

MĚŘENÍ A ANALÝZA ELEKTROAKUSTICKÝCH SOUSTAV NA MODELECH

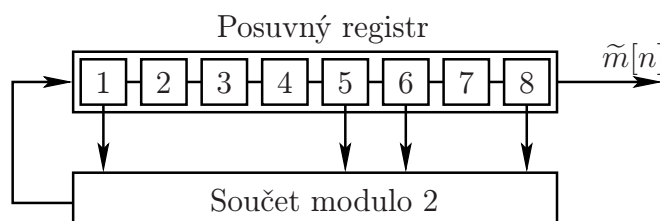
Petr Kopecký

ČVUT, Fakulta elektrotechnická, Katedra Radioelektroniky

Při návrhu elektroakustických soustav, ale i jiných systémů, je vhodné nejprve testovat jejich vlastnosti na modelech. K tomuto účelu se jako výhodné jeví použití Matlab Simulinku, který umožňuje simulovat jak spojitý, tak i diskrétní systémy a poskytuje matematický aparát pro analýzu výsledků. Tento příspěvek se zabývá implementací systému pro měření a analýzu modelů založeném na metodě měření pomocí MLS (Maximum-length Sequences).

1 MLS signály

Pseudonáhodné signály maximální délky (MLS) jsou binární signály, které se obvykle generují jako posloupnost nul a jedniček $\tilde{m}[n]$ pomocí posuvného registru se zpětnou vazbou (obr. 1).



Obr. 1: Generátor MLS s periodou $L = 255$ vzorků

Do zpětné vazby se zavádí součet *modulo dvě* vybraných buněk posuvného registru. Je určeno [3], které buňky je třeba zavést do zpětné vazby, aby tak vznikl skutečně signál maximální délky.

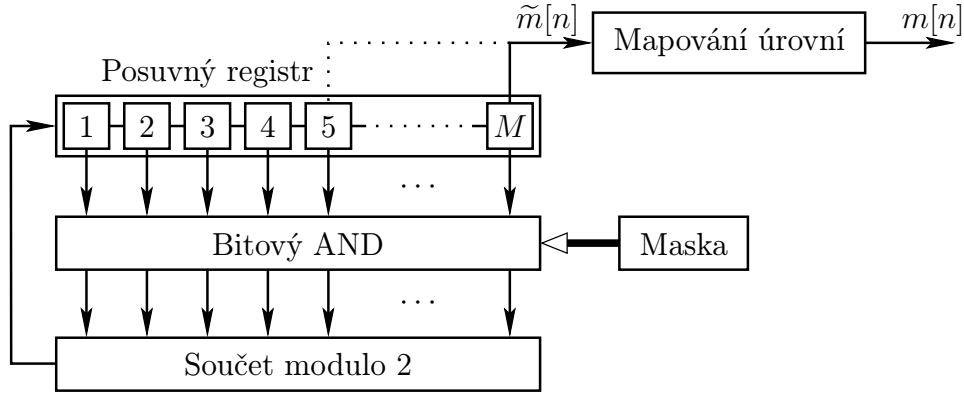
Takto generovaný signál je periodický s periodou

$$L = 2^N - 1, \quad (1)$$

kde N je počet buněk posuvného registru.

Pro měření přenosových funkcí soustav se obvykle signál $\tilde{m}[n]$ převádí na symetrický dvouúrovňový signál $m[n]$ mapováním logické 1 na úroveň $-A$ a logické 0 na $+A$, kde A je amplituda signálu.

Pro praktickou implementaci generátoru se používá obecnější struktura, která je znázorněna na obrázku 2. Tato struktura umožňuje realizovat generátor MLS libovolného řádu až do řádu M . Posloupnost, která se bude generovat je určena maskou a buňkou posuvného registru, ze které je vedena výstupní posloupnost $\tilde{m}[n]$. Masky je soubor nul a jedniček, přičemž jednička je v místě, kde má být realizována zpětná vazba. Tam, kde zpětná vazba není, je v masce hodnota nula. Řekněme, že chceme realizovat generátor až do řádu $M = 10$. Masky pro realizaci generátoru MLS řádu $N = 8$ pomocí struktury z obr. 2 bude 1000110100. Takový generátor by generoval stejnou posloupnost jako generátor na obr. 1. V tomto případě by byla posloupnost $\tilde{m}[n]$ vedena z buňky číslo 8.



Obr. 2: Univerzální struktura generátoru MLS.

2 Měření impulsní odezvy soustavy pomocí MLS

Lineární stacionární soustava je zcela popsána pomocí impulsní odezvy $h[n]$. Soustava lze také popsat pomocí periodické impulsní odezvy $h_p[n]$, která je definovaná jako odezva soustavy na periodický jednotkový impuls

$$\delta_p[n] = \begin{cases} 1 & \text{pro } n \bmod L = 0, \\ 0 & \text{jinde.} \end{cases} \quad (2)$$

Mezi impulsní odezvou soustavy $h[n]$ a periodickou impulsní odezvou $h_p[n]$ též soustavy platí následující vztah

$$h_p[n] = \delta_p[n] * h[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta_p[k] h[n-k] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} h[n+kL]. \quad (3)$$

Z tohoto vztahu je zřejmé, že pokud délka impulsní odezvy $h[n]$ přesáhne délku sekvence L , dojde k deformaci původní odezvy. Tento jev se nazývá časový aliasing.

Odezva soustavy $y_p[n]$ na vstupní periodický signál $x_p[n]$ je periodická a platí pro ni vztah

$$y_p[n] = x_p[n] \otimes h_p[n] = \sum_{k=0}^{L-1} x_p[k] h_p[n-k], \quad (4)$$

kde znak \otimes představuje operátor cyklické konvoluce. Signály $y_p[n]$, $x_p[n]$ a $h_p[n]$ jsou periodické s periodou L .

Definujme vzájemnou cyklickou korelaci $R_{pxy}[n]$ dvou periodických signálů $x_p[n]$ a $y_p[n]$ takto

$$R_{pxy}[n] = x_p[n] \oplus y_p[n] = \frac{1}{L+1} \sum_{k=0}^{L-1} x_p[k] y_p[k+n], \quad (5)$$

kde znak \oplus představuje operátor cyklické korelace a L je perioda signálů $x_p[n]$ a $y_p[n]$. Pro autokorelační funkci $R_{pmm}[n]$ MLS signálu platí [2]

$$R_{pmm}[n] = \delta_p[n] - \frac{1}{L+1}. \quad (6)$$

Pokud soustavu vybudíme MLS signálem $m[n]$, lze její periodická impulsní odezva $h_p[n]$ vypočítat vzájemnou korelací mezi budícím signálem $m[n]$ a výstupním signálem soustavy $y[n]$ [2]. Platí

$$R_{pmy}[n] = m[n] \oplus y_p[n] = m[n] \oplus (m[n] \otimes h_p[n]). \quad (7)$$

Ve vztahu (7) se vyskytují operace cyklické korelace a cyklické konvoluce. Vzhledem k tomu, že se jedná o lineární operace, můžeme zaměnit jejich pořadí. Po dosazení ze vztahu (6) získáme

$$R_{pmy}[n] = (m[n] \oplus m[n]) \otimes h_p[n] = \left(\delta_p[n] - \frac{1}{L+1} \right) \otimes h_p[n] \doteq h_p[n]. \quad (8)$$

3 Výpočet cyklické korelace

Cyklickou korelaci $R_{pmy}[n]$ dvou signálů $m[n]$ a $y_p[n]$ lze zapsat ve tvaru

$$R_{pmy}[n] = \frac{1}{L+1} \sum_{k=0}^{L-1} m[k] y_p[k+n] = \frac{1}{L+1} \sum_{k=0}^{L-1} m[k-n] y_p[k]. \quad (9)$$

Výslednou sumu ve vztahu (9) lze jednoduše vyjádřit pomocí maticového násobení ve tvaru

$$\mathbf{R}_{pmy} = \frac{1}{L+1} \mathbf{M}_L \mathbf{Y}, \quad (10)$$

kde \mathbf{R}_{pmy} a \mathbf{Y} jsou sloupcové vektory, jejichž prvky jsou $R_{pmy}[\cdot]$ a $y_p[\cdot]$ ze vztahu (9), matice \mathbf{M}_L je čtvercová řádu L a obsahuje cyklicky zpožděné verze posloupnosti $m[\cdot]$. Například pro MLS řádu $N = 3$ bude matice \mathbf{M}_7 vypadat takto

$$\mathbf{M}_7 = \begin{pmatrix} - & - & - & + & - & + & + \\ + & - & - & - & + & - & + \\ + & + & - & - & - & + & - \\ - & + & + & - & - & - & + \\ + & - & + & + & - & - & - \\ - & + & - & + & + & - & - \\ - & - & + & - & + & + & - \end{pmatrix}, \quad (11)$$

kde symboly $+$ a $-$ představují hodnoty $+1$ a -1 .

Pro výpočet maticového součinu (10) stačí pouze operace součtu a rozdílu, protože všechny prvky matice \mathbf{M}_L jsou ± 1 . Pro nalezení každého členu vektoru \mathbf{R}_{pmy} je potřeba právě $L - 1$ součtů. Celkem se tedy musí počítat $L(L - 1)$ součtů, neboť výsledný vektor \mathbf{R}_{pmy} má L členů. Pokud bude L velké, tak lze říci, že počet potřebných součtů je přibližně L^2 . Typické délky používaných signálů jsou řádu 10^3 až 10^5 , což znamená, že výpočet cyklické korelace podle vztahu (10) bude nepříjemně dlouhý.

Řešením tohoto problému je využití efektivního algoritmu, který je založen na rychlé Hadamardově transformaci (FHT) [1]. Rychlý algoritmus výpočtu Hadamardovy transformace lze použít pouze pro specifickou třídu Hadamardových matic známou jako matice Sylvesterova typu. Tyto matice existují pouze v řádech 2^k , kde k je nezáporné celé číslo, a obsahují pouze prvky, které jsou ± 1 .

Hadamardovou transformací $\mathcal{H}\{\mathbf{X}\}$ vektoru \mathbf{X} získáme vektor \mathbf{Y} , pro který platí

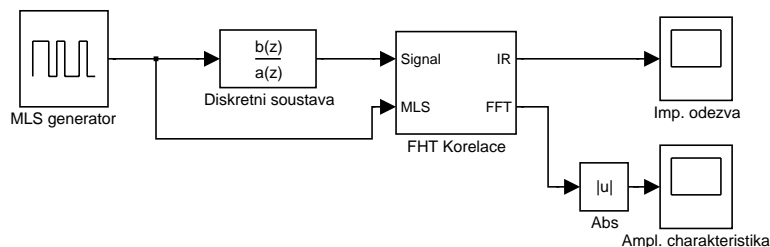
$$\mathbf{Y} = \mathcal{H}\{\mathbf{X}\} = \mathbf{H} \cdot \mathbf{X}, \quad (12)$$

kde \mathbf{H} je Hadamardova matice Sylvesterova typu. Výpočet Hadamardovy transformace podle (12) lze provést efektivně pomocí průtokové struktury, která je velmi podobná struktuře FFT.

Celý princip efektivního algoritmu pro výpočet cyklické korelace je založen na tom, že matici MLS signálu \mathbf{M}_L lze převést na matici Sylvesterova typu permutacemi jejích řádků a sloupců [1].

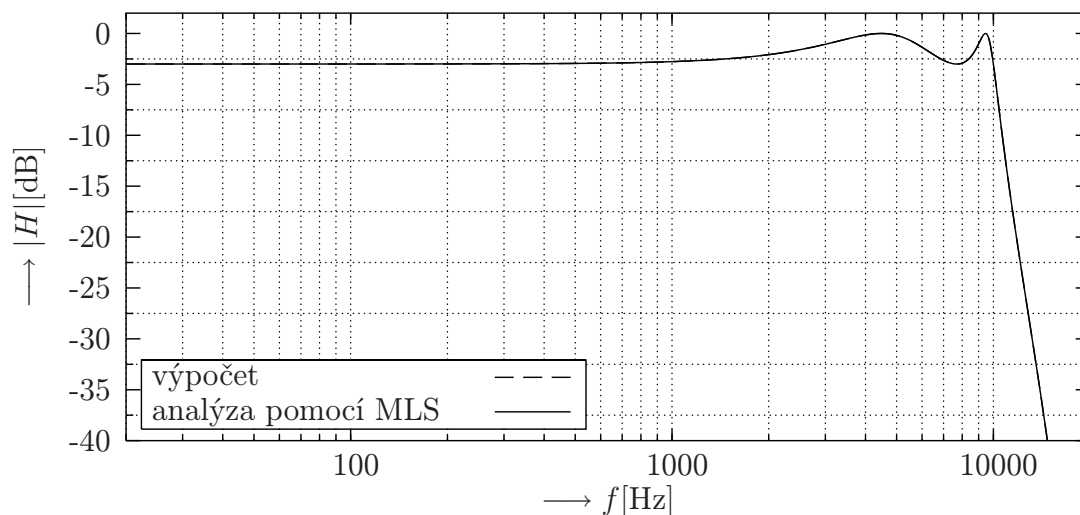
4 Analýza diskretní soustavy

Pro ukázkou uvedeného postupu analyzujeme nejprve jednoduchou diskretní soustavu. Jedná se o IIR filtr 4. řádu typu dolní propust s Čebyševovou aproximací přenosové funkce. Schéma analýzy v Matlab Simulinku je na obrázku 3. Analýza diskretní soustavy je velmi jednoduchá, protože MLS signál je z principu diskretní, takže celý systém pracuje v diskretním čase.



Obr. 3: Analýza diskretní soustavy (číslicového filtru).

Na obrázku 4 je znázorněn průběh vypočtené amplitudové frekvenční charakteristiky navrženého filtru v porovnání s frekvenční charakteristikou získanou analýzou pomocí MLS. Jak je zřejmé, oba průběhy jsou shodné.

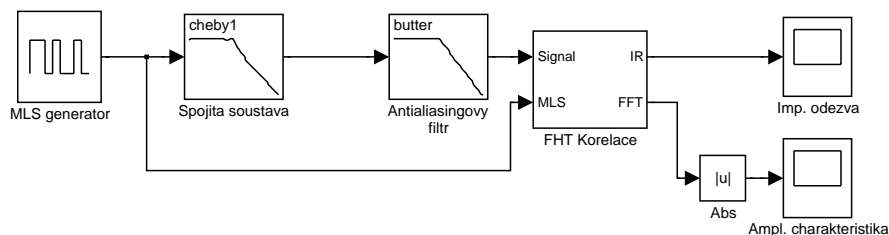


Obr. 4: Amplitudová frekvenční charakteristika číslicového filtru typu IIR.

5 Analýza spojitě soustavy

V případě spojitě soustavy není situace tak jednoduchá, jako u soustavy diskretní. Především je třeba zajistit, aby nedocházelo k nežádoucímu aliasingu. To lze udělat vhodnou volbou parametrů simulace a použitím antialiasingového filtru ještě před převodem ze spojitěho do diskretního času. Schéma analýzy analogové soustavy, filtru 4. řádu typu dolní propust s Čebyševovou aproximací přenosové funkce, je na obrázku 5.

Na obrázku 6 je znázorněn detail frekvenční charakteristiky analyzovaného filtru spolu s charakteristikou získanou analýzou soustavy pomocí MLS. Jak je patrné, obě charakteristiky se liší. Odlišnost je způsobena přenosovou funkcí číslico-analogového převodníku.

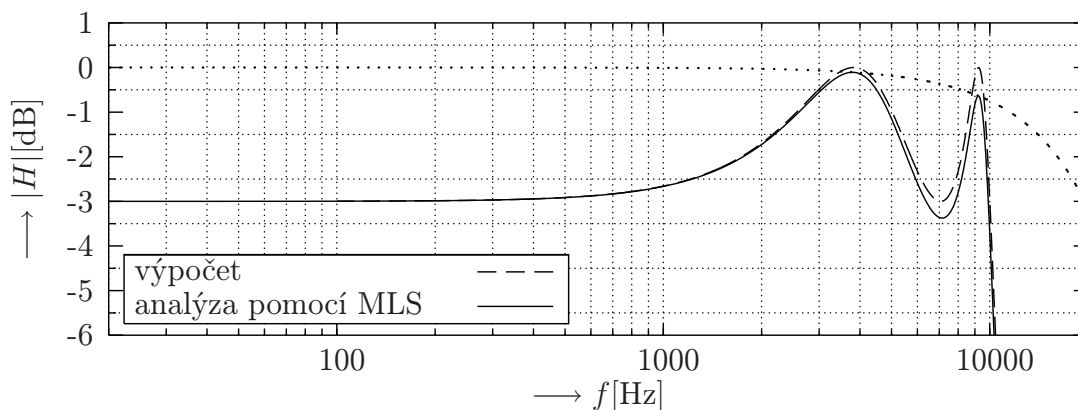


Obr. 5: Analýza spojité soustavy (analogového filtru).

Lze odvodit [4], že přenosová funkce číslico-analogového převodníku $H_{DAC}(f)$ má tvar

$$H_{DAC}(f) = \frac{\sin\left(\frac{\pi f}{f_s}\right)}{\frac{\pi f}{f_s}}, \quad (13)$$

kde f_s je vzorkovací frekvence. Při této simulaci byla zvolena $f_s = 44,1\text{kHz}$. Z obr. 6 je tedy zřejmé, že pro získání přesných výsledků je třeba provést kompenzaci inverzní funkcí k funkci (13).



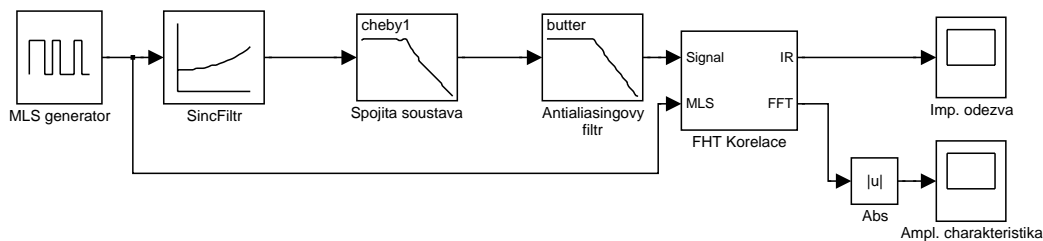
Obr. 6: Detail amplitudové frekvenční charakteristiky analogového filtru se znázorněnou přenosovou funkcí číslico-analogového převodníku.

Na obrázku 7 je schéma analýzy spojité soustavy s kompenzací vlivu číslico-analogového převodu. Ta je prováděna číslicovým filtrem typu FIR řádu 30. Jak je zřejmé z grafu na obrázku 8, výsledek analýzy se shoduje s očekávaným průběhem frekvenční charakteristiky filtru. Jediná podstatná odchylka je v oblasti kmitočtů blízko $f_s/2$, kde se projevuje vliv použitého antialiasingového filtru.

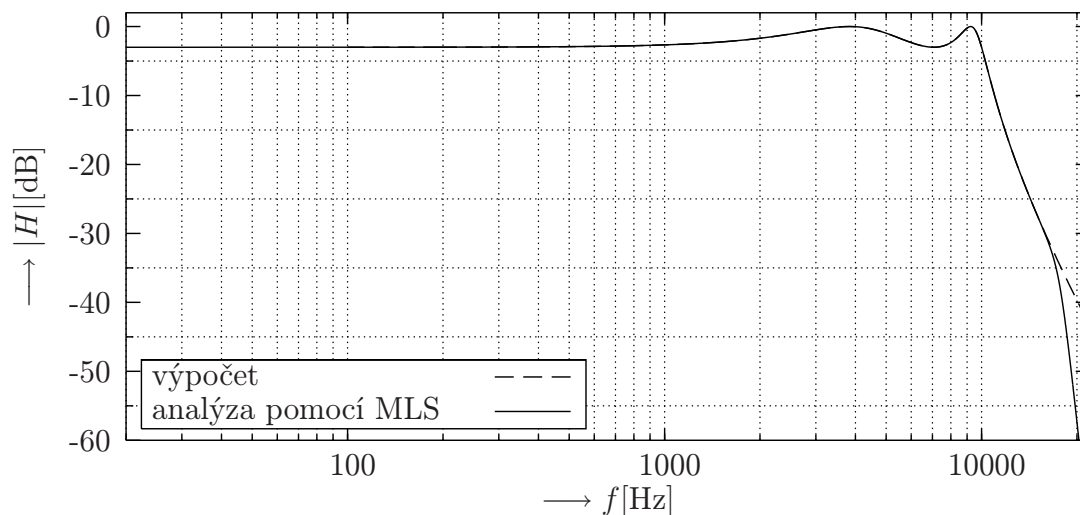
6 Závěr

Měření pomocí MLS je efektivní metoda pro stanovení přenosových funkcí lineárních soustav. Bylo ukázáno využití této metody pro analýzu modelů soustav v Matlab Simulinku. Na jednoduchých soustavách byl prezentován princip a přesnost analýzy pomocí MLS. Prezentované bloky lze ovšem použít pro analýzu mnohem složitějších systémů, nejen elektrických, ale například také mechanických a dalších.

Projekt byl podporován Grantovou agenturou České republiky, grant č. 102/02/0156.



Obr. 7: Analýza spojité soustavy (analogového filtru) s kompenzací přenosové funkce číslico-analogového převodu.



Obr. 8: Amplitudová frekvenční charakteristika analogového filtru.

Literatura

- [1] BORISH, J., ANGEL, J. B. *An Efficient Algorithm for Measuring the Impulse Response Using Pseudorandom Noise*. J. Audio Eng. Soc., July/August 1983, Vol. 31, No. 7, s. 478–488.
- [2] RIFE, D. D., VANDERKOOY, J. *Transfer-Function Measurement with Maximum-Length Sequences*. J. Audio Eng. Soc. June 1989, Vol. 37, No. 6, s. 419–443.
- [3] VANDERKOOY, J. *Aspects of MLS Measuring Systems*. J. Audio Eng. Soc. April 1994, Vol. 42, No. 4, s. 219–231.
- [4] KADLEC, F. *Zpracování akustických signálů*. Skripta, ČVUT, FEL, Praha, 2002.