

ŘEŠENÍ PROBLÉMU LOKALIZACE A ALOKACE LOGISTICKÝCH OBJEKTŮ POMOCÍ PROGRAMOVÉHO SYSTÉMU MATLAB

Vladimír Hanta¹, Ivan Gros²

Vysoká škola chemicko-technologická Praha, ¹Ústav počítačové a řídicí techniky, ²Ústav ekonomiky a řízení chemického a potravinářského průmyslu

Přeprava produktů, výrobků a zboží od výrobce k zákazníkovi patří mezi důležité logistické úkoly. Dopravovat produkty z jediného centrálního skladu nebo přímo od výrobce není při zásobování rozsáhlé oblasti s velkým počtem zákazníků výhodné. K efektivnímu zásobování rozsáhlých oblastí je daleko výhodnější vytvořit síť distribučních skladů. Kvalita a včasnost služeb zákazníkům značně závisí na struktuře této zásobovací sítě, obojí lze zlepšit zvýšením počtu regionálních distribučních skladů. Dopravní náklady (od výrobce přes distribuční sklady až k zákazníkovi) se redukuje zkrácením distribučních cest. Na druhou stranu fixní náklady spojené s činností skladů a udržováním zásob náklady zvyšují.

1. Úvod

Lokalizační problém (location-allocation problem) a jeho řešení nejsou v současnosti jen předmětem výzkumu a teoretických úvah, ale nabývají na významu i v běžné manažerské praxi. Lokalizace takových objektů jako jsou výrobní závody, distribuční sklady, nákupní centra apod. ovlivňuje materiálové toky ve stále geograficky rozsáhlejších dodavatelských řetězcích a zejména má vliv na náklady spojené s realizací těchto materiálových toků. Požadavky praxe zvyšují složitost základního problému ve smyslu, že už nejde pouze o distribuční řetězec s lineární strukturou, ale o distribuční síť s neustále komplikovanější strukturou.

V rámci řešení problémů základního úkolu optimalizace logistických řetězců byl vyvinut sekvenční adaptivní algoritmus pro lokalizaci a alokaci logistických objektů. V článku [2] byly uvedeny první výsledky aplikace algoritmu na lokalizaci více objektů. Navržený postup měl kladné odezvy, objevila se také ale kritika [5] související s tvrzením, že náklady spojené s přepravou zboží mezi objekty mají své minimum. Autor stati si neuvědomil, že v reálných problémech se uplatňuje vliv množstevních rabatů, které řešení celého problému výrazně ovlivňují a které v současnosti přepravci stále častěji uplatňují. Hlavním cílem tohoto příspěvku je popsat základy rysy implementace algoritmu pro lokalizaci a alokaci logistických objektů v programovém systému MATLAB, popsat jeho aplikaci na řešení rozsáhlejšího reálného distribučního problému a ukázat na vliv přepravních nákladů a nákladů na provoz optimálně lokalizovaných skladů na jejich optimální počet.

2. Formulace optimalizačního kritéria

Jako optimalizační kritérium pro lokalizaci i alokaci distribučních skladů byly zvoleny úhrnné náklady spojené s přepravou mezi pevnými logistickými objekty (výrobci, zákazníci, odběratelé) a lokalizovanými objekty (regionálními distribučními sklady), dále náklady na provoz navrhovaných skladů a náklady spojené s udržováním zásob. Vzhledem k relativně krátkým přepravním vzdálenostem na území ČR nebylo nutné brát v úvahu rychlost přepravy.

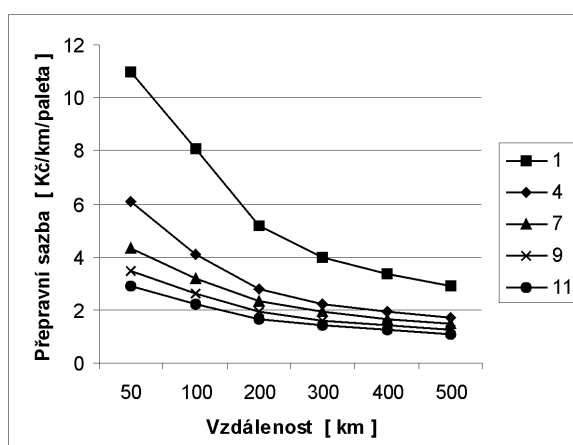
Základní předpoklady, kterých se vycházelo při formulaci použitého optimalizačního kritéria, lze stručně shrnout do několika hlavních bodů:

- Přepravci uplatňují při přepravě výrobků řadu různě konstruovaných množstevních slev a rabatů, které významně ovlivňují přepravní náklady. Tyto rabaty jsou v podstatě diferencované podle přepravovaného množství a/nebo přepravní vzdálenosti (viz Tab.1).

Přepravované množství		Celková platba za přepravu na vzdálenost do					
kg	palet	50 km	100 km	200 km	300 km	400 km	500 km
400	1	550 Kč	808 Kč	1 031 Kč	1 198 Kč	1 336 Kč	1 451 Kč
1 500	4	1 220 Kč	1 637 Kč	2 237 Kč	2 691 Kč	3 060 Kč	3 373 Kč
2 700	7	1 520 Kč	2 231 Kč	3 244 Kč	4 004 Kč	4 623 Kč	5 153 Kč
3 300	9	1 550 Kč	2 370 Kč	3 504 Kč	4 359 Kč	5 055 Kč	5 684 Kč
4 300	11	1 580 Kč	2 450 Kč	3 650 Kč	4 720 Kč	5 590 Kč	5 980 Kč

Tab. 1. Diferenciace cen přepravy podle přepravní vzdálenosti a přepravovaného množství

Příklad závislosti průměrných přepravních sazeb (v našem případě za přepravu palet na vzdálenost 1 km) pro proměnné množství palet (1, 4, 7, 9 a 11 palet) je uveden na obr.1.



Obr. 1. Závislost průměrných přepravních sazeb na vzdálenosti a množství palet

Všechny uvedené údaje vycházejí ze skutečných přepravních sazeb jedné z velkých přepravních společností v ČR (vzhledem k tomu, že se jednalo o neveřejné údaje, byly zachovány pouze trendy).

- Vzdálenosti mezi logistickými objekty jsou počítány jako euklidovské vzdálenosti a jsou korigovány na skutečný stav dopravní sítě pomocí korekčního koeficientu 1,3.
- V modelu se pracuje s různými velikostmi dodávek podle požadavků odběratelů na četnost dodávek, ta se mění od dvou dodávek za týden až po jednu dodávku za dva týdny. Obdobně se dodávky od výrobců do distribučních skladů mění od jedné dodávky za dva týdny až po jednu dodávku za měsíc.
- Z možných forem dopravy se uvažovala pouze doprava silniční vzhledem k tomu, že u dodávek kusového zboží převažuje.
- Náklady na udržování zásob v distribučních skladech byly odhadnuty podle zkušeností a stanoveny na 18 % průměrného stavu zásob (z toho je 8 % skladovací náklady a 10 % ztráta z neproduktivního vázání kapitálu v zásobách).
- Při výpočtech fixních nákladů provozu distribučních skladů byly jako největší položka uvažovány odpisy. Východiskem byla pořizovací cena skladu pro 10 000 palet tvořeného kovovou konstrukcí s průměrnou životností kolem 12 let, výstavba skladu takového typu stojí přibližně 160 miliónů Kč. Pro přepočty pořizovacích cen skladů o jiných kapacitách bylo použito mocninové pravidlo s exponentem 0,7.
- Při stanovení pojistné zásoby se vycházelo z variačního koeficientu na úrovni 20 %, průměrná zásoba byla odhadnuta za předpokladu lineární spotřeby vytvořené zásoby v čase.

3. Popis použitého algoritmu

Optimalizace počtu distribučních skladů, optimální přiřazení zákazníkům (nebo naopak) a optimální lokalizace je komplikovaný optimalizační problém a jeho řešení není možné provést simultánně. Jeden z možných způsobů řešení je dekompozice problému do soustavy tří následných optimalizačních podproblémů řešených cyklicky v posloupnosti:

- První podproblém je určení optimálního počtu distribučních skladů. Jedná se o složitý rozhodovací problém, který závisí mnoha údajích, z nich některé jsou často nedostatečně kvantifikované. Situace je značně komplikovaná skutečností, že explicitní vyjádření počtu distribučních skladů je ve standardních lokalizačních modelech nemožné. Tento problém je proto nutné řešit jako posloupnost optimalizačních úloh s postupně rostoucím počtem distribučních skladů. Nový distribuční sklad se vytváří formálním rozštěpením vhodně vybraného existujícího skladu. Celý proces se opakuje, dokud přidávání dalšího skladu je z ekonomického hlediska výhodné.
- Druhý optimalizační podproblém je alokace – přiřazení zákazníků lokalizovaným skladům a určení distribuční oblasti pro každý sklad. Jedná se vždy o diskrétní optimalizační problém a jeho výsledkem je vzájemné přiřazení distribučních center (odběratelů) a distribučních skladů. Optimální rozdělení distribučního prostoru na distribuční oblasti je NP-úplný problém. Množství potřebných výpočtů roste s počtem skladů a odběratelů rychleji než polynomiálně.
- Poslední optimalizační podproblém je spojitá nebo diskrétní optimalizace lokalizace distribučních skladů v distribučních oblastech, které byly určeny předem při stanovení optimálního přiřazení distribučních skladů a odběratelů. Výběr optimalizační metody závisí na způsobu určení vzdáleností mezi logistickými objekty v distribučním prostoru.

Problém vzájemného přiřazení odběratelů a distribučních skladů a jejich lokalizaci v distribučním prostoru lze pak formulovat takto:

- V distribučním prostoru je svými geografickými souřadnicemi $[\varphi_i, \lambda_i]$, $i = 1, 2, \dots, n$ dáno n existujících logistických objektů P_i (distribuční centra, zákazníci, odběratelé).
- Každý objekt je charakterizován velikostí dodávek q_i , $i = 1, 2, \dots, n$, které mu jsou v pravidelných intervalech dodávány z přiřazeného distribučního skladu S_j a jejich četností. Tyto intervaly se mohou pro jednotlivé objekty lišit,
- distribuční prostor je rozdělen z ekonomických důvodů (snaha o minimalizaci dopravních nákladů) rozdělen do několika distribučních oblastí T_j , každá distribuční oblast je obsluhována jediným distribučním skladem S_j ,
- každý zákazník je přiřazen do jedné z distribučních oblastí T_j , toto přiřazení není pevné, ale může být změněno v průběhu výpočtu, pokud se to ukáže být účelné,
- vzdálenost mezi zákazníky P_i a přiřazenými distribučními sklady S_j je počítána pomocí vhodné dvourozměrné metriky $\rho(P_i, S_j)$, proto musí být geografické souřadnice $[\varphi_i, \lambda_i]$, $i = 1, 2, \dots, n$ přepočteny na pravouhlé $[x_i, y_i]$, $i = 1, 2, \dots, n$,
- vzdálenosti mohou být korigovány podle místních podmínek vhodným číselným faktorem $k_{ij} \geq 1$,
- cílem je lokalizovat v distribučním prostoru $r \ll n$ nových objektů – distribučních skladů S_j , tedy určit jejich souřadnice $[X_j, Y_j]$, $j = 1, 2, \dots, r$ tak, aby účelová funkce

$$\sum_{j=1}^r \sum_{i \in T_j} q_i k_{ij} \rho(P_i, S_j) \text{ dosáhla svého minima,}$$

- pravouhlé souřadnice $[X_j, Y_j]$, $j=1, 2, \dots, r$ nově lokalizovaných skladů jsou pak přepočteny na geografické souřadnice $[\Phi_j, \Lambda_j]$, $j=1, 2, \dots, r$. V použitém příkladu byl pro jednoduchost použit souřadnicový systém s měřítkem 1 cm = 18,8 km.

Vlastní algoritmus adaptivní sekvenční optimalizace počtu distribučních skladů, jejich přiřazení existujícím objektům (odběratelům) a lokalizaci v distribučním prostoru lze stručně popsat takto:

1. optimální lokalizace skladů se nejprve provede pro triviální limitní případ jednoho skladu, kde není žádný problém se vzájemným přiřazením distribučních skladů a odběratelů,
2. v každém následujícím kroku se přidá vždy jeden nový sklad S_{r+1} vzniklý rozštěpením vybraného skladu S_r na dva nové objekty (počet skladů vzroste o jeden), štěpený sklad je vybrán buď sekvenčně nebo podle vhodného heuristického pravidla,
3. první z nových skladů je umístěn do poloviční vzdálenosti ve směru k nejvzdálenějšímu odběrateli a druhý je umístěn symetricky na opačnou stranu,
4. odběratelé, kteří dosud byli přiřazeni ke skladu S_r , jsou nově přiřazeni podle dopravních vzdáleností k jednomu z nových skladů,
5. provede se optimální lokalizace skladů podle jejich dosavadního přiřazení odběratelům a určí se nové přiřazení odběratelů skladům podle dopravních vzdáleností,
6. dokud se vzájemné přiřazení odběratelů a skladů vypočtené na základě nové lokalizace skladů liší od dosavadního, přiřazení se musí po každé lokalizaci adaptivně opravit (provádí se nová lokalizace a oprava přiřazení tak dlouho, dokud se předpokládané a vypočtené přiřazení liší),
7. na konci výpočetního procesu je vhodné prověřit všechna přiřazení, které nejsou jednoznačná (odběratelé na hranicích mezi dvěma sousedními distribučními oblastmi),
8. vzhledem k existenci lokálních minim, je dále účelné ověřit výsledky pomocí nového náhodně generovaného přiřazení.

4. Realizace algoritmu v prostředí MATLABu

Popsaný algoritmus je implementován ve standardním prostředí MATLABu s využitím optimalizační funkce `fminunc` z balíku Optimization Toolbox. Pro čtení vstupních údajů i pro výstup důležitých výsledků je použit mechanismus dynamické výměny dat DDE mezi vlastním MATLABem a tabulkami tabulkového procesoru MS Excel. Vzhledem k tomu, že v příkazech `ddereq` a `ddepoke` se oblast excelovské tabulky, ze nebo do které se mají data proměnného rozsahu číst nebo zapisovat, zadává jako řetězec, je možné pomocí řetězcových funkcí vytvářet dynamické adresy, které se automaticky přizpůsobují základním údajům o počtech odběratelů, výrobců a distribučních skladů. Příklad části tabulky, ze které se načítají údaje o odběratelích, je uvedena v tabulce Tab. 2.

Počet zákazníků		71			
Kód zákazníka	Poloha zákazníka		Počet palet	Počet závozu	Velikost dodávky
i	x_i	y_i	w_i	n_i	m_i
1	10.4	16.6	430	52	9
2	8.3	15.3	500	52	10
3	9.0	15.4	1960	52	38
4	11.5	14.7	504	52	10
5	14.3	14.5	890	52	18
...
68	24.6	9.5	500	52	10
69	25.2	9.3	3450	64	54
70	25.5	8.6	5678	64	89
71	26.0	7.0	87	52	2
72	25.3	5.6	570	52	11

Tab. 2. Základní vstupní údaje popisující jednotlivé odběratele (část)

K vlastní optimalizaci je použita funkce pro volnou optimalizaci `fminunc`. Definice poměrně složité účelové funkce $\sum_{j=1}^r \sum_{i \in T_j} q_i k_{ij} \rho(P_i, S_j)$, kterou tato optimalizační funkce využívala, je uvedena na obr. 2.

```
function f=Costs(X)
global NumberOfCustomers NumberOfWarehouses xCustomer ...
    TariffRates NDeliveries NPallets Allocation0
ObjFunc=0;
for k=1:NumberOfWarehouses
    Indices=find(Allocation0 == k);
    ObjFunc=ObjFunc+sum(sqrt((xCustomer(Indices)-X(k)).^2+...
    (xCustomer(NumberOfCustomers+Indices)-X(NumberOfWarehouses+k)).^2).*...
    TariffRates(Indices).*NDeliveries(Indices).*ceil(NPallets(Indices)/11)); end
f=1.3*18.8*ObjFunc;
```

Obr. 2. Zdrojový kód účelové funkce pro lokalizaci a alokaci distribučních skladů

Výsledky byly zapisovány opět pomocí mechanismu DDE do excelovských tabulek, nejdůležitější z nich jsou uvedeny v souhrnné tabulce (viz Tab. 3) zachycující vývoj základních složek celkových ekonomických nákladů.

Složky nákladů na přesun výrobků od výrobců k odběratelům	Počet skladů			
	1	2	3	4
Doprava ze skladů k zákazníkům	6 939 139.23 Kč	3 988 897.93 Kč	3 340 470.55 Kč	2 830 616.93 Kč
Doprava od výrobců do skladů	1 703 345.43 Kč	2 839 294.51 Kč	3 411 682.13 Kč	4 211 996.90 Kč
Náklady na udržování zásob	20 031 074.31 Kč	21 352 905.28 Kč	22 217 861.05 Kč	22 880 226.76 Kč
Celkové náklady	28 673 558.97 Kč	28 181 097.71 Kč	28 970 013.73 Kč	29 922 840.59 Kč

Tab. 3. Vývoj dopravních a celkových nákladů vzhledem k počtu distribučních skladů

5. Příklad využití algoritmu

Pro ověření funkce algoritmu v reálných podmínkách ČR byl použit problém hledání optimálního počtu distribučních skladů firmy, která zabezpečuje distribuci výrobků šesti výrobců celkem 71 odběrateli. Počet skladů byl postupně zvyšován až na čtyři. Vývoj rozhodujících nákladových položek je uveden v tabulce Tab. 3.

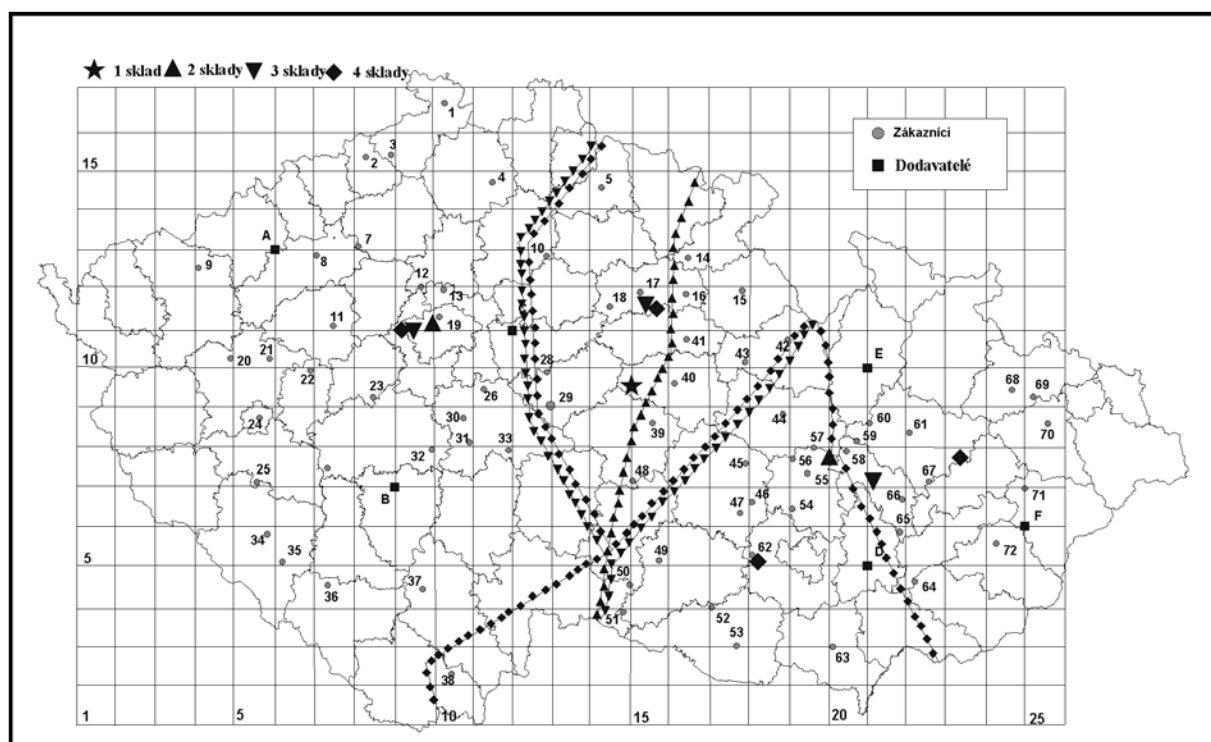
Na tomto rozsáhlejší reálném příkladu se potvrdily výsledky teoretických úvah o vývoji jednotlivých složek celkových nákladů na přepravu výrobků od výrobců k odběratelům, celkové náklady by měly mít minimum pro menší počet skladů než dopravní náklady. Dopravní náklady na dopravu produktů ze skladů k odběratelům monotónně klesají s rostoucím počtem skladů, teoretické minimum pro stejný počet skladů a odběratelů má hodnotu nula. Náklady na dopravu výrobků od výrobců do skladů jsou rostoucí, ale pomaleji než náklady na dopravu ze skladů k odběratelům. Dopravní náklady proto musí mít minimum, které se dosáhne v použitém problému pro tři sklady. Náklady na udržování zásob monotónně rostou s počtem skladů. Proto celkové náklady (dopravní náklady a náklady na provoz skladů a udržování zásob) mají také minimum, které ale musí být dosaženo pro menší počet distribučních skladů. V řešeném konkrétním problému je minimum dosaženo pro dva sklady.

6. Závěry

Příspěvek se zabývá problémem lokalizace a alokace distribučních skladů. Tento problém zahrnuje jak geografickou lokalizaci distribučních skladů, tak i jejich přiřazení odběratelům a naopak. Je popsán adaptivní sekvenční algoritmus založený na Wieszfeldově algoritmu [1]. Počet distribučních skladů se postupně zvyšuje, přitom se v každém kroku adaptivně opravuje alokace odběratelů skladům. Alokace odběratelů může být také

modifikována tak, aby bylo dosaženo vzájemně srovnatelných dopravních výkonů pro jednotlivé sklady. Základním kritériem optimalizace distribučních cest jsou hlavně náklady přepravy výrobků od výrobce přes distribuční sklady až ke koncovému prodejci, do účelové funkce však jsou také zahrnuty náklady na zřízení a provoz distribučních skladů a na udržování zásob v dostatečné výši. Vzdálenosti mezi logistickými objekty jsou aproximovány vhodnou dvourozměrnou metrikou v závislosti na existující dopravní síti. Pro přepravu zboží po celém České republice se jako nejvhodnější ukázala být korigovaná euklidovská vzdálenost. Popsaný algoritmus byl implementován v prostředí programového systému MATLAB, pro vlastní optimalizaci dopravních nákladů byla použita funkce `fminunc` z Optimization Toolboxu. Komunikace s uživatelem pro vstup dat i výstup výsledků se provádí pomocí tabulek tabulkového procesoru MS Excel. Vytvořený algoritmus je použit na řešení reálného problému optimální lokalizace a alokace distribučních skladů pro 71 odběratelů nepravidelně rozložených po území ČR. Programový systém MATLAB se ukázal jako vhodné prostředí pro řešení problémů optimalizace logistických řetězců tohoto typu.

Vývoj nákladových položek potvrdil teoretické představy o jejich závislosti na počtu distribučních skladů. Stejně tak je zřejmý výrazný vliv nákladů spojených s provozem skladů a nákladů na udržování zásob v nich. Z hlediska přepravních nákladů je optimální počet distribučních skladů roven třem, jestliže se jako optimalizační kritérium volí celkové náklady, nejlepší výsledky se dosáhnou pro dva sklady. Rozdělení distribučních oblastí je pro různé počty distribučních skladů znázorněno na obr. 3 (dělicí čáry mají stejné symboly jako lokalizované sklady a jsou zakresleny tak, aby oddělily zákazníky v oblastech přiřazených různým skladům).



Obr. 3. Souhrnné výsledky lokalizace a alokace jednoho, dvou, tří a čtyř distribučních skladů

Poděkování

Tato práce byla vypracována za podpory programu č. MSM 223400007 Ministerstva školství, mládeže a tělovýchovy České republiky.

Literatura

- [1] R. L. Francis, L. F. McGinnis, Jr., J. A. White, Facility Layout and Location: An Analytical Approach. Prentice Hall, Englewood Cliffs, N.J., USA, 1992.
- [2] I. Gros, V. Hanta V.: Optimalizace struktury zásobovacích řetězců, Logistika 7 (2001), 12, 24-26
- [3] I. Gros, V. Hanta: An Algorithm for Location of Logistic Objects in Integrated Supply Chains, Transport & Logistics, 3 (2003), EI, 70–74
- [4] V. Hanta: Planar Multifacility Location – the Location-Allocation Problem. Proc. of the 16th Conference on Scientific Computing ALGORITMY 2002, 260–267.
- [5] J. Kubát: K optimalizaci struktury skladové sítě, Logistika 8 (2002), 5, 22–25
- [6] Using MATLAB, The MathWorks, Inc., Natick, MA, 2000
- [7] Optimization Toolbox. User's Guide, The MathWorks, Inc., Natick, MA, 2002

Ing. Vladimír Hanta, CSc.

Vysoká škola chemicko technologická v Praze

Ústav počítačové a řídicí techniky

Technická 5, 166 28 Praha 6

tel.: +420-2 2435 4212, fax.: +420-2 2435 5053, e-mail: hantav@vscht.cz

Prof. Ing. Ivan Gros, CSc.

Vysoká škola chemicko-technologická v Praze

Ústav ekonomiky a řízení chemického a potravinářského průmyslu

Technická 5, 166 28 Praha 6

tel.: +420-2 3333 2704, fax.: +420-2 3333 4996, e-mail: grosi@vscht.cz