je řídit elevační úhel *velmi velkého (VLT) teleskopu* [2] s osmimetrovým primárním zrcadlem. Měřená veličina, která je k dispozici pro zpětnovazební regulátor je úhlové natočení konstrukce. Akční veličinou je kroutící moment motoru.

Jelikož se jedná se o obří konstrukci dosahující výšky kolem dvaceti metrů, přichází do hry i málo tlumené módy samotné nosné konstrukce.



Obrázek 1 Mechanická konstrukce VLT na Paranalu. Zdroj: www.eso.org

Zároveň inženýry trápí poruchové signály, především poruchové kroutící momenty v důsledku poryvů větru. Ty jsou v dané oblasti výrazné až do 1Hz. Jednoduché specifikace pro návrh zpětnovazebního regulátoru tedy mohou znít:

Nalezněte zpětnovazební regulátor, který zajistí, že:

- citlivostní funkce bude malá do co nejvyšších frekvencí, pokud možno až do 1Hz. Velikost citlivostní funkce -20dB v tomto frekvenčním pásmu bude zhruba odpovídat chybě v úhlové poloze 10%.
- citlivostní funkce je nulová pro nulovou frekvenci, a systém tak obsahuje integrační složku
- regulátor bere v úvahu přítomnost rezonančních špiček ve frekvenční charakteristice systému od 8Hz výše.

¹ Tato práce byla podpořena Ministerstvem školství a tělovýchovy ČR v rámci projektu GAČR 102/02/0709

II. FORMULACE PROBLÉMU JAKO MINIMALIZACE H_∞ NORMY SMÍŠENÉ CITLIVOSTNÍ FUNKCE

Uvedené požadavky na zpětnovazební regulátor lze velice pohodlně splnit minimalizací tvarováním frekvenční charakteristiky pomocí minimalizace H_∞ normy smíšené citlivostní funkce.

$$\min \left\| \begin{bmatrix} W_1(s)S(s) \\ W_2(s)T(s) \end{bmatrix} \right\|_\infty$$

Více o této návrhové metodě v učebnicích dostupných v elektronické podobě [3], [4].

III. ŘEŠENÍ POMOCÍ MATLABU

Lineární model systému je dodán ve stavovém formátu jako SS objekt (*Control System Toolbox*). Model popisuje (po změně měřítka) vztah mezi kroutícím momentem a úhlovou rychlostí a byl získán metodami systémové identifikace. Natažení modelu do pracovního prostoru Matlabu

```
load(vlt_model_data)
```

je možné zobrazit základní údaje o modelu, jako je řád systému, počet vstupů a výstupů

```
>> size(G)
State-space model with 1 output, 1 input, and 60 states.
```

Model je samozřejmě diskretní, jak můžeme jednoduše otestovat

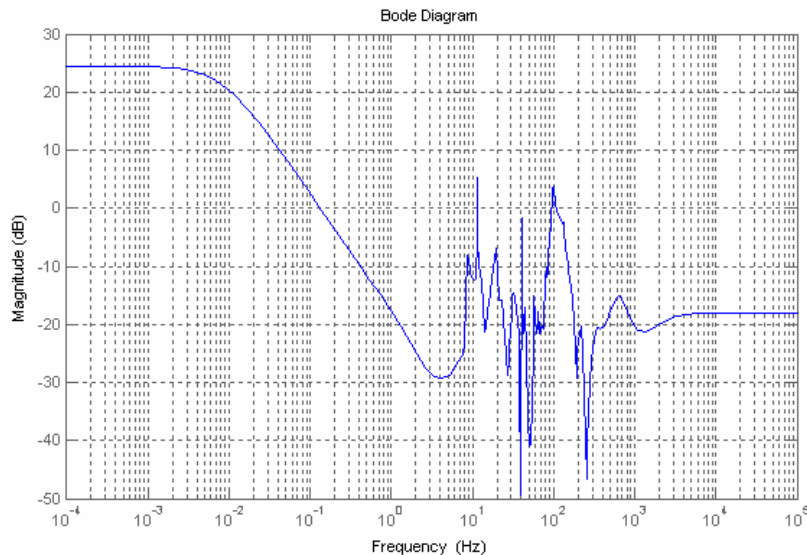
```
>> isdt(Gc)
ans =
    1
s periodou vzorkování
>> get(Gc, 'Ts')
ans =
    0.0050
```

Návrh pomocí tvarování frekvenčních charakteristik je více intuitivní ve spojité oblasti, a tak převedeme model na spojitý Tustinovou transformací

```
G = d2c(Gd, 'tustin');
```

Nejllepší vhled do dynamických vlastností systému získáme z Bodeho frekvenční charakteristiky, a stačí nám jen amplitudová část

```
bodemag(G)
```



Z charakteristiky lze vidět, že dynamika systému je do značné míry popsána systémem prvního řádu. Od asi 8 Hz se ale projevují velice málo tlumené módy v samotné nosné konstrukci teleskopu.

Nejjednodušší postup při návrhu regulátoru tedy bude uzavřít regulační smyčku tak, aby šířka pásma byla menší než těchto 8 Hz. Jak ale uvidíme, takový přístup je hodně konzervativní.

Protože pracovat s lineárním modelem řádu je téměř nemožné, budeme se snažit najít model nižšího řádu, který bude chování systému popisovat s přijatelnou chybou. (Již z frekvenční charakteristiky ale lze vidět, že systém prvního řádu bude popisovat tu nejdůležitější část dynamiky.) Za účelem vlivu jednotlivých módů na celkovou dynamiku převedeme model do vyvážené realizace

```
[Gbal, gamma]=balreal(G);
```

A vykreslíme příspěvky jednotlivých módů do celkové dynamiky systému pomocí největších singulárních čísel *společného gramiánu*:

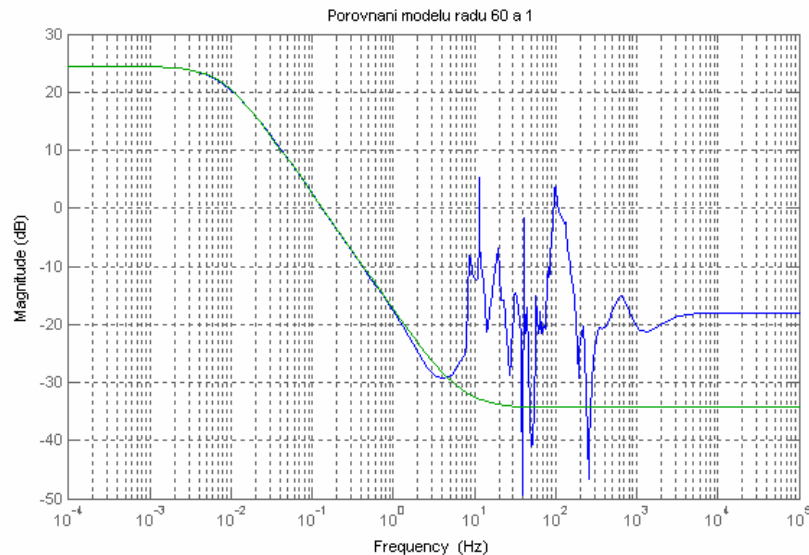
```
stem(1:60, gamma),
xlabel('Cislo modu ve vyvazene realizaci'),
ylabel('Nejvetsi singularni cisla Hankelova operatoru'),
title('Vliv jednotlivych modu na celkovou dynamiku modelu')
```



Naše předchozí tvrzení o dominanci jednoho módu se potvrzuje, a tak nám dává ospravedlnění hledání aproximujícího modelu prvního řádu

```
G0 = modred(Gbal,2:60,'mdc');
```

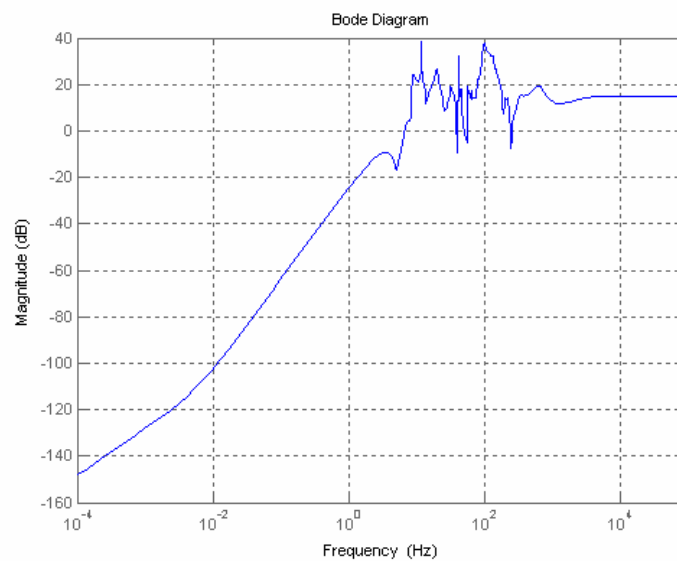
Systém G0 je jedním takovým systémem a jeho shoda s G je vidět ze porovnání frekvenčních charakteristik



Pro takový model tedy budeme navrhovat řízení a na závěr porovnáme, jestli takový regulátor spolehlivě funguje i pro původní systém, a jestli toto zjednodušení nebylo příliš konzervativní.

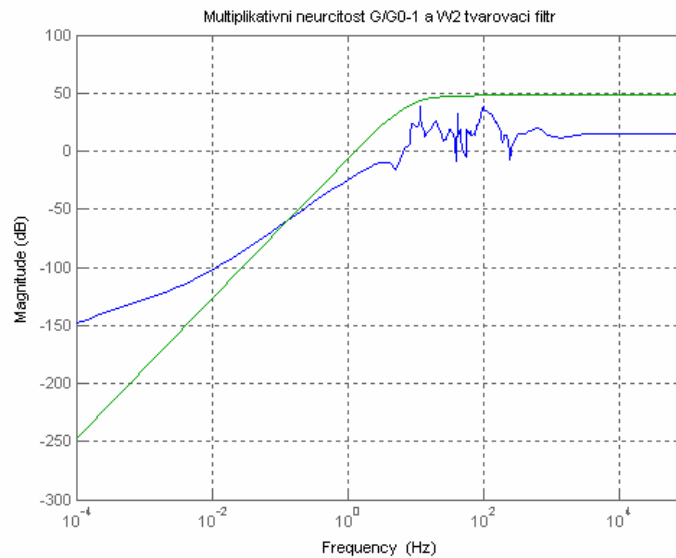
Chybu, kterou jsme zjednodušením zavedli do popisu systému můžeme popsat pomocí *multiplikativní neurčitosti*

```
R = G/G0-1;
bodemag(R), grid
```



Pro potřeby samotného návrhu najdeme jednoduchý filter co nejnižšího řádu, který bude konzervativně popisovat tuto neurčitost

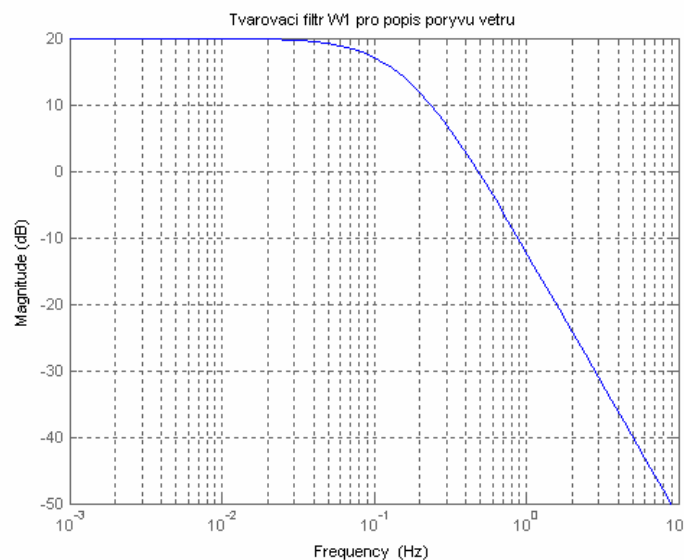
```
omega2 = 50; k2 = 0.002;  
W2 = tf(k2*s^3, (s/omega2+1)^3);  
bodemag(W2), grid, title('Multiplikativni neurcitost G/G0-1 a  
W2 tvarovaci filtr')
```



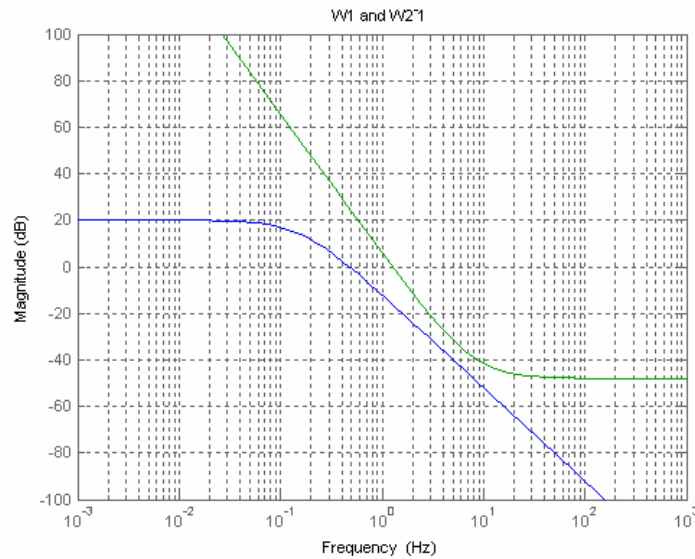
Tvarovacím filtrem W2 jsme popsali to, co víme o nepřesnostech modelu. Filtrem W1 popíšeme spektrální vlastnosti poruchového signálu – poryvů větru.

```
omegal1 = 1; k1 = 10;  
W1 = tf(k1, (s/omegal1+1)^2)
```

```
bodemag(W1), grid, title('Tvarovaci filtr W1 pro popis poryvu  
vetru')
```



Požadavky na přenos otevřené smyčky (včetně regulátoru) lze vyjádřit graficky ve frekvenční oblasti jako



kde hledaná frekvenční charakteristika musí být samozřejmě po uzavření zpětné vazby stabilní, a na nízkých frekvencích musí být nad $W1$ a na vysokých frekvencích pod $1/W2$.

Výpočetním nástrojem pro toto jsou metody H_∞ optimalizace přístupné například v LMI Control Toolboxu či Polynomial Toolboxu.

Nejdříve ale k modelům přidáme integrátor, protože měřeným signálem pro potřeby řízení je úhlová poloha:

```
G0 = G0*tf(1,s);
G = G*tf(1,s);
```

a převedeme data do formátu LMI Control Toolboxu (velice únavné, škoda, že *The Mathworks* už dávno nesjednotili formáty pro modely mezi všemi svými toolboxy)

```
W1 = ltisys('tf',W1.num{1},W1.den{1});
W2 = ltisys('tf',W2.num{1},W2.den{1});
G0 = ltisys(G0.a,G0.b,G0.c);
G = ltisys(G.a,G.b,G.c);
```

Následně vytvoříme zobecněný model (více například v [4])

```
P = sconnect('r(1)', 'e=r-G0 ; G0', 'K:e', 'G0:K', G0);
Paug = sconnect('r(1)', 'W1;W2', 'K:e = r-
G0', 'G0:K', G0, 'W1:e', W1, 'W2:G0', W2);
```

No a teď už jsme připraveni začít optimalizaci

```
[gopt,K] = hinflmi(Paug,[1 1]);
```

Minimization of gamma:

Solver for linear objective minimization under LMI constraints

Iterations : Best objective value so far

```
1
2
3
4
5
6          794.277040
7          547.441707
8          292.024928
9          292.024928
... výpis zkrácen
51         0.731085
52         0.731085
53         0.731085
```

Result: feasible solution
best objective value: 0.731085
guaranteed absolute accuracy: 6.90e-002
f-radius saturation: 0.779% of R = 1.00e+008
Termination due to SLOW PROGRESS:
the objective was decreased by less than
1.000% during the last 10 iterations.

Optimal Hinf performance: 7.296e-001

Warning: the controller has fast modes (modulus > 1e6)
Increase OPTIONS(1) or GAMMA to eliminate fast dynamics

Kvůli numerických problémům jsme vyzváni změnit některé parametry optimalizace.
S pomocí rad v manuálu k funkci hinflmi nastavíme

```
options = [0.3,0,1e-3];
accuracy = 1e-2;
[gopt,K] = hinflmi(Paug,[1 1],0.8,accuracy,options);
```

Minimization of gamma:

Solver for linear objective minimization under LMI
constraints

Iterations : Best objective value so far

```
1
2
3
4
5
6          759.509020
7          519.051183
... výpis zkrácen
36         0.841228
***          new lower bound:      0.610074
```

```

37          0.809914
***      new lower bound:      0.642389
38          0.787953
***      new lower bound:      0.666624

Result:  reached the target for the objective value
best objective value:      0.787953
f-radius saturation:      2.515% of R = 1.00e+008

Optimal Hinf performance:  7.418e-001

```

Přenos otevřené i uzavřené smyčky pro původní i zjednodušený model jsou

```

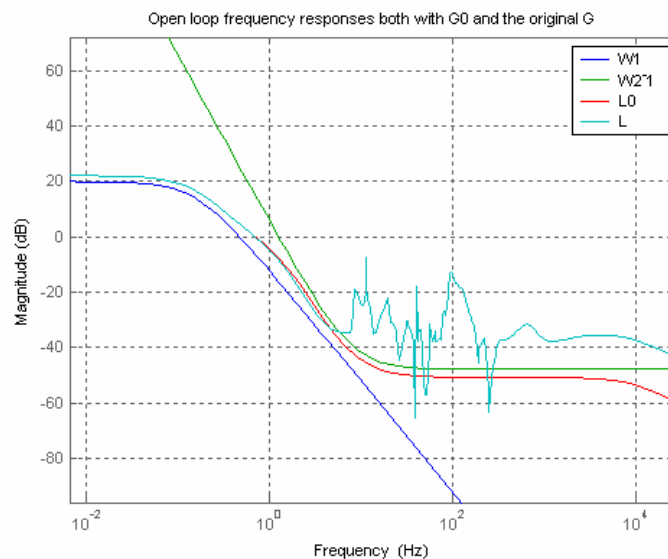
L0 = smult(K,G0);
L  = smult(K,G);
Pcl = slft(P,K);

```

```

plot(L0,'bo'), plot(L,'bo'), title('Open loop frequency
responses both with G0 and the original G'), legend('W1','W2^
1','L0','L')

```

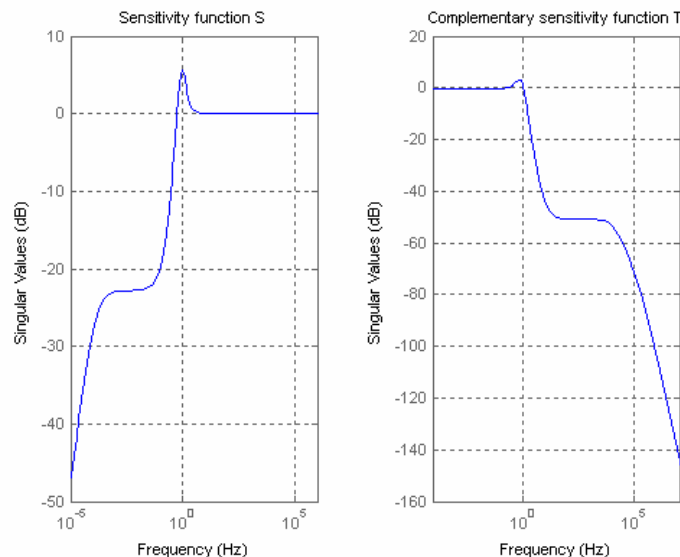


Citlivostní a doplňkovou citlivostní funkci lze vykreslit

```

subplot(1,2,1), plot(ssub(Pcl,1,1),'sv'), title('Sensitivity
function S')
subplot(1,2,2), plot(ssub(Pcl,1,2),'sv'),
title('Complementary sensitivity function T')

```

Vidíme, že frekvenční rozsah, kde zpětná vazba významně tlumí vlivy poruch, tedy kde citlivostní funkce je menší než -20dB je přibližně 0.1 Hz , což je málo ve srovnání s požadavky, ale zároveň přibližně stejné, jako stávající řešení založené na PID regulaci.

Rovněž rezonanční špička viditelná u citlivostní funkce je příliš velká, asi 5 dB a měla by být 3dB . Následovat by teď měla další iterace v návrhu, která bude založena na použití strmějších filtrů W_1 a návrhu pro méně zjednodušený model (řádu 5).

IV.ZÁVĚR

V příspěvku byl ilustrována jedna iterace procesu návrhu robustního zpětnovazebního regulátoru pro řízení úhlové polohy reálného systému – VLT teleskopu provozovaného organizací ESO v pohoří Paranal v Chile. Cíl návrhu byl formulován jako minimalizace H_∞ normy smíšené citlivostní funkce a k této minimalizaci bylo použito LMI Control Toolboxu.

LITERATURA A ODKAZY NA WEBOVÉ STRÁNKY

- [1]The Mathworks, Inc. LMI Control Toolbox for Matlab. Manuál ke stažení na http://www.mathworks.com/access/helpdesk/help/toolbox/lmi/lmi_product_page.shtml
- [2]European Southern Observatory (ESO) at Paranal. Webová stránka observatoře na <http://www.eso.org/paranal>
- [3]Doyle, Francis, and Tannenbaum. Feedback Control Theory. Macmillan, 1992. Knihu je možné stáhnout ve formátu PDF na <http://www.control.utoronto.ca/people/profs/francis/dft.html>
- [4] Kwakernaak, Meinsma, Design Methods for Control Systems, poznámky k přednáškám, University of Twente. Ke stažení ve fomátu PDF na <http://wwwhome.math.utwente.nl/~meinsmag/courses/dmcs>
- [5] PolyX, s.r.o. Polynomial Toolbox for Matlab. <http://www.polyx.com>