

VYHODNOCOVÁNÍ VLNOVÝCH POLÍ POMOCÍ STŘIHOVÉ INTERFEROMETRIE

A.Mikš, J.Novák
Katedra fyziky, FSv ČVUT, Praha

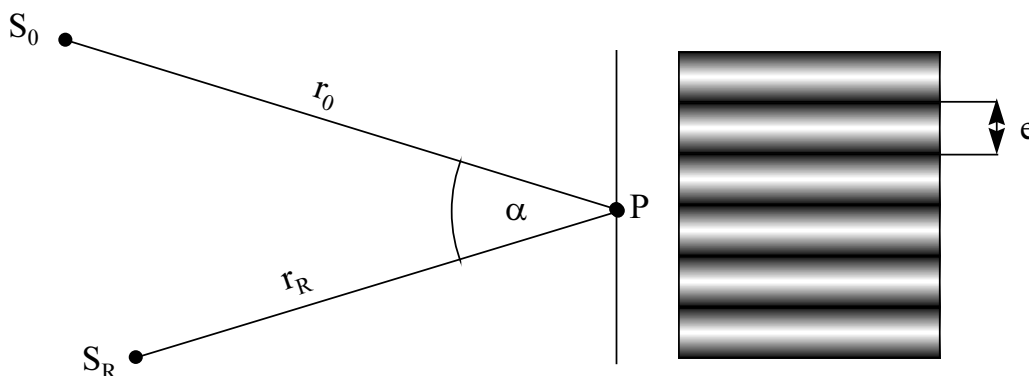
Je popsána problematika vyhodnocování vlnových polí pomocí stříhové interferometrie. Výhodou této metody, oproti jiným interferometrickým metodám, je to, že není nutno generovat speciální referenční vlnoplochu. V práci je provedena teoretická analýza stříhové interferometrie a počítačová simulace interferogramů pomocí MATLABU.

1. Úvod

Jednou z důležitých úloh v praxi je určení tvaru vlnoplochy neznámého vlnového pole. V oblasti mikrovln existuje řada metod, jak tuto úlohu řešit a je k dispozici celá řada přístrojů pro vektorová měření mikrovlnného pole [1, 2]. Tyto metody však vyžadují poměrně časově náročná měření a lze je obtížně použít pro měření dynamických jevů. Pro měření tvaru vlnoplochy neznámého mikrovlnného pole lze však využít interference tohoto pole s nějakým referenčním polem a provést skalární měření intenzity v jednotlivých bodech interferenčního pole. Obdobná situace je i v oblasti optických vln [3-5]. Nutnost generace referenčního vlnového pole lze odstranit tím způsobem, že necháme vyšetřované vlnové pole interferovat samo se sebou. Toho dosáhneme vhodným rozštěpením vyšetřovaného vlnového pole na dvě identická pole, která jsou však vůči sobě prostorově posunuta. Mluvíme pak o stříhové interferometrii. Z hodnot intenzity v jednotlivých bodech interferenčního pole lze pak určit fázi vyšetřovaného vlnového pole. Výhodou mikrovln oproti světlu je ta skutečnost, že vlnová délka mikrovln je mnohonásobně větší než je vlnová délka světla a lze tedy provádět např. měření deformací strojních a stavebních prvků, vlastností materiálů apod. a to i v oblastech a rozsazích pro světlo nedostupných.

2. Dvousvazková interferometrie

Uvažujme pro jednoduchost případ dvou lineárně polarizovaných harmonických vln jejichž vektory intenzity elektrického pole \mathbf{E}_0 a \mathbf{E}_R jsou rovnoběžné a které vycházejí ze zdrojů S_0 a S_R . Tato vlnová pole spolu interferují a vzniklé interferenční pole je charakterizováno interferenčními proužky. Na **obr.1** je ukázáno principiální schéma realizace dvousvazkové interferometrie. Maxima intenzity jsou znázorněna "světlými interferenčními proužky" a minima intenzity "tmavými interferenčními proužky".



Obr.1

Pro *fázový rozdíl* $\varphi(x,y)$ těchto polí v bodě $P(x,y)$ interferenčního pole pak platí

$$\varphi = \varphi_R - \varphi_0 = \frac{2\pi}{\lambda}(r_R - r_0) + \psi_R - \psi_0 = \frac{2\pi}{\lambda}\delta + \psi_R - \psi_0 ,$$

kde λ je vlnová délka záření, $\delta(x,y)$ je dráhový rozdíl a ψ značí počáteční fáze. Pro *vzdálenost e dvou sousedních interferenčních proužků* pak platí (pro malé úhly α) [3,4,5]

$$e = \lambda/\alpha .$$

Popišme si nyní výše uvedenou situaci matematicky. Komplexní amplitudy jednotlivých vln píšme ve tvaru (v našem případě stačí uvažovat skalární popis)

$$E_0 = A_0 \exp(i\varphi_0) \quad \text{a} \quad E_R = A_R \exp(i\varphi_R), \quad (1)$$

kde E_0 je neznámé vlnové pole a E_R je známé referenční vlnové pole, přičemž značí: A_0 - amplitudu neznámého pole, A_R - amplitudu referenčního pole, φ_0 - fázi neznámého pole a φ_R - fázi referenčního pole. Tato pole spolu necháme interferovat a za předpokladu, že směry polarizace obou polí jsou stejné, bude výsledná intenzita $I(x,y)$ v bodě $P(x,y)$ interferenčního pole dána vztahem ($I \sim A^2$) [3,4,5]

$$I = I_0 + I_R + 2\sqrt{I_0 I_R} \cos(\varphi_R - \varphi_0) = A + B \cos(\varphi). \quad (2)$$

Fázový rozdíl φ lze pak určit na základě vyhodnocení interferenčních proužků.

Předpokládejme nyní, že fázový rozdíl φ můžeme v rovině, v níž vyšetřujeme interferenční pole, popsat funkcí

$$\varphi = \varphi(x,y).$$

Diferenciací tohoto vztahu dostáváme

$$d\varphi = \frac{\partial\varphi}{\partial x} dx + \frac{\partial\varphi}{\partial y} dy . \quad (3)$$

Zvolme si nyní libovolný interferenční proužek a pohybujme se po něm. Interferenční proužek se vyznačuje tím, že fázový rozdíl φ je na něm konstantní, tj. platí $\varphi = \varphi(x,y) = C$, kde C je konstanta. Abychom určili vzdálenost dvou sousedních interferenčních proužků, vypočteme si změnu fázového rozdílu ve směru normály n k interferenčnímu proužku, platí

$$d\varphi = \frac{\partial\varphi}{\partial n} ds = \sqrt{\left(\frac{\partial\varphi}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial\varphi}{\partial y}\right)^2} ds ,$$

kde ds je vzdálenost ve směru normály k interferenčnímu proužku vedoucí ke změně fázového rozdílu o hodnotu $d\varphi$. Protože se fázový rozdíl $d\varphi$ dvou sousedních interferenčních proužků liší o hodnotu $d\varphi = 2\pi$, potom je vzdálenost ds rovna vzdálenosti e interferenčních proužků tj. $ds = e$ a z předcházejícího vztahu dostáváme

$$e = \frac{\lambda}{\sqrt{\left(\frac{\partial \delta}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial \delta}{\partial y}\right)^2}}, \quad (4)$$

což je vyjádření vzdálenosti interferenčních proužků v závislosti na dráhovém rozdílu W .

3. Dvousvazková stříhová interferometrie

V případě stříhové interferometrie, je referenční vlnové pole identické s vyšetřovaným vlnovým polem, jen je vůči němu prostorově posunuto, což můžeme vyjádřit vztahem

$$\varphi_R(x,y) = \varphi_0(x+s,y+t),$$

kde s a t parametry zvoleného experimentálního uspořádání. Výše uvedené vztahy zůstávají v platnosti, dosadíme-li za φ ve vztahu (2) veličinu

$$\varphi = \varphi(x,y,s,t) = \varphi_0(x+s,y+t) - \varphi_0(x,y). \quad (5)$$

Uvažujme pro jednoduchost rotačně symetrickou vlnoplochu ve tvaru

$$W = W_{20}r^2 + W_{40}r^4 + W_{60}r^6, \quad (6)$$

kde W_{20} , W_{40} , W_{60} jsou koeficienty a $r^2 = x^2 + y^2$. Zvolme nyní počátek souřadné soustavy ve středu „střížených“ vlnoploch a uvažujme stříh např. ve směru osy x . Potom pro obecný bod (x, y) na tmavém interferenčním proužku v interferenčním poli platí

$$\delta(x,y) = W(r_1) - W(r_2) = (N - N_0 + 0,5)\lambda \quad (7)$$

kde N_0 a $N + 0,5$ jsou interferenční řády středu interferogramu a nějakého tmavého proužku. Pro r_1 a r_2 platí

$$r_1^2 = (s/2 + x)^2 + y^2, \quad r_2^2 = (s/2 - x)^2 + y^2. \quad (8)$$

Dosazením do (7) a užitím (8) dostáváme

$$\delta(x,y) = (w_{10}x + w_{30}x^3 + w_{50}x^5) + (w_{12}x + w_{32}x^3)y^2 + (w_{14}x)y^4 \quad (9)$$

kde jsme označili

$$w_{10} = \frac{3}{8}W_{60}s^5 + W_{40}s^3 + 2W_{20}s$$

$$w_{30} = 5W_{60}s^3 + 4W_{40}s$$

$$w_{50} = 6W_{60}s$$

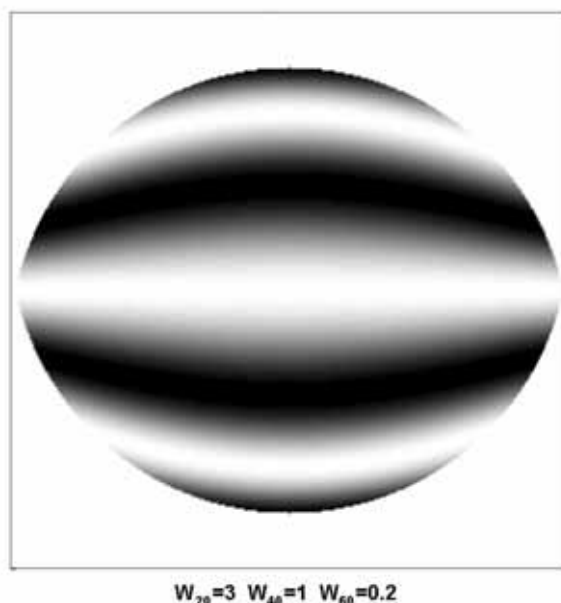
$$w_{12} = 3W_{60}s^3 + 4W_{40}s$$

$$w_{32} = 12W_{60}s$$

$$w_{14} = 6W_{60}s$$

Uvedené vztahy nám umožňují ze znalosti koeficientů W_{20} , W_{40} a W_{60} určit vzhled interferogramu a naopak, ze znalosti interferogramu určit koeficienty W_{20} , W_{40} a W_{60} a tím vyšetřované vlnové pole. Výše uvedeným způsobem lze naše výsledky zobecnit pro libovolný tvar vlnoplochy vyšetřovaného pole.

Na **obr.2** je uveden vzhled interferenčního pole pro následující hodnoty koeficientů: $W_{20} = 3\lambda$, $W_{40} = 1\lambda$ a $W_{60} = 0.2\lambda$ a stříh 10%.



Obr.2

4. Závěr

V práci byla provedena analýza vyhodnocování vlnového pole pomocí stříhové interferometrie, která oproti klasické interferometrii nevyžaduje žádné speciální referenční vlnové pole. Výhodou stříhové interferometri je také ta skutečnost, že není prakticky citlivá k vlivům vnějšího prostředí a je tedy vhodná pro praktické použití.

Práce byla vypracována v rámci grantu GAČR 102/04/0898.

Literatura

- [1] D.Slater, Near-Field Antenna Measurements, Artech House, Boston 1991.
- [2] G.E.Evans, Antenna Measurement Techniques, Artech House, Boston 1990.
- [3] M.Francon, Optical Interferometry, Academic Press, N.Y. 1966.
- [4] A.Mikš, Aplikovaná optika 10, Vydavatelství ČVUT, Praha 2000.
- [5] M.Born, E.Wolf, Principles of Optics, Pergamon Press, N.Y. 1964.

Doc.RNDr.Antonín Mikš,CSc, Katedra fyziky, Stavební fakulta ČVUT, Thákurova 7,166 29 Praha 6 - Dejvice. Tel: 224354948, Fax: 233333226, E-mail: miks@fsv.cvut.cz

Ing.Jiří Novák,PhD, Katedra fyziky, Stavební fakulta ČVUT, Thákurova 7,166 29 Praha 6 - Dejvice. Tel: 224354435, Fax: 233333226, E-mail: novakji@fsv.cvut.cz