

MODEL PREDIKCIE ZÁVEREČNEJ CENY INDEXOVÉHO FONDU NA BÁZE FUZZY INFERENČNÉHO SYSTÉMU TAKAGI – SUGENO

Vladimír Olej, Pavel Petr

Ústav systémového inžinýrství a informatiky
Fakulta ekonomicko – správní, Univerzita Pardubice

Abstrakt

V článku je na základe analýzy pasívnych investičných stratégií prezentovaný návrh fuzzy inferenčného systému typu Takagi – Sugeno v prostredí MATLAB, pomocou ktorého môže investor predikovať záverečnú cenu indexového fondu.

1. Úvod

Rozhodovanie a riadenie na báze fuzzy inferenčných systémov (FIS) [8] sa z technických vedných disciplín [5,6,7,9] presúva aj do netechnických [1,2,13]. Napr. v ekonomickej oblasti to môže byť predikcia cenového vývoja pasívne konštruovaného portfólia. Na základe analýzy metód a prístupov v investičných stratégiách možno definovať ich základné typy, ktoré sa používajú na kapitálových trhoch. Príkladom môže byť návrh indexového fondu tak, aby jeho výnosy kopírovali výnosy trhového portfólia. Navrhnutý indexový fond možno následne modelovať pomocou FIS, ktorý umožňuje predikovať vývoj ceny indexového fondu v čase $t + \Delta t$. Ako vstupné údaje v obchodovacom systéme vytvorenom na báze FIS sa používajú indikátory technickej analýzy (TA) [3,4,12] cenných papierov.

Na základe všeobecnej štruktúry FIS [9,12] možno navrhnúť dva jeho základné typy a to typ Mamdani a typ Takagi – Sugeno [1,2,8,12]. Obidva typy FIS sa odlišujú v spôsobe určenia výstupov. Rôzna formulácia výstupov spôsobuje rôznu konštrukciu podmienených IF – THEN pravidiel (ďalej podmienené pravidlá). Podmienené pravidlá môžu byť navrhnuté používateľom (na základe jeho skúseností), alebo ich používateľ môže získať prostredníctvom extrakcie z historických údajov.

2. Fuzzy inferenčné systémy

Všeobecná štruktúra FIS je popísaná napr. v [9,12]. Obsahuje proces fuzzifikácie vstupných premenných pomocou funkcií príslušnosti, návrh bázy podmienených pravidiel (BPP) alebo automatickú extrakciu podmienených pravidiel zo vstupných údajov, aplikáciu operátorov (AND, OR, NOT) v podmienených pravidlách, implikáciu a agregáciu v rámci týchto pravidiel a proces defuzzifikácie získaných výstupov na ostré hodnoty. Vstupom do fuzzifikačného procesu je ostrá hodnota, ktorá je daná univerzom (referenčnou množinou). Výstupom fuzzifikačného procesu je hodnota funkcie príslušnosti. Návrh BPP môže byť realizovaný extrakciou podmienených pravidiel z historických údajov, pokiaľ sú k dispozícii. V [2,9,12] sú uvedené optimalizačné metódy počtu podmienených pravidiel v BPP. Jednou z možností, ako odvodiť BPP z historických údajov, je tzv. Adaptive Neuro – Fuzzy Inference System metóda (ANFIS metóda). Podstatou tejto metódy je neuro – adaptívny proces učenia, na základe ktorého možno z historických údajov odvodiť parametre funkcií príslušnosti a extrahovať BPP. Pomocou tejto metódy sa priradujú vstupné údaje k výstupným údajom, pričom v procese učenia sa postupne menia parametre jednotlivých funkcií príslušnosti tak, aby sa čo najlepšie charakterizovali vzťahy medzi priestorom vstupných premenných a priestorom výstupných premenných. V procese učenia možno použiť metódu spätného šírenia chyby, kombináciu metódy spätného šírenia chyby s metódou najmenších štvorcov, resp. evolučné stochastické optimalizačné algoritmy.

Báza podmienených pravidiel sa skladá z podmienených pravidiel [8,9,12]. Tieto pravidlá sa používajú na tvorbu podmienkových výrokov, ktoré tvoria základ FIS.

Nech $x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_n$ sú vstupné premenné definované na referenčných množinách $X_1, X_2, \dots, X_i, \dots, X_n$ a y je výstupná premenná definovaná na referenčnej množine Y . Potom FIS má n vstupných premenných a jednu výstupnú premennú. Každú množinu $X_i, i = 1, \dots, n$, možno rozdeliť na $p_j, j = 1, \dots, m$, fuzzy množín $\mu_1^{(i)}(x), \mu_2^{(i)}(x), \dots, \mu_{p_j}^{(i)}(x), \dots, \mu_m^{(i)}(x)$. Jednotlivé fuzzy množiny $\mu_1^{(i)}(x), \mu_2^{(i)}(x), \dots, \mu_{p_j}^{(i)}(x), \dots, \mu_m^{(i)}(x), i = 1, \dots, n; j = 1, \dots, m$ predstavujú priradenie hodnôt jazykových premenných, ktoré sa vzťahujú k množinám X_i . Podobne množina Y je rozdelená na $p_k, k = 1, \dots, o$ fuzzy množín $\mu_1(y), \mu_2(y), \dots, \mu_{p_k}(y), \dots, \mu_o(y)$. Fuzzy množiny $\mu_1(y), \mu_2(y), \dots, \mu_{p_k}(y), \dots, \mu_o(y)$ predstavujú priradenie hodnôt jazykových premenných pre množinu Y . Potom podmienené pravidlo vo FIS typu Mamdani možno zapísať v tvare [8,9,12]

IF x_1 is $A_1^{(i)}$ AND x_2 is $A_2^{(i)}$ AND ... AND x_n is $A_{p_j}^{(i)}$ THEN y is B ,
 $i = 1, \dots, n; j = 1, \dots, m$, kde:

- ♦ $A_1^{(i)}, \dots, A_{p_j}^{(i)}$ reprezentujú hodnoty jazykovej premennej, ktoré zodpovedajú fuzzy množinám $\mu_1^{(i)}(x), \mu_2^{(i)}(x), \dots, \mu_{p_j}^{(i)}(x), \dots, \mu_m^{(i)}(x), i = 1, \dots, n; j = 1, \dots, m$.
- ♦ B reprezentuje hodnoty jazykovej premennej, ktorá zodpovedá fuzzy množinám $\mu_1(y), \mu_2(y), \dots, \mu_{p_k}(y), \dots, \mu_o(y), k = 1, \dots, o$.

Modifikáciou FIS typu Mamdani možno získať FIS typu Takagi – Sugeno. Výstupom FIS Takagi – Sugeno je ostré číslo, ktoré je získané ako hodnota lineárnej kombinácie hodnôt vstupných premenných.

Nech rozdelenie množín $X_i, i = 1, \dots, n$, na fuzzy množiny $\mu_1^{(i)}(x), \mu_2^{(i)}(x), \dots, \mu_{p_j}^{(i)}(x), \dots, \mu_m^{(i)}(x), i = 1, \dots, n; j = 1, \dots, m$ je v oboch typoch FIS rovnaké. Potom podmienené pravidlo vo FIS typu Takagi – Sugeno možno zapísať nasledujúcim spôsobom [8,9,12]

IF x_1 is $A_1^{(i)}$ AND x_2 is $A_2^{(i)}$ AND ... AND x_n is $A_{p_j}^{(i)}$ THEN $y = h$,
 $i = 1, \dots, n; j = 1, \dots, m$, (1)

kde h je konštanta. Fuzzy inferenčný systém, ktorý pozostáva z podmienených pravidiel definovaných vzťahom (1) sa označuje ako FIS typu Takagi – Sugeno nultého rádu. Ak podmienené pravidlo vo FIS typu Takagi – Sugeno má tvar [8,9,12]

IF x_1 is $A_1^{(i)}$ AND x_2 is $A_2^{(i)}$ AND ... AND x_n is $A_{p_j}^{(i)}$ THEN $y = f(x_1, \dots, x_n)$,
 $i = 1, \dots, n; j = 1, \dots, m$, (2)

kde $f(x_1, \dots, x_n)$ je lineárna funkcia, potom FIS, ktorý pozostáva z podmienených pravidiel definovaných vzťahom (2) sa označuje ako FIS typu Takagi – Sugeno prvého rádu. V prípade, že $f(x_1, \dots, x_n)$ je polynomická funkcia, jedná sa o FIS typu Takagi – Sugeno druhého rádu. Použitie tohto FIS zvyšuje efektívnosť defuzzifikačného procesu, pretože sa podstatne znižuje výpočtový proces v porovnaní so všeobecnejším FIS typu Mamdani.

3. Návrh indexového fondu

Fuzzy inferenčný systém predikcie vývoja záverečnej ceny indexového fondu (ZCIF) [10,11,12] možno realizovať pasívnou investičnou stratégiou prostredníctvom stratégie nazývanej indexácia tak, aby ZCIF kopírovala vývoj trhu. Predspracovanie údajov je realizované prostredníctvom indikátorov TA. Indikátory TA sú použité ako vstupy do FIS. Fuzzy inferenčný systém je navrhnutý tak, aby na jeho základe mohol investor predikovať ZCIF v čase $t + \Delta t$.

Pasívna investičná stratégia je vhodná pre rizikovo averzného investora, ktorý plánuje dosiahnuť rovnaký (alebo podobný) výnos ako trh. V tomto prípade je realizovaná prostredníctvom stratégie nazývanej indexácia. Pri tejto stratégii sa investor snaží zostaviť portfólio cenných papierov (indexový fond), ktoré kopírujú výnos trhového indexu.

Nech pri konštrukcii indexového fondu sa vychádza z historických cien akcií 35 spoločností (viď tabuľka 1). Keďže dané portfólio má kopirovať vývoj trhu, tieto spoločnosti sú vybrané na základe troch kritérií. Prvým, najdôležitejším kritériom, je beta faktor danej akcie. Beta faktor meria citlivosť vývoja ceny akcie na pohyb trhu. Indexový fond je zostavený tak, aby jeho beta faktor bol blízky hodnote 1. V tomto prípade výnosy portfólia presne kopírujú výnosy trhu. Podstata druhého kritéria zostavenia portfólia spočíva vo výbere spoločností, ktoré pochádzajú z rôznych odvetví. Čiže portfólio je zostavené tak, aby sa v ňom neopakovali spoločnosti, ktoré pôsobia v rovnakom odvetví. Tretím kritériom je významné postavenie firmy v danom odvetví. Postavenie spoločnosti v odvetví sa v tomto prípade meria jej trhovou kapitalizáciou (t.j. súčinom emitovaných akcií a trhovej ceny jednej akcie).

Tabuľka 1 Spoločnosti, z ktorých sa vychádza pri zostavení indexového fondu

Spoločnosť	Trhová kapitalizácia ¹ [mld. USD]	Odvetvie	Beta faktor ²
Alcoa Inc.	31	Metalurgický priemysel	0.6455
American Express Comp.	53	Bankové služby	0.0893
AT & T Corp.	86	Telekomunikácie	0.8733
Boeing Comp.	54	Letecký priemysel	0.7351
BP Amoco Plc.	190	Spracovanie ropy	0.4178
Caterpillar Inc.	15	Strojársky priemysel	0.7932
Cisco Systems Inc.	148	Sieťové produkty	1.7259
Citigroup Inc.	240	Bankové služby	1.4757
Coca-Cola Comp.	128	Nealkoholické nápoje	0.6688
DuPont & Comp.	47	Chemický priemysel	0.7009
Eastman Kodak Comp.	13	Fotografické vybavenie	0.4572
Exxon Mobil Corp.	291	Spracovanie ropy	0.4332
General Electric Comp.	400	Elektronický priemysel	1.1333
General Motors Corp.	32	Automobilový priemysel	0.8307
Hewlett-Packard Comp.	58	Počítačový hardvér	1.1224
Home Depot Inc.	104	Predaj stavebných hmôt	1.1164
Honeywell Internat. Inc.	25	Priemyselný konglomerát	0.9386
IMB Corp.	160	Počítačový hardvér	1.0544
Intel Corp.	198	Výroba procesorov	1.5148
International Paper Comp.	18	Drevospracujúci priemysel	0.6416
Johnson & Johnson	130	Drogistický tovar	0.6930
JP Morgan Chase & Comp.	87	Investičné poradenstvo	0.0681
McDonald's Corp.	36	Reštauračné služby	0.6422
Merck & Comp.	170	Farmaceutický priemysel	0.8054
Merrill Lynch & Comp.	45	Investičné poradenstvo	1.6668
Microsoft Corp.	277	Výroba softvéru	0.7560
Minesota Mining Comp.	44	Priemyselný konglomerát	0.5749
Pfizer Inc.	254	Farmaceutický priemysel	0.9532
Philip Morris Comp.	110	Tabakový priemysel	0.5979
Procter & Gamble Comp.	88	Drogistický tovar	0.7021
SBC Communications	151	Telekomunikácie	0.7076
SUN Microsystems Inc.	55	Sieťové produkty	1.6707
United Technologies	36	Letecký priemysel	0.5994
Wal-Mart Stores Inc.	215	Maloobchodný predaj	0.3218
Walt Disney Comp.	57	Zábavný priemysel	0.7883

¹ Trhová kapitalizácia spoločnosti je uvedená k 1. 2. 2001, viď www.bloomberg.com.

² Beta faktor danej akcie je vypočítaný z denných údajov za obdobie 4 rokov (od 2. 1. 1997 do 29. 12. 2000). Výnos trhového portfólia je vypočítaný pomocou S&P 500 indexu [4].

Na základe uvedených kritérií bolo vybratých 15 spoločností (viď tabuľka 1, spoločnosti vyznačené hrubo). Výber týchto spoločností zodpovedá konštrukcii indexačnej stratégie. To znamená, že beta faktor vytvoreného portfólia je blízky hodnote 1 a teda výnosy portfólia kopírujú výnosy trhu. Na sledovanie vývoja cien akcií spoločností, ktoré sú zahrnuté do indexového fondu možno zostaviť index. Index je zostavený na dennej báze za obdobie 4 rokov. Jedná sa o cenovo váhovaný index konštruovaný ako aritmetický priemer. Hodnotu indexu v čase t možno vypočítať takto

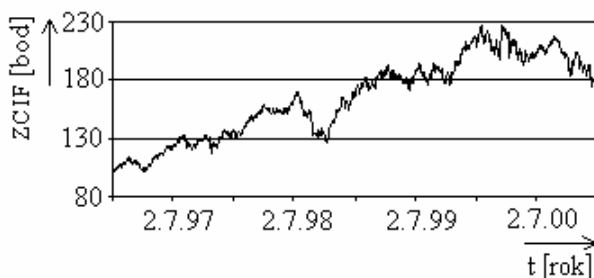
$$I_t = K \times \frac{\sum_{s=1}^n P_{s,t}}{D_0}, \quad (3)$$

kde I_t je hodnota indexu v čase t , $P_{s,t}$ cena s – tého cenného papiera v čase t , K počiatočná hodnota indexu a D_0 je deliteľ platný na výpočet indexu v čase $t = 0$. Za počiatočnú hodnotu indexu je zvolená hodnota 100 bodov [bod]. Deliteľ v čase nábehu indexu možno vypočítať nasledujúcim spôsobom

$$D_0 = \sum_{s=1}^n P_{s,0}, \quad (4)$$

kde D_0 je hodnota deliteľa indexu v čase $t = 0$ a $P_{s,0}$ cena s – tého cenného papiera v čase $t = 0$.

Pri výpočte indexu sú zohľadnené otváracie, najvyššie, najnižšie a záverečné ceny akcie a objem akcie. Pod otváracou cenou sa rozumie cena, za ktorú sa uskutočnil prvý obchod s danou akciou v daný obchodovací deň. Najvyššia (najnižšia) cena akcie je najvyššia (najnižšia) hodnota ceny, ktorá sa dosiahla v daný obchodovací deň s danou akciou. Pod záverečnou cenou sa rozumie cena, za ktorú sa uskutočnil posledný obchod s danou akciou v stanovený obchodovací deň. Objem je definovaný ako počet zobchodovaných akcií v daný deň. Pomocou vzťahov (3) a (4) je vypočítaný samostatný index pre otváracie, najnižšie, najvyššie a záverečné ceny akcií. Objem indexu v čase t je definovaný ako súčet objemov v čase t jednotlivých akcií zaradených do indexového fondu. Priebeh ZCIF je uvedený na obr. 1.

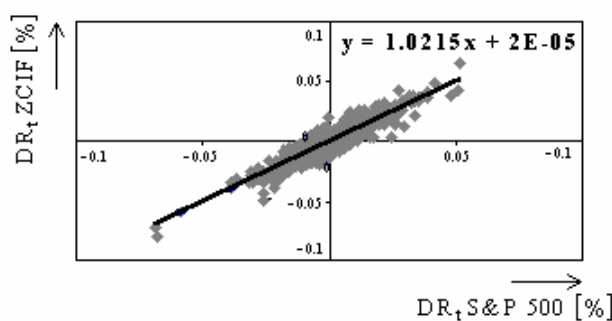


Obr. 1 Vývoj záverečnej ceny indexového fondu

Záverečné ceny akcií zaradených do indexového fondu možno použiť pri výpočte beta faktora indexového fondu. Ako už bolo uvedené, celý indexový fond je konštruovaný tak, aby jeho beta faktor bol blízky hodnote 1. Beta faktor indexového fondu za uvedené obdobie je znázornený na obr. 2. Obsahuje vzťah medzi dennými výnosy indexu S&P 500 (DR_t S&P 500) a dennými výnosmi indexového fondu (DR_t ZCIF). Výnosy indexu S&P 500 možno vo všeobecnosti stotožniť s výnosmi trhu. Denný výnos možno definovať takto

$$DR_t = \frac{C_t - C_{t-1}}{C_{t-1}},$$

kde DR_t je denný výnos v čase t , C_t záverečná cena indexu v čase t a C_{t-1} je záverečná cena indexu v čase $t - 1$.



Obr. 2 Beta faktor indexového fondu

Beta faktor indexového fondu je vypočítaný ako sklon regresnej priamky medzi dennými výnosmi indexu S&P 500 a dennými výnosmi indexového fondu. Ako vyplýva z obr. 2, beta faktor indexového fondu je 1.0215. Teda 1 % – ná zmena výnosov trhového portfólia (indexu S&P 500) spôsobí 1.02 % – nú zmenu výnosov indexového fondu. Na základe uvedeného možno konštatovať, že zostavený indexový fond kopíruje výnosy trhu, čo zodpovedá požiadavke zostavenia pasívnej investičnej stratégie.

4. Predspracovanie údajov

Záverečné, najnižšie, najvyššie, otváracie ceny a objem indexového fondu možno predspracovať prostredníctvom indikátorov TA. Tieto indikátory sú popísané v [3,4,12]. Jedná sa o nasledujúce indikátory:

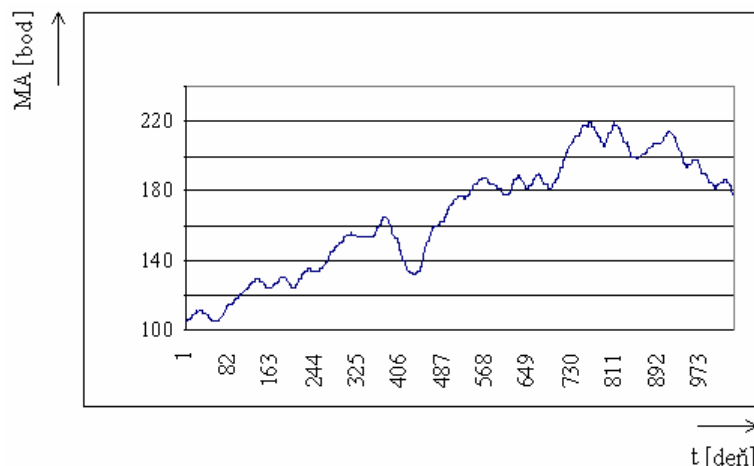
- ◆ Indikátor založený na výpočte klzavého priemeru (Moving Average – MA).
- ◆ Štandardná odchýlka (Standard Deviation – STD).
- ◆ Indikátor momentum (Momentum – MOM).
- ◆ Index relatívnej sily (Relative Strength Index – RSI).
- ◆ Indikátor Williamovo%R (Williams' % R – W%R).

Indikátor založený na výpočte MA počíta priemernú cenu akcie za danú periódu. Jeho výpočtom sa získa priemerná cena cenného papiera za určité vopred definované obdobie. Existuje niekoľko typov MA, napr.: jednoduchý, exponenciálny, trojuholníkový, premenlivý, váhovaný. Rozdiel medzi týmito indikátormi spočíva v priradovaní váh jednotlivým dátam. Jednoduchý MA priraduje rovnakú váhu všetkým cenám, exponenciálny a váhovaný priradujú rôzne váhy cenám zo stanovenej periódy, trojuholníkový priraduje najvyššiu váhu cene, ktorá sa nachádza uprostred periódy.

Indikátor založený na výpočte MA možno vypočítať z rôznych časových radov vrátane záverečnej, najvyššej, najnižšej ceny akcie, objemu indexového fondu, prípadne sa počíta z hodnoty iného indikátora. Vypočítaný MA sa potom porovnáva s vývojom samotného časového radu. Ak bol vypočítaný zo záverečnej ceny akcie, potom za nákupný signál sa považuje moment, keď cena akcie narástla nad jej MA a za predajný signál sa považuje moment, keď cena akcie klesla pod jej MA. Cieľom obchodovacieho systému založeného na výpočte MA nie je nájsť presné dno resp. vrchol vo vývoji ceny akcie. Namiesto toho dáva signál na nákup tesne pred tým, než cena dosiahne svoje dno a signál na predaj tesne pred tým, než cena dosiahne svoj vrchol. Tento indikátor sa používa na vylúčenie krátkodobých výkyvov vo vývoji časového radu a teda aj na identifikovanie primárnych trendov. Dĺžka zvolenej periódy závisí od orientácie investora. To znamená, že ak investor sa zameriava na dlhodobjšie investovanie, volí dlhšiu periódu MA a naopak. Dĺžka periódy je tiež úzko spojená s cyklickým vývojom ceny akcie na trhu. Jednoduchý MA sa vypočíta takto

$$MA_{t,n} = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n C_{t,n},$$

kde $MA_{t,n}$ je hodnota priemeru v čase t za periódu o dĺžke n , n je dĺžka periódy a $C_{t,n}$ záverečná cena akcie v čase t za periódu o dĺžke n . Na obr. 3 je znázornený indikátor založený na výpočte kľzavého priemeru – MA ZCIF.

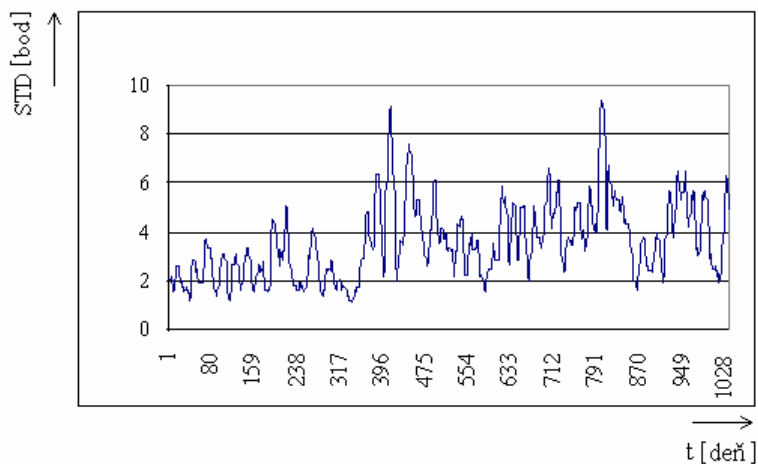


Obr. 3 Indikátor založený na výpočte kľzavého priemeru – MA ZCIF

Štandardná odchýlka je štatistickou mierou cenových výkyvov. Na rovnovážnych trhoch slúži ako korektná miera rizika. Vysoké hodnoty STD sa vyskytujú v prípadoch, keď analyzovaná veličina (t.j. cena alebo iný indikátor) sa podstatne mení. Podobne nízke hodnoty STD sa objavujú v prípadoch, keď sledovaná veličina je stabilná. Vo všeobecnosti možno konštatovať, že v období rastúceho alebo klesajúceho trendu sú cenové výkyvy nízke. Na druhej strane, pri zmene trendov sa dosahujú vysoké hodnoty tohto indikátora. Pri výpočte indikátora STD sa používa jednoduchý MA s dĺžkou periódy n . Štandardnú odchýlku možno vypočítať nasledujúcim spôsobom

$$STD_{t,n} = \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^n (C_{t,n} - MA(C_{t,n}))^2}{n}},$$

kde n je dĺžka periódy MA, $C_{t,n}$ záverečná cena akcie v čase t za periódu o dĺžke n a $MA(C_{t,n})$ jednoduchý kľzavý priemer z $C_{t,n}$. Na obr. 4 je znázornená štandardná odchýlka – STD ZCIF.



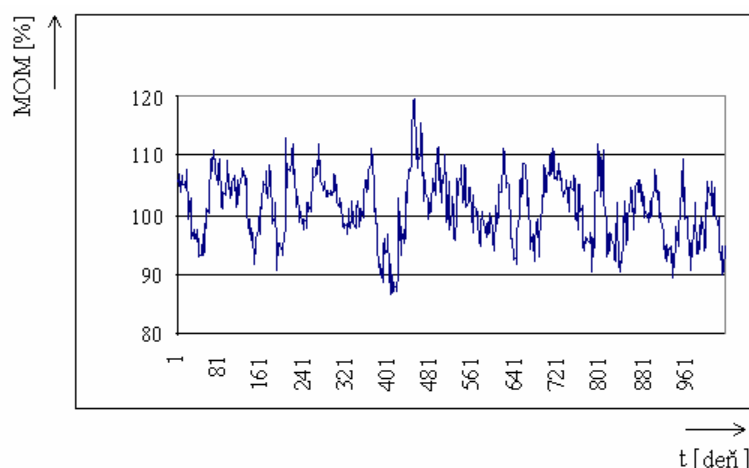
Obr. 4 Štandardná odchýlka – STD ZCIF

Indikátor momentum je založený na koncepcii merania rýchlosti vývoja ceny a jej zmien. Jedná sa o výpočet prírastkov ceny za zvolené časové obdobie. Možno ho zapísať v tvare

$$\text{MOM}_t = \frac{C_t}{C_{t-n}} \times 100,$$

kde C_t je záverečná cena akcie v čase t a C_{t-n} jej záverečná cena z pred n dní.

Hodnoty MOM oscilujú okolo hodnoty 100 [%]. Vyššie n spôsobuje hladší priebeh vývoja tohto indikátora. Jeho význam spočíva v tom, že umožňuje predpovedať zmeny trendu vo vývoji ceny skôr, než sa tieto zmeny prejaví vo vývoji samotnej ceny. Dáva predajný signál, keď dosiahne vrchol a jeho hodnoty začnú klesať. Teda pred tým, než cena dosiahne svoj vrchol dôjde k spomaleniu prírastkov cien a po dosiahnutí vrcholu cena začína klesať. Nákupný signál nastáva v opačnom prípade. To znamená, že MOM dosiahol svoje dno a jeho hodnoty začnú rásť. Čiže, predtým než cena dosiahne dno dôjde k spomaleniu poklesov ceny a po dosiahnutí dna cena začína opäť rásť. Indikátor MOM sa tiež používa pri identifikácii nadmiery nákupných a predajných pozícií. Nadmiera nákupných pozícií sa môže interpretovať ako stav nasýteného trhu, kedy veľa investorov kupuje. Ak je na trhu prítomná nadmiera nákupných pozícií, to znamená že hodnoty MOM sú vysoké, očakáva sa predaj akcií a tým aj pokles ceny smerom nadol. Nadmiera predajných pozícií je opačnou situáciou. Jedná sa o stav nenasýteného trhu, kedy veľa investorov predáva. Ak je na trhu prítomná nadmiera predajných pozícií, teda hodnoty MOM sú nízke, je pravdepodobné, že investori začnú nakupovať akcie a tým pádom dôjde k rastu ceny. Na obr. 5 je znázornený indikátor momentum – MOM ZCIF.



Obr. 5 Indikátor momentum – MOM ZCIF

Index relatívnej sily predstavuje indikátor oscilačného typu, ktorý dosahuje hodnoty z intervalu $[0,100]$ [bod]. Index relatívnej sily možno vypočítať nasledujúcim spôsobom

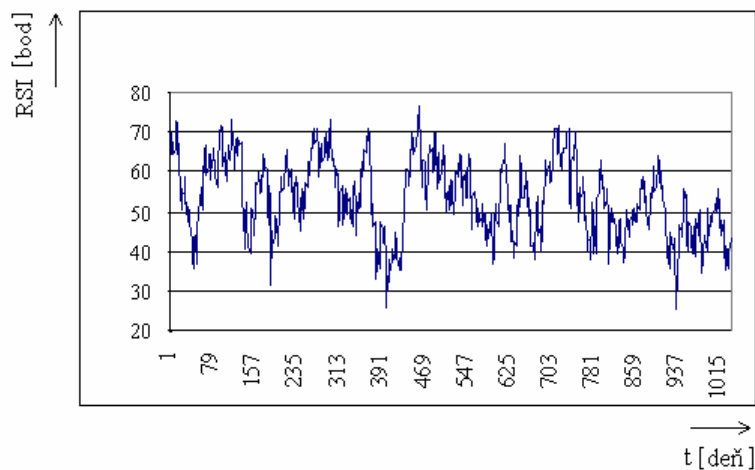
$$\text{RSI}_{t,n} = 100 - \frac{100}{1 + \frac{U_{t,n}}{D_{t,n}}},$$

kde $U_{t,n}$ je stredná kladná zmena ceny pre danú akciu za zvolenú periódu o dĺžke n a $D_{t,n}$ je stredná záporná zmena ceny pre danú akciu za zvolenú periódu o dĺžke n

Ak stredná hodnota poklesov $D_{t,n}$ sledovanej ceny za zvolené obdobie sa blíži k nule, tak hodnota RSI sa blíži k hodnote 100 [bod]. Ak stredná hodnota prírastkov $U_{t,n}$ sledovanej ceny za zvolené obdobie sa blíži k nule, tak hodnota RSI sa blíži k hodnote 0 [bod]. Po úprave možno RSI zapísať v tvare

$$RSI_{t,n} = 100 \times \frac{U_{t,n}}{U_{t,n} + D_{t,n}}.$$

Z uvedeného vyplýva, že ak stredná hodnota prírastkov $U_{t,n}$ sledovanej ceny za zvolené obdobie sa blíži k strednej hodnote poklesov $D_{t,n}$ sledovanej ceny za zvolené obdobie, tak hodnota RSI sa blíži k hodnote 50 [bod]. Charakteristické hodnoty, pri ktorých RSI dosahuje svoj vrchol, sú zvyčajne vyššie než je hodnota 70 [bod]. Na druhej strane, typické hodnoty pri ktorých RSI dosahuje svoje dno, sú zvyčajne nižšie ako 30 [bod]. Pomocou uvedeného indikátora možno určiť nákupný alebo predajný signál v dvoch rôznych prípadoch. Buď na základe nesúhlasného vývoja ceny akcie a RSI, alebo pomocou tzv. klesajúcich vln. Na základe porovnania priebehu vývoja ceny a priebehu vývoja RSI možno určiť nákupný alebo predajný signál podľa nasledujúceho pravidla: ak sa RSI vyvíja opačne než cena akcie, nastane zmena trendu. Za nákupný signál sa považuje situácia, keď cena akcie je klesajúca alebo konštantná a RSI je rastúci. Teda bolo dosiahnuté dno vo vývoji ceny akcie a dôjde k zmene klesajúceho trendu na rastúci trend. Predajný signál nastáva v situácii, keď cena akcie je rastúca alebo konštantná a RSI je klesajúci. Teda bol dosiahnutý vrchol vo vývoji ceny a dôjde k zmene rastúceho trendu na klesajúci trend. Nákupný signál možno určiť aj pomocou klesajúcej vlny dna. Index relatívne sily klesne pod svoju dolnú hranicu a vytvorí tam prvé (nižšie) dno, potom opäť narastie a vytvorí vrchol, znovu klesne a vytvorí tak druhé (vyššie) dno. Nakoniec narastie nad úroveň predchádzajúceho vrcholu. Prekročenie úrovne predchádzajúceho vrcholu je signálom k nákupu. Predajný signál sa určuje pomocou vrcholovej klesajúcej vlny. V tomto prípade RSI vyrastie nad hornú hranicu a vytvorí tam prvý (vyšší) vrchol, potom klesne a vytvorí dno, znovu narastie a vytvorí tak druhý (nižší) vrchol. Nakoniec klesne pod úroveň predchádzajúceho dna. Prekročenie úrovne predchádzajúceho dna je signálom k predaju. Na obr. 6 je znázornený index relatívnej sily – RSI ZCIF.



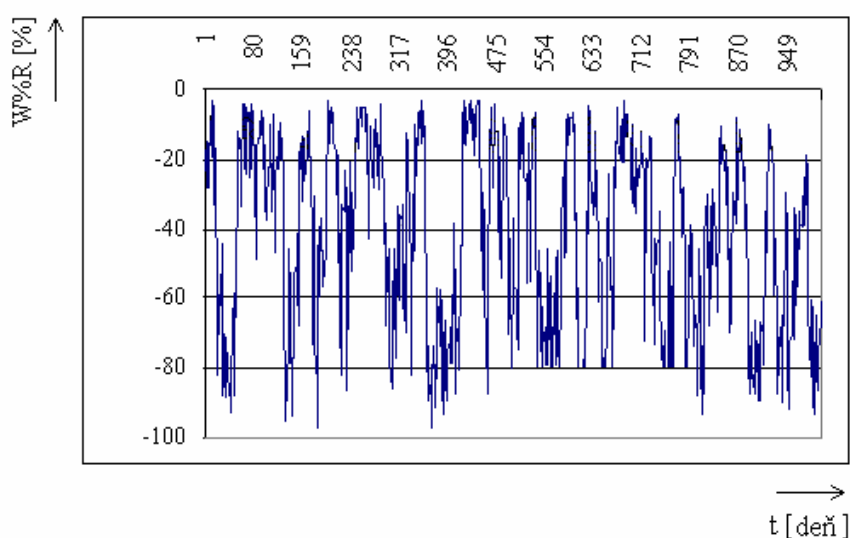
Obr. 6 Index relatívnej sily – RSI ZCIF

Indikátor Williamovo % R (Williams' % R – W%R) predstavuje indikátor, ktorý je definovaný nasledujúcim vzťahom

$$W\%R_{t,n} = \frac{HH_{t,n} - C_{t,n}}{HH_{t,n} - LL_{t,n}} \times 100,$$

kde $W\%R_{t,n}$ je hodnota v čase t za periódu o dĺžke n , $C_{t,n}$ záverečná cena akcie v čase t za periódu o dĺžke n , $HH_{t,n}$ hodnota najvyššej hornej ceny akcie za periódu o dĺžke n a $LL_{t,n}$ hodnota najnižšej dolnej ceny akcie za periódu o dĺžke n .

Hodnoty $W\%R$ sa pohybujú v intervale $[0,100]$ [%]. Vo všeobecnosti možno konštatovať, že vrchol v hodnotách $W\%R$ zvyčajne predchádza vrcholu v cene akcie. Naopak, dno v hodnotách $W\%R$ zvyčajne predchádza dnu v cene akcie. Hodnota vyššia ako 80 [%] naznačuje prítomnosť nadmiery nákupných pozícií (čo sa vo všeobecnosti považuje za predajný signál) a hodnota nižšia ako 20 [%] naznačuje prítomnosť nadmiery predajných pozícií (čo sa vo všeobecnosti považuje za nákupný signál). Pri použití $W\%R$ je však vhodnejšie počkať na potvrdenie nákupného alebo predajného signálu. To znamená, že samotná prítomnosť nadmiery nákupných pozícií nemusí jednoznačne znamenať predaj akcie. Investor by mal vyčkať až do momentu, kedy sa cena pohne smerom nadol a až potom by mal danú akciu predáť. To isté platí aj o nadmiere predajných pozícií. Investor by mal najprv vyčkať až do momentu, kedy sa cena pohne smerom nahor a až potom by mal danú akciu kúpiť. Na obr. 7 je znázornený indikátor Wiliamovo % R – $W\%R$ ZCIF.



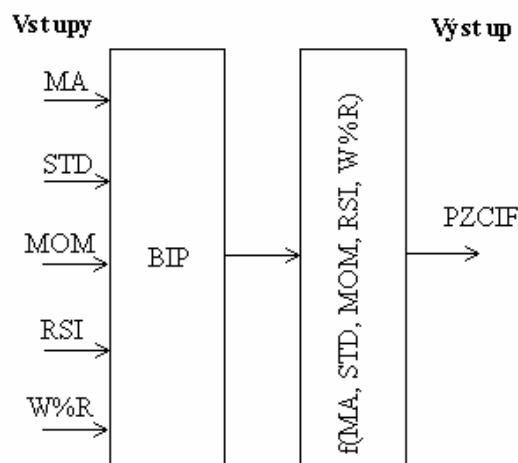
Obr. 7 Indikátor Wiliamovo% R – $W\%R$ ZCIF

5. Návrh fuzzy inferenčného systému Takagi – Sugeno

Vypočítané indikátory slúžia ako vstupy do FIS. Jeho výstupom je ZCIF pre nasledujúci týždeň, t.j. $\Delta t = 5$ obchodovacích dní. To znamená, že k indikátorom TA v čase t (vstupy do FIS) je priradená ZCIF v čase $t + \Delta t = t + 5$ (výstup FIS). Fuzzy inferenčný systém je navrhnutý pomocou ANFIS metódy v prostredí MATLAB. Pomocou tejto metódy možno vytvoriť FIS typu Takagi – Sugeno a časový rad údajov indexového fondu rozdeliť na 3 časti. Jedná sa o tréningové údaje, kontrolné údaje a testovacie údaje.

V procese tvorby FIS [10,11,12] možno použiť všetky uvedené indikátory TA. Z optimalizácie parametrov funkcií príslušnosti vstupných premenných vyplýva, že napr. indikátory využívajúce objem indexového fondu (t.j. indikátor konvergencie / divergencie kľzavých priemerov – Moving Average Convergence / Divergence, indikátor trendu ceny a objemu – Price and Volume Trend a indikátor akumulácie / distribúcie – Accumulation / Distribution) nie sú vhodné na modelovanie daného časového radu. Funkcie príslušnosti týchto troch vstupných premenných nie je možné optimalizovať tak, aby mali vhodnú ekonomickú interpretáciu. Preto ako najvhodnejší sa ukazuje FIS s týmito vstupnými premennými: 20 dňový – MA, STD, MOM, RSI a $W\%R$. Funkcie príslušnosti týchto vstupných premenných majú vhodnú ekonomickú interpretáciu. Výstupom FIS je predikovaná záverečná cena indexového fondu (PZCIF) o 5 obchodovacích dní. Potom navrhnutý FIS je znázornený na obr. 8. Jedná sa o FIS typu Takagi – Sugeno s piatimi

vstupnými premennými, tromi podmienenými pravidlami (ktoré sú výsledkom extrakcie BPP z historických údajov v rámci optimalizačného procesu FIS) a jednou výstupnou premennou.



Obr. 8 Fuzzy inferenčný systém typu Takagi – Sugeno

Vstupná premenná MA ZCIF v čase t je reprezentovaná prostredníctvom troch funkcií príslušnosti. Jedná sa o zvonové funkcie príslušnosti. Jednotlivé funkcie príslušnosti sú popísané prostredníctvom hodnôt jazykových premenných *nízka_hodnota_MA*, *priemerná_hodnota_MA*, *vysoká_hodnota_MA*. Podobne sú reprezentované vstupné premenné STD, MOM, RSI a W%R. Výstupná premenná (PZCIF v čase $t + 5$) má tri časti. Výstup je ostré číslo, ktoré možno získať ako hodnotu lineárnej kombinácie hodnôt vstupných premenných. Koefficienty výstupných funkcií navrhnutého FIS sú optimalizované ANFIS metódou. Potom výstupné funkcie možno definovať pomocou nasledujúcich vzťahov

$$y_1(\text{PZCIF}): y_1 = 1.001 \times \text{MA} + 0.6824 \times \text{STD} + 0.2329 \times \text{MOM} - 0.1547 \times \text{RSI} + 0.1478 \times \text{W\%R} - 9.202,$$

$$y_2(\text{PZCIF}): y_2 = 1.027 \times \text{MA} + 0.496 \times \text{STD} + 0.6416 \times \text{MOM} - 0.1916 \times \text{RSI} + 0.1006 \times \text{W\%R} - 56.01,$$

$$y_3(\text{PZCIF}): y_3 = 1.09 \times \text{MA} - 0.4351 \times \text{STD} - 0.7775 \times \text{MOM} + 0.5834 \times \text{RSI} + 0.03815 \times \text{W\%R} + 32.95.$$

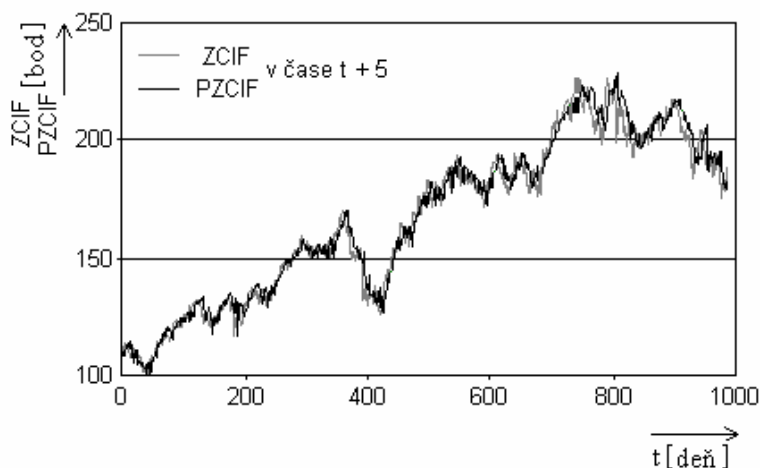
Báza podmienených pravidiel navrhnutého FIS pozostáva z troch podmienených pravidiel, ktoré sú extrahované z historických údajov. Jednotlivé podmienené pravidlá sú váhované hodnotou 1 čo znamená, že všetky majú rovnaký vplyv na výstupnú premennú. Podmienené pravidlá FIS typu Takagi – Sugeno majú nasledujúci tvar

IF (MA is *nízka_hodnota_MA*) AND (STD is *nízka_hodnota_STD*) AND (MOM is *priemerná_hodnota_MOM*) AND (RSI is *priemerná_hodnota_RSI*) AND (W%R is *vysoká_hodnota_W%R*) THEN (PZCIF is $y_1(\text{PZCIF})$),

IF (MA is *priemerná_hodnota_MA*) AND (STD is *vysoká_hodnota_STD*) AND (MOM is *vysoká_hodnota_MOM*) AND (RSI is *vysoká_hodnota_RSI*) AND (W%R is *priemerná_hodnota_W%R*) THEN (PZCIF is $y_2(\text{PZCIF})$),

IF (MA is vysoká_hodnota_MA) AND (STD is priemerná_hodnota_MA) AND (MOM is nízka_hodnota_MOM) AND (RSI is nízka_hodnota_RSI) AND (W%R is nízka_hodnota_W%R) THEN (PZCIF is y_3 (PZCIF)).

Navrhnutý FIS možno testovať na historických údajoch. Vývoj ZCIF a PZCIF v čase $t + \Delta t$ je uvedený na obr. 9. Kvalita predikcie je vyjadrená pomocou strednej kvadratickej odchýlky a dosahuje hodnotu $\delta = 5.2673$ [%].



Obr. 9 Vývoj ZCIF a PZCIF

6. Záver

V článku sa uvádza návrh FIS, na základe ktorého môže investor predikovať ZCIF. Pasívna investičná stratégia sa realizuje prostredníctvom stratégie nazývanej indexácia. Najdôležitejším kritériom zostavenia fondu je beta faktor. Indexový fond je konštruovaný tak, aby výnosy tohto fondu kopírovali výnosy trhového portfólia. Ďalšími kritériami na zaradenie akciového titulu do indexového fondu sú odvetvie, v ktorom spoločnosť pôsobí a trhová kapitalizácia spoločnosti. Na popisovanie vývoja cien akcií zaradených do indexového fondu je vypočítaný index pre otváracie, najnižšie, najvyššie a uzatváracie ceny a objem akcií.

Výstupom navrhnutého FIS je PZCIF v čase $t + 5$. Vstupmi FIS sú indikátory TA. Parametre funkcií príslušnosti vstupných premenných sú optimalizované pomocou ANFIS metódy. Pri tvorbe BPP navrhnutého FIS je uplatnený prístup extrakcie podmienených pravidiel z historických údajov

Literatúra

- [1] Bandemer H., Gottwald S.: Fuzzy Sets, Fuzzy Logic, Fuzzy Methods. John Wiley and Sons Inc., New York, 9 – 45, 1995.
- [2] Deboeck G. J.: Trading on the Edge: Neural, Genetic and Fuzzy Systems for Chaotic Financial Markets. John Wiley and Sons Inc., New York, 189 – 263, 1994.
- [3] Hudák O.: Technická analýza. Univerzita Mateja Bela, Banská Bystrica, 21 – 67, 1999.
- [4] Jílek J.: Finanční trhy. Grada Publishing, Praha, 281 – 307, 1997.
- [5] Křupka J., Olej V.: Hierarchical Structure of Decision Processes on the Basis of DSP Starter Kit. Proc. of 3rd International Mendel Conference on Genetic Algorithms, Optimalization, Fuzzy Logic and Neural Networks, MENDEL '97, Brno, Czech Republic, 210 – 214, 1997.
- [6] Křupka J., Olej V.: Hierarchical Structure of Decision Processes of the Automation Control System for Air Defence. Proc. of International Conference Community – Army – Technology – Environment, CATE '97, Brno, Czech Republic, 201 – 210, 1997.

- [7] Křupka J., Olej V.: Fuzzy Control Unit of Automation Control System with Uncertainty. Proc. of International Conference Sterowanie i regulacja w radiolokacji i obiektach latających, Tom I., BIULETYN 1(27), Jelenia Góra, Poland, 155 – 167, 1997.
- [8] Kuncheva L. I.: Fuzzy Classifier Design. A Springer Verlag Company, Germany, 2000.
- [9] Olej V., Křupka J.: Analysis of Decision Processes of Automation Control Systems with Uncertainty. [Scientific Monograph], University Press, Elfa, Košice, Slovak Republic, 1996.
- [10] Olej V., Fedurco M.: Prediction of the Index Found on the Basis Fuzzy Inference Systems. Proc. of 2nd Euro – International Symposium on Computational Intelligence, E – ISCI 2002, Intelligent Technologies – Theory and Applications, New Trend in Intelligent Technologies, IOS Press Ohmsha, Netherlands, 336 – 341, 2002.
- [11] Olej V., Fedurco M., Daniel P.: Návrh fuzzy inferenčného systému typu Sugeno na predikciu v pasívnych investičných stratégiách. (Plenárna prednáška), Zborník z 1. medzinárodnej konferencie APLIMAT 2002, Bratislava, 39 – 46, 2002.
- [12] Olej V.: Modelovanie ekonomických procesov na báze výpočtovej inteligencie. [Vedecká monografia], Miloš Vognar – M&V, ISBN 80-903024-9-1, Hradec Králové, Česká republika, 2003.
- [13] Sinčák P., Holécý M., Dučai M.: Computational Intelligence in Financial Cybernetics. Proc. of the Scientific Conference Artificial Intelligence in Industry, Košice, Slovakia, 319 – 328, 1998.

Kontaktná adresa:

prof. Ing. Vladimír OLEJ, CSc., doc. Ing. Pavel PETR, Ph.D.

Ústav systémového inžénrství a informatiky

Fakulta ekonomicko – správní, Univerzita Pardubice

Studentská 95, 532 10 Pardubice

Vladimir.Olej@upce.cz, Pavel.Petr@upce.cz