

# MODIFIKACE SHACK-HARTMANNOVA SENZORU

*A.Mikš, J.Novák*

ČVUT v Praze, Fakulta stavební, katedra fyziky

## Abstrakt

Shack-Hartmannův senzor nabízí jednoduchý způsob vyhodnocování vlnoplochy a nachází uplatnění v celé řadě oblastí. V práci je ukázán jednoduchý způsob rozšíření měřicího rozsahu senzoru a to pomocí LCD umístěného před nebo za maticí mikročoček. Pomocí počítače se postupně generují otvory o velikosti stejné jako mají mikročočky, přičemž je propustný vždy jen jeden otvor. Světelná stopa na CCD senzoru je pak jednoznačně určena souřadnicemi středu otvoru na LCD, kterým prochází světlo od jemu odpovídající části měřené vlnoplochy. Měřicí rozsah je pak mnohem větší, neboť nedochází k míchání stop od jednotlivých mikročoček, jak je tomu u klasického Shack-Hartmannova senzoru. Vyhodnocení je poté možno provádět pomocí Matlabu.

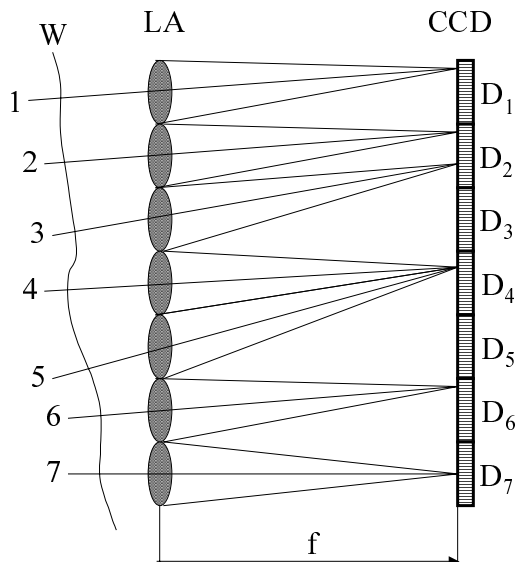
## 1. Úvod

Pro kontrolu kvality ploch optických prvků, např. čoček a zrcadel, se v praxi používá mnoho různých metod [1,2]. Nejčastěji se v průmyslové praxi aplikují interferometrické metody [1,2,7,8]. Tyto měřicí metody umožňují experimentálně zjistit deformaci testované vlnoplochy vůči specifikované referenční, např. sférické, vlnoploše. Používají speciálně konstruovaných interferometrů Fizeauova nebo Twyman-Greenova typu [1,2,8], které umožňují dosažení přesnosti měření vyšší nežli  $\lambda/100$ , kde  $\lambda$  je vlnová délka použitého záření. Je však nutno poznamenat, že tyto interferometry jsou poněkud složité a finančně náročná měřicí zařízení. Jiným typem metod jsou tzv. gradientní metody, které umožňují určení gradientu vlnového pole, které je deformováno po interakci s testovanou plochou [1,3-7]. Tyto techniky mají oproti metodám interferometrickým několik výhod, jsou jednodušší, méně finančně náročné, nepotřebují koherentní zdroj záření a je možno testovat vlnoplochy s větším gradientem. V této práci se zaměříme na tzv. Shack-Hartmannovu metodu, která pro vyhodnocení vlnového pole používá matici mikročoček a CCD senzoru. Nevýhodou klasické Shack-Hartmannovy metody je to, že v případě velké změny gradientu vlnoplochy dochází k tomu, že na jednom místě CCD senzoru se mohou nacházet stopy z různých částí měřené vlnoplochy. Toto značně omezuje měřicí rozsah klasického Shack-Hartmannova senzoru. V práci je ukázán způsob, kterým lze tento problém odstranit a podstatným způsobem rozšířit měřicí rozsah Shack-Hartmannova senzoru.

## 2. Popis metody

Na **obr.1** je znázorněno schéma Shack-Hartmannova senzoru, který se skládá z matice mikročoček LA a CCD senzoru. Plocha CCD senzoru je virtuálně (v počítači) rozdělena na tolik dílčích senzorů  $D_i$ , kolik obsahuje matice mikročoček. V našem zjednodušeném případě má matice 7 mikročoček a CCD senzor je tedy rozdělen na 7 dílčích senzorů  $D_1, \dots, D_7$ . Vlnoplocha W, dopadající na matici mikročoček LA, má obecný tvar a její normály mají tedy v různých místech různý směr. Na obr.1 jsou normály vlnoplochy procházející středy jednotlivých mikročoček, tzv. "hlavní normály", očíslovány čísly 1,2,...,7. Mikročočky soustředí paprskový svazek do své ohniskové roviny v níž se nachází CCD senzor. Poloha stopy na senzoru bude dána směrem hlavní normály příslušné dané mikročočce a ohniskovou vzdáleností  $f$  mikročočky, jak bude ukázáno později. Velikost dílčích senzorů je stejná jako velikost jím příslušné mikročočky. Senzor bude tedy detekovat gradient vlnoplochy, který je

charakterizován směrem hlavní normály. Detekce bude jednoznačná, bude-li se stopa příslušející  $i$ -té hlavní normále nacházet na  $i$ -tém dílčím detektoru. V případě velkých gradientů vlnoplochy však může nastat situace, kdy se na  $i$ -tém detektoru bude nacházet několik stop příslušných různým hlavním normálám. V tomto případě nejsme schopni rozhodnout od které části vlnoplochy stopa na detektoru pochází.



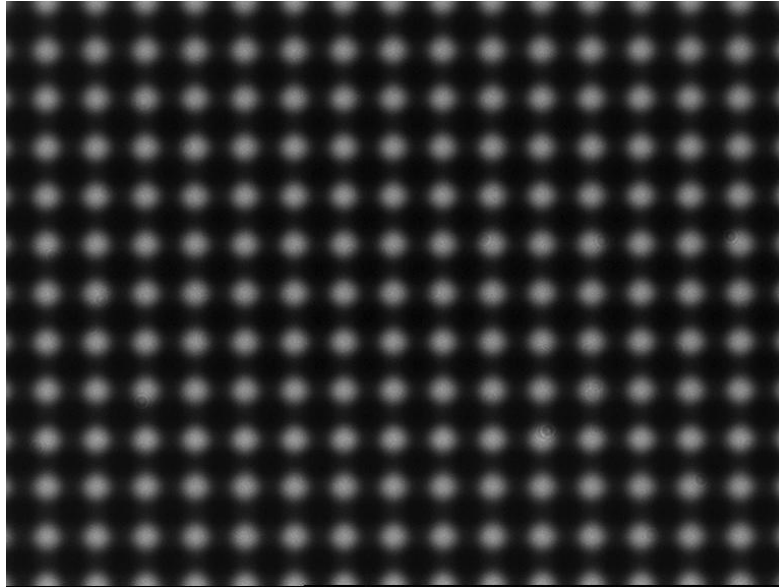
**Obr.1:** Optické schéma Shack-Hartmannova senzoru

Tato situace je znázorněna na obr.1, kde se na dílčím detektoru  $D_2$  nacházejí dvě stopy pocházející od hlavních normál 2 a 3. Na detektoru  $D_4$  se nacházejí také dvě stopy pocházející od hlavních normál 4 a 5 a tyto stopy jsou navíc ještě identické, tj. nacházejí se na stejném místě na detektoru. Abychom se této situaci vyhnuli musíme nutně omezit měřící rozsah senzoru a to je na takové hodnoty gradientu vlnoplochy, jejichž velikost, v případě bodové stopy, nepřesahuje hodnotu  $\pm D/2f$ , kde  $D$  je velikost mikročocky a  $f$  její ohnisková vzdálenost.

Tato skutečnost výrazným způsobem omezuje rozsah působnosti klasického Shack-Hartmannova senzoru. Např. pro mikročocku mající ohniskovou vzdálenost 35 mm a průměr 0,3 mm dostáváme, pro světlo o vlnové délce  $\lambda = 633$  nm, maximální hodnotu gradientu vlnoplochy  $6,8 \lambda$ . V důsledku difrakce světla nebude stopa na detektoru bod, ale plocha určité velikosti. Na **obr.2** je zachycen digitální obraz detekovaných stop pomocí Shack-Hartmannova senzoru. V případě, že mikročocky mají kruhový tvar, pak pro velikost  $d$  centrální části stopy na senzoru platí

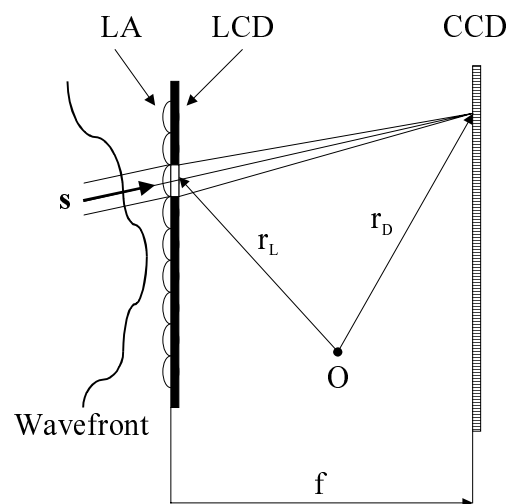
$$d = 2,4\lambda f/D, \quad (7)$$

Dosažením předcházejících hodnot dostáváme:  $d = 0,177$  mm. Pro CCD senzor o velikosti jednoho pixelu 0,01 mm tak plocha centrální části stopy pokrývá cca 300 pixelů. To má za důsledek podstatné snížení maximální hodnoty gradientu vlnoplochy, který jsme schopni určit.



**Obr.2:** Detekovaný obraz pomocí Shack-Hartmannova senzoru

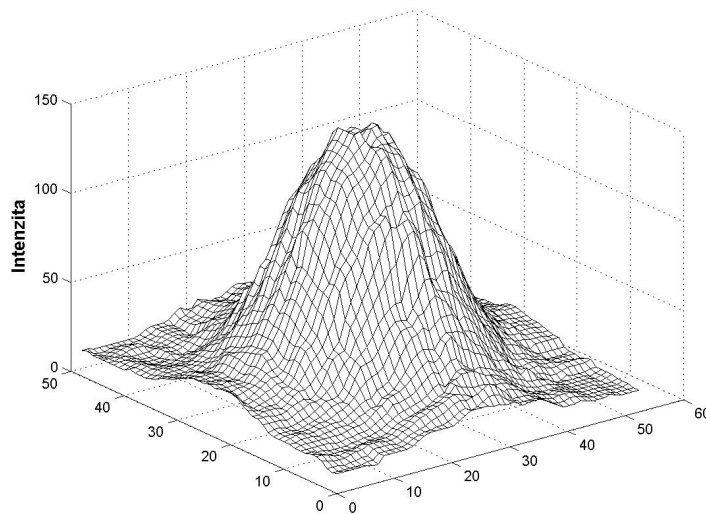
Jednoduchý způsob rozšíření měřicího rozsahu Shack-Hartmannova senzoru se provede pomocí LCD umístěného před nebo za maticí mikročoček LA. Schéma optického uspořádání Shack-Hartmannova senzoru je uvedeno na **obr.3**. Pomocí počítače se postupně generují otvory o velikosti stejné jako mají mikročočky, přičemž je propustný vždy jen jeden otvor. Světelná stopa na CCD senzoru je pak jednoznačně určena souřadnicemi středu otvoru na LCD, kterým prochází světlo od jemu odpovídající části měřené vlnoplochy. Měřicí rozsah je pak mnohem větší, neboť nedochází k míchání stop od jednotlivých mikročoček, jak je tomu u klasického Shack-Hartmannova senzoru a pro detekci je využívána celá plocha CCD senzoru.



**Obr.3:** Optické schéma modifikovaného Shack-Hartmannova senzoru

### 3. Vyhodnocení deformace vyšetřované vlnoplochy

Abychom určili deformaci vyšetřované vlnoplochy na základě změření jejího gradientu, musíme nejdříve určit odchylku ( $\Delta x$ ,  $\Delta y$ ) stopy elementárního světelného svazku, vymezeného velikostí mikročochky a směrem hlavní normály, od polohy tohoto svazku v případě ideální vlnoplochy, kterou je rovinná vlnoplocha. V případě rovinné vlnoplochy dopadající kolmo na matici mikročochek se budou stopy elementárních svazků nacházet na zcela určitých místech detektoru. V ideálním případě to bude ve středu detektoru. Vzhledem k difrakci světla a aberacím mikročochek bude mít stopa elementárního paprskového svazku na detektoru poměrně složitý energetický profil (**obr.4**).



**Obr.4:** Energetický profil detekované stopy

Za střed stopy tohoto svazku na detektoru budeme proto považovat těžiště energetického profilu stopy, jehož souřadnice ( $x_c$ ,  $y_c$ ) určíme jako

$$x_c = \frac{\sum_{i=1}^P \sum_{j=1}^Q x_i I_{ij}}{\sum_{i=1}^P \sum_{j=1}^Q I_{ij}}, \quad y_c = \frac{\sum_{i=1}^P \sum_{j=1}^Q y_i I_{ij}}{\sum_{i=1}^P \sum_{j=1}^Q I_{ij}},$$

kde  $I_{ij}$  je hodnota intenzity v obrazovém bodě o souřadnicích  $x_i$  a  $y_i$ , přičemž výpočet se provádí v okně o velikosti  $P \times Q$  obrazových bodů.

Označme  $\mathbf{s}(s_x, s_y, s_z)$  jednotkový směrový vektor normály vlnoplochy  $W(x,y,z)$  dopadající na mikročochku,  $\mathbf{r}_L(x_L, y_L, z_L)$  polohový vektor středu mikročochky,  $\mathbf{r}_D(x_D, y_D, z_D)$  polohový vektor středu stopy na CCD senzoru,  $O(x_O, y_O, z_O)$  počátek souřadné soustavy a  $f$  ohniskovou vzdálenosti mikročochky. Pro směrový vektor  $\mathbf{s}$  pak podle obr.1 platí.

$$\mathbf{s} = \frac{\mathbf{grad} W}{|\mathbf{grad} W|} = \frac{\mathbf{r}_D - \mathbf{r}_L}{\sqrt{(\mathbf{r}_D - \mathbf{r}_L)(\mathbf{r}_D - \mathbf{r}_L)}}. \quad (1)$$

Volíme-li speciálně počátek souřadné soustavy  $O$  tak, aby ležel v rovině procházející zadními hlavními body mikročoček tj.  $O = (0,0,0)$ , pak platí:  $\mathbf{r}_L = (x_L, y_L, 0)$ ,  $\mathbf{r}_D = (x_D, y_D, f)$ . Ze vztahu (1) dostáváme

$$s_x = \frac{\frac{\partial W}{\partial x}}{\sqrt{\left(\frac{\partial W}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial W}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial W}{\partial z}\right)^2}} \approx \frac{\partial W}{\partial x},$$

$$s_y = \frac{\frac{\partial W}{\partial y}}{\sqrt{\left(\frac{\partial W}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial W}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial W}{\partial z}\right)^2}} \approx \frac{\partial W}{\partial y}, \quad (2)$$

$$s_z = \frac{\frac{\partial W}{\partial z}}{\sqrt{\left(\frac{\partial W}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial W}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial W}{\partial z}\right)^2}} \approx \frac{\partial W}{\partial z} \approx 1.$$

Přibližné vztahy platí za předpokladu, že  $\partial W/\partial x \ll 1$ ,  $\partial W/\partial y \ll 1$ . Tento předpoklad je v praxi téměř vždy splněn. Dále pak platí

$$s_x = \frac{x_D - x_L}{\sqrt{(x_D - x_L)^2 + (y_D - y_L)^2 + f^2}} \approx \frac{x_D - x_L}{f} = \frac{\Delta x}{f},$$

$$s_y = \frac{y_D - y_L}{\sqrt{(x_D - x_L)^2 + (y_D - y_L)^2 + f^2}} \approx \frac{y_D - y_L}{f} = \frac{\Delta y}{f}, \quad (3)$$

$$s_z = \sqrt{1 - s_x^2 - s_y^2} \approx 1.$$

Přibližné vztahy platí za předpokladu, že  $\Delta x/f \ll 1$ ,  $\Delta y/f \ll 1$ . Tento předpoklad je v praxi téměř vždy splněn. Ze vztahů (2) a (3) dostáváme následující přibližné vztahy

$$\frac{\partial W}{\partial x} = \frac{\Delta x}{f}, \quad \frac{\partial W}{\partial y} = \frac{\Delta y}{f}. \quad (4)$$

Deformaci vlnoplochy  $W(x,y)$  pak vypočítáme ze vztahu

$$W = W_x + W_y, \quad \text{kde } W_x = \frac{1}{f} \int_0^x \Delta x \, dx, \quad W_y = \frac{1}{f} \int_0^y \Delta y \, dy. \quad (5)$$

Integrály (5) vypočítáme některou z metod numerické integrace např. lichoběžníkovou metodou, platí

$$W(x, y) = W(m\delta x, n\delta y) = W_{mn} = W_m + W_n, \quad (6)$$

kde

$$W_m = \frac{1}{f} \left( \frac{1}{2} \Delta x_1 + \sum_{i=2}^{m-1} \Delta x_i + \frac{1}{2} \Delta x_m \right) \delta x, \quad W_n = \frac{1}{f} \left( \frac{1}{2} \Delta y_1 + \sum_{j=2}^{n-1} \Delta y_j + \frac{1}{2} \Delta y_n \right) \delta y,$$

kde  $m = 1, 2, \dots, M$ ,  $n = 1, 2, \dots, N$  přičemž  $M$  resp.  $N$  je počet mikročoček ve směru osy  $x$  resp.  $y$ ,  $\delta x$  resp.  $\delta y$  jsou vzdálenosti středů mikročoček ve směru osy  $x$  resp.  $y$ . V praxi mají pole mikročoček tu vlastnost, že pro většinu případů platí  $\delta x = \delta y$ .

#### 4. Závěr

V práci byla provedena analýza Shack-Hartmannova senzoru a ukázány jeho základní vlastnosti a způsoby vyhodnocování měřené vlnoplochy. Byl ukázán způsob jak lze odstranit nevýhody klasického Shack-Hartmannova senzoru a to pomocí LCD umístěného před nebo za maticí mikročoček. Byly odvozeny teoretické vztahy umožňující provést podrobnou analýzu vlastností a možností tohoto senzoru. Dále byly uvedeny vztahy umožňující určit tvar vyšetřované vlnoplochy z hodnot jejího gradientu. Tyto vztahy lze jednoduše naprogramovat pomocí systému MATLAB a použít pro automatickou analýzu testovaných vlnoploch. Ve srovnání s interferometrickými metodami mají gradientní metody, při srovnatelné přesnosti, velkou výhodu ve své jednoduchosti, většímu měřicímu rozsahu, rychlosti měření a necitlivosti k rušivým vlivům okolního prostředí jako jsou např. vibrace.

*Práce byla vypracována za podpory grantů GA ČR 103/03/P001 a GAČR 202/02/0314.*

#### Literatura

- [1] Malacara D.: *Optical Shop Testing*, John Wiley & Sons, N.Y. 1992.
- [2] Francon M.: *Optical Interferometry*, Academic Press, N.Y. 1966.
- [3] Zou W., Zhang Z.: Generalized wave-front reconstruction algorithm applied in a Shack-Hartmann test, *Applied Optics*, Vol.39, No.2, 2000
- [4] Rocktäschel, M., Tiziani, H.J.: Limitations of the Shack-Hartmann sensor for testing optical aspherics. *Optics and Laser Technology*, Vol.34 (2002), p.631-637.
- [5] Pfund, J., Lindlein, N., Schwider, J.: Misalignment effect of the Shack-Hartmann sensor, *Appl. Optics*, vol.37 (1998), 22.
- [6] Novák, J. - Mikš, A.: Modern Optoelectronic Methods for Non-Contact Deformation Measurement in Industry. *Journal of Optics A: Pure and Applied Optics*. 2002, vol. 4, no. 6, p. 413-420.
- [7] Mikš, A.: *Aplikovaná optika 10*, Vydavatelství ČVUT, Praha 2000.
- [8] Mikš, A.: Interferometrické metody vyhodnocování sférických ploch v optice, *Jemná mechanika a optika*, 2000, č.1.

Doc.RNDr.Antonín Mikš,CSc , Katedra fyziky, FSv ČVUT, Thákurova 7, 166 29 Praha 6.  
Tel: 224354948, Fax: 2233333226, E-mail: miksa@fsv.cvut.cz

Ing.Jiří Novák,PhD, Katedra fyziky, FSv ČVUT, Thákurova 7, 166 29 Praha 6.  
Tel: 224354435, Fax: 2233333226, E-mail: novakji@fsv.cvut.cz