

LABORATORNÍ URČENÍ OPTICKÉ FUNKCE PŘENOSU OPTICKÝCH SOUSTAV

A. Mikš¹, V. Obr²

¹Katedra fyziky, Fakulta stavební ČVUT, Praha

²Katedra vyšší geodézie, Fakulta stavební ČVUT, Praha

Abstract. *Optical systems play a major role in geodesy. Point spread function (PSF) and optics transfer function (OTF) belong among the most important parameters that can describe the quality of an optical projection. In particular the second above mentioned parameter is feasible for practical exercise for its easy illustration and relative simplicity. The goal of the presented project is to introduce a new laboratory exercise of the Applied Optics subject, in the framework of which these new parameters can be determined. This new lab exercise is supposed to enable testing of an arbitrary optical system (e.g. photographic lenses brought by the students). Thereby an increased interest of the students should be awoken.*

1. Úvod

Velmi důležitý problém, se kterým v praxi přicházíme do styku, je hodnocení kvality zobrazení optických soustav [1]. Během let byla používána celá řada kritérií pro kvalitu hodnocení optických soustav, z nichž se nejdéle udrželo hodnocení kvality zobrazení pomocí rozlišovací schopnosti. Žádné z těchto kritérií však nedávalo objektivní hodnocení kvality zobrazení. Velkým krokem vpřed bylo hodnocení kvality zobrazení pomocí rozptylové funkce, která nám poskytuje velké množství informací o kvalitě zobrazení optické soustavy, ale ve formě ne příliš vhodné pro praktické použití. V poslední době se provádí hodnocení optických soustav pomocí optické funkce přenosu [1], která nám, ve formě velmi vhodné pro praktické použití, umožňuje objektivně posoudit kvalitu zobrazení zkoumané optické soustavy. Je třeba připomenout že rozptylová funkce a optická funkce přenosu nesou v sobě stejné množství informace o kvalitě zobrazení, avšak optická funkce přenosu nám tyto informace podává ve zřejmější formě a má ještě jiné, pro praxi výhodné vlastnosti. Pro měření optické funkce přenosu lze použít řady způsobů, z nichž nejvýznamnější jsou metody založené na analýze rozptylové funkce nebo vlnové aberace [1-7] optické soustavy. V této práci si všimneme jen metod založených na rozptylové funkci optické soustavy, které jsou nejsnáze realizovatelné.

2. Optická funkce přenosu

Z teorie optického zobrazení [1] v přírodě nekoherentního osvětlení předmětu dostáváme pro osvětlení v obrazové rovině vztah

$$I(y') = \int_{-\infty}^{+\infty} O(y)E(y' - y)dy \quad (1)$$

kde značí

$O(y)$ – osvětlení v geometrickém obraze předmětu

$E(y' - y)$ – rozptylovou funkci optické soustavy

$I(y')$ – osvětlení v obrazové rovině

Provedeme-li Fourierovu transformaci vztahu (1) dostáváme pomocí substituce $z = y' - y$

$$i(R) = \int_{-\infty}^{+\infty} O(y)e^{2\pi iRy} dy \int_{-\infty}^{+\infty} E(z)e^{2\pi iRz} dz$$

odtud obdržíme

$$i(R) = o(R) e(R) \quad (2)$$

Funkce $e(R)$ nazýváme optickou funkcí přenosu. Máme tedy tuto definici optické funkce přenosu.

Definice: *optická funkce přenosu je rovna Fourierově transformaci rozptylové funkce optické soustavy.*

Platí tedy

$$e(R) = \int_{-\infty}^{+\infty} E(z) e^{2\pi i R z} dz \quad (3)$$

Ze vztahu (3) je patrné, že optická funkce přenosu je komplexní funkce a můžeme ji tedy psát ve tvaru

$$e(R) = T(R) e^{i\theta(R)} \quad (4)$$

přičemž

$$T(R) = \sqrt{S^2 + C^2}$$

$$\theta(R) = \operatorname{arctg} \frac{S}{C}$$

Funkci $T(R)$ nazýváme funkcí přenosu kontrastu a funkci $\theta(R)$ funkcí přenosu fáze. Funkce S a C jsou dány vztahy

$$S = \int_{-\infty}^{+\infty} E(z) \sin 2\pi R z dz$$

$$C = \int_{-\infty}^{+\infty} E(z) \cos 2\pi R z dz$$

3. Měření optické funkce přenosu

a) *Předpokládejme nyní, že optická soustava zobrazuje předmět se sinusovým rozdělením jasu, platí*

$$O(y) = B_0 + B_1 \cos 2\pi R y,$$

kde B_0 a B_1 jsou konstanty. Označíme-li

$$C_0 = \frac{B_1}{B_0}$$

dostáváme po dosazení do rovnice (1) vztah

$$I(y') = B_0 \left\{ e(O) + C_0 T(R) \cos[2\pi R y' - \theta(R)] \right\} \quad (5)$$

Normováním lze položit $e(O)=1$. Kontrast definujeme vztahem

$$K = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}$$

Bude tedy kontrast předmětu roven C_0 , neboť platí

$$O_{\max} = B_0(1 + C_0) \quad O_{\min} = B_0(1 - C_0)$$

Volíme-li pro jednoduchost kontrast předmětu jednotkový, dostáváme ze vztahu (5)

$$I(y') = B_0 \{1 + T(R) \cos[2\pi R y' - \theta(R)]\} \quad (6)$$

Obraz $I(y')$ zkoumáme štěrbinou \mathcal{S} . Tento proces bude tedy popsán rovnicí

$$I(y'') = \int_{-\infty}^{+\infty} I(y') S(y'' - y') dy'$$

Provedeme-li Fourierovou transformaci tohoto vztahu obdržíme

$$i(R) = e(R) \cdot s(R) \cdot o(R) \quad (7)$$

Protože funkce $S(y''-y')$ je finitní funkce, budou integrační meze při výpočtu její Fourierovy transformace konečné, platí pro $x = y''-y'$

$$s(R) = \frac{1}{2d} \int_{-d}^{+d} e^{2\pi i R x} dx = \frac{\sin 2\pi R d}{2\pi R d}$$

Označíme-li

$$T'(R) = T(R) \cdot T_s(R)$$

dostáváme po dosazení za $I(y')$ do vztahu pro $I(y'')$

$$I(y'') = B_0 \{1 + T'(R) \cos[2\pi R y'' + \theta(R)]\} \quad (8)$$

b) **Předpokládejme nyní, že optická soustava zobrazuje štěrbinu.** Pro zobrazení štěrbin platí

$$I(y') = \int_{-\infty}^{+\infty} O(y) E(y' - y) dy$$

pro Fourierovu transformaci dostáváme

$$i(R) = o(R) e(R)$$

kde

$$o(R) = \frac{\sin 2\pi R d}{2\pi R d}$$

přičemž $2d$ je šířka geometrického obrazce štěrbinu. Za optickou soustavu je v obrazové rovině umístěna mřížka se sinusovým rozdělením jasu a jednotkovým kontrastem, kterou je analyzován obraz štěrbinu. Pro výslednou propustnost potom platí

$$I(y'') = \int_{-\infty}^{+\infty} I(y') M(y'' - y') dy'$$

kde

$$M(y') = B_0 (1 + \cos 2\pi R y')$$

Pro Fourierovu transformaci předcházejícího vztahu platí

$$i(R) = e(R) \cdot s(R) \cdot m(R)$$

Pro výslednou propustnost lze potom odvodit vztah

$$I(y'') = B_0 \{ 1 + T'(R) \cos[2\pi Ry'' + \theta(R)] \} \quad (9)$$

kde

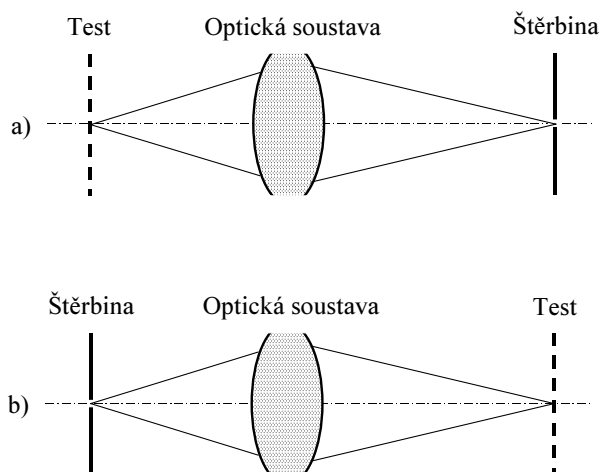
$$T'(R) = T(R) \cdot T_s(R)$$

přičemž

$$T_s(R) = \frac{\sin 2\pi R d}{2\pi R d} \quad (10)$$

Jak je vidět, jsou vztahy (8) a (9) stejné a tedy oba způsoby měření a) i b) jsou ekvivalentní. Pro měření optické funkce přenosu metodou optické Fourierovy analýzy je možno použít dvou ekvivalentních způsobů a to:

1. *Optickou soustavu zobrazujeme test se sinusovým rozdělením jasu a obraz testu potom analyzujeme štěrbinou (obr. 1a).*
2. *Optickou soustavou zobrazujeme štěrbinu a obraz štěrbiny potom analyzujeme sinusovým testem (obr. 1b).*



Obr. 1 Principy měření optické funkce přenosu

Určeme nyní šířku štěrbinu při níž můžeme změřit funkci přenosu kontrastu s předem udanou přesností. Pro funkci přenosu kontrastu zobrazovací soustavy jsme odvodili vztah

$$T'(R) = T(R) \cdot T_s(R) \quad (11)$$

Označíme-li δ relativní chybou v určení funkce přenosu kontrastu v %, dostáváme pro šířku štěrbinu v obrazovém prostoru vztah

$$2d = \frac{\sqrt{\delta}}{13R} \quad (12)$$

kde R je prostorovou frekvence sinusového testu v obrazovém prostoru.

c) *Předpokládejme nyní, že optická soustava zobrazuje rovnoměrně osvětlenou polorovinu.* Předmět je tedy popsán funkcí

$$O(y) = \begin{cases} 1 & \text{pro } y > 0 \\ 0 & \text{pro } y \leq 0 \end{cases}$$

Obraz je potom popsán funkcí

$$I(y') = \int_{-\infty}^{+\infty} O(y) E(y' - y) dy$$

substitucí $z = y' - y$ dostáváme

$$I(y') = \int_{-\infty}^{y'} E(z) dz \quad (13)$$

Funkci $I(y')$ nazýváme *přechodovou funkcí*. Průběh této funkce můžeme v obrazové rovině změřit. Z matematické analýzy je známá tato věta: *necht' $f(x)$ je funkce reálné proměnné x definovaná skoro všude a integrovatelná na konečném nebo nekonečném intervalu (a, b) . Potom integrál*

$$F(x) = \int_a^x f(t) dt$$

je spojitou funkcí pro $x \in (a, b)$ mající pro skoro všechny hodnoty x derivaci rovnou $f(x)$

$$\frac{d}{dx} F(x) = \frac{d}{dx} \int_a^x f(t) dt = f(x)$$

Použijeme-li nyní tvrzení této věty na rovnici (13) dostáváme

$$E(y') = \frac{dI(y')}{dy'} \quad (14)$$

Podle definice je optická funkce přenosu rovna Fourierově transformaci rozptylové funkce a tedy

$$e(R) = \int_{-\infty}^{+\infty} E(y') e^{2\pi i R y'} dy'$$

Po dosazení za $E(y')$ dostáváme

$$e(R) = T(R) \cdot e^{i\theta(R)}$$

$$T(R) = \sqrt{S^2 + C^2}$$

$$\theta(R) = \text{arctg} \frac{S}{C}$$

kde

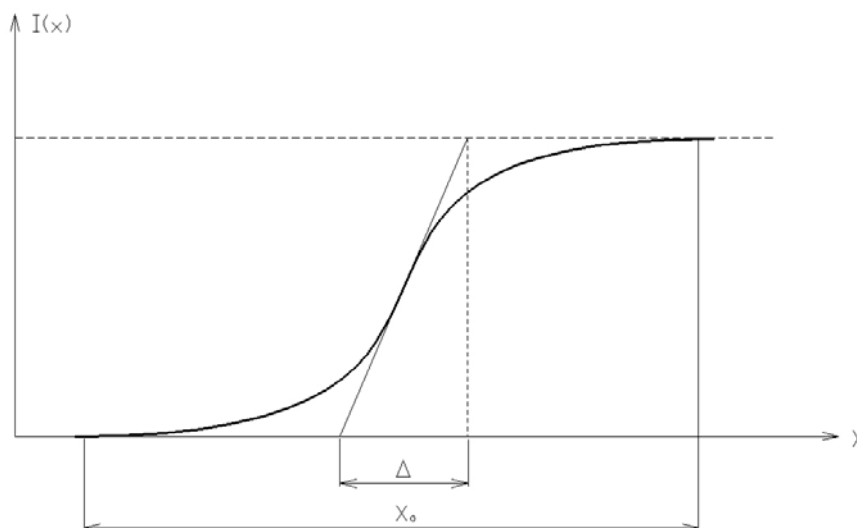
$$S = \int_0^{x_0} \frac{dI(x)}{dx} \sin 2\pi R x dx$$

$$C = \int_0^{x_0} \frac{dI(x)}{dx} \cos 2\pi R x dx \quad (15)$$

kde jsme pro jednoduchost provedli záměnu v označení proměnné. R je prostorová frekvence (např. počet čar/mm). Funkci $I(x)$ změříme pro hodnoty x měnící se ekvidistantně s krokem dx , potom platí

$$\frac{dI(x)}{dx} = \frac{I(x+dx) - I(x)}{dx}$$

Funkce $I(x)$ se mění od nuly až do určité maximální hodnoty. Funkci $I(x)$ normujeme t.j. pokládáme maximální hodnotu této funkce rovnou jedné. Dále značí x_0 délku intervalu v jehož krajních bodech nabývá funkce $I(x)$ své maximální a minimální hodnoty. Průběh funkce $I(x)$ je znázorněn na obr.2.



Obr. 2 Přechodová funkce optické soustavy

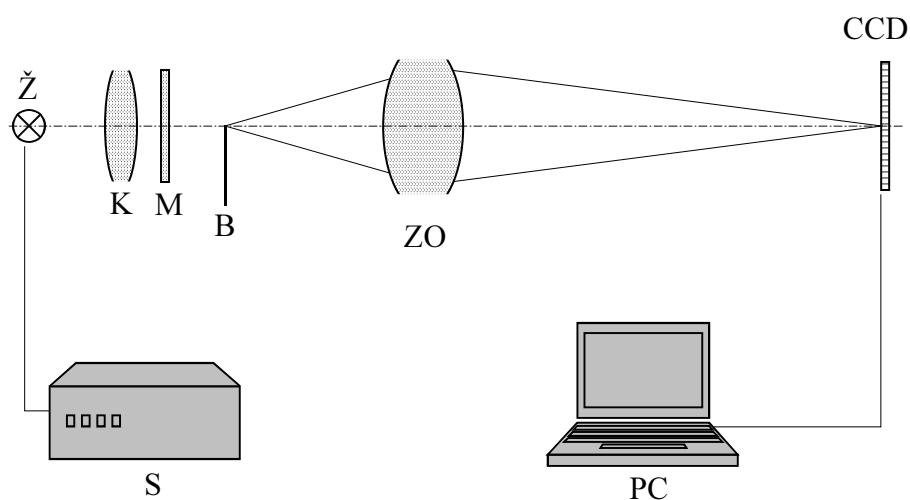
Pro intervalu Δ v případě fyzikálně dokonalé optické soustavy platí

$$\Delta = \frac{3}{8} \pi \lambda c \quad (16)$$

kde c je clonové číslo a λ vlnová délka světla. Nemůže tedy funkce $I(x)$ ze své minimální hodnoty vystoupit na maximální hodnotu na intervalu kratším než Δ . Bude tedy vždy $x_0 > \Delta$.

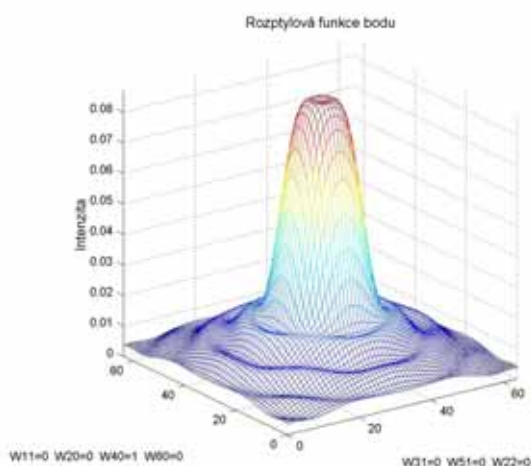
4. Uspořádání a popis měřícího zařízení

Nejdříve provedeme popis zařízení pro měření optické funkce přenosu pro případ, že předmětem je rovnoměrně osvětlená polorovina. Schéma experimentálního uspořádání je na **obr.3**. Stabilizovaný zdroj S napájí žárovku \check{Z} , která pomocí kondenzoru K a matrice M rovnoměrně osvětluje břit B . Zkoušený objektiv ZO zobrazuje břit na CCD senzor. Signál z CCD senzoru jde do počítače PC , který provede výpočet integrálů (15) a tím dostaneme přímo S a C . Dosazením do vztahů (39) pak určíme $T(R)$ a $\theta(R)$. Výpočet a grafické zobrazení výsledků měření je prováděno pomocí výpočetního prostředí MATLAB.

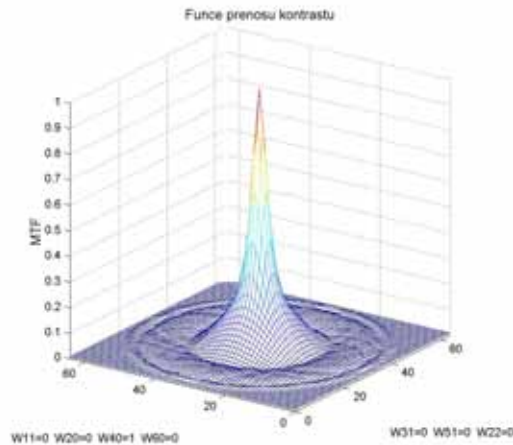


Obr.3 Principiální schéma zařízení pro měření optické funkce přenosu optických soustav

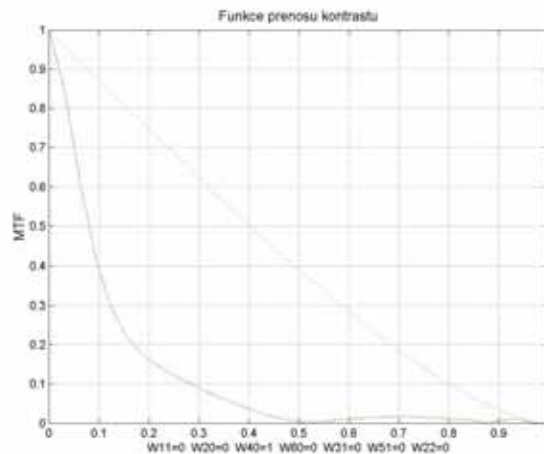
Uvedené schéma zařízení pro měření optické funkce přenosu optických soustav je velmi jednoduché a lze jej poměrně snadno realizovat pro výuku studentů. V případě měření vlastností optických soustav zobrazujících nekonečně vzdálené předměty, zůstává schéma stejné, jen bříť je umístěn v ohnisku objektivu kolimátoru. V případě, že interval Δ je velmi malý, řádově několik pixelů CCD senzoru, potom mezi měřený objektiv a CCD senzor umístíme pomocný mikroskopový objektiv, který nám interval Δ zvětší tak, aby přechodová funkce $I(x)$ mohla být CCD senzorem dostatečně přesně detekována. Na obr.4-6 je zobrazena rozptylová funkce bodu a funkce přenosu kontrastu optické soustavy zatížené vlnovou sférickou aberací o velikosti 1λ . Jak je z obrázků patrné, dochází již při takto malé hodnotě vlnové aberace k velmi prudkému zhoršení kvality zobrazení.



Obr.4 Rozptylová funkce bodu optické soustavy zatížené sférickou aberací



Obr.5 Funkce přenosu kontrastu optické soustavy zatížené sférickou aberací



Obr.6 Řez funkcí přenosu kontrastu optické soustavy zatížené sférickou aberací. Tečkovaně je značená funkce přenosu kontrastu fyzikálně dokonalé optické soustavy.

5. Závěr

V práci byla popsána problematika hodnocení optických soustav pomocí optické funkce přenosu a uvedeny některé možné metody jejího měření. Jako nejvýhodnější z hlediska nákladů a provedení se jeví metoda založená na snímání rozdělení intenzity v obraze předmětu ve tvaru břitu (přechodová charakteristika). Výpočet a grafické zobrazení výsledků měření je pak prováděno pomocí výpočetního prostředí MATLAB. Metoda, je vzhledem ke své jednoduchosti a snadné pochopitelnosti, vhodná pro výuku studentů.

Práce byla vypracována v rámci projektu FRVŠ A1909 MŠMT.

Literatura

- [1] Mikš A.: *Aplikovaná optika 10*, Vydavatelství ČVUT, Praha 2000.
- [2] Mikš A.: *Interferometrické metody vyhodnocování sférických ploch v optice*“, Jemná mechanika a optika, 2000, roč. 46, č. 1, s. 29-35.
- [3] Novák, J.: *Five-step phase-shifting algorithms with unknown values of phase shift*. Optik. 2003, Vol. 114, No. 2, s. 63-68.
- [4] Novák, J.: *New Phase Shifting Algorithms Insensitive to Linear Phase Shift Errors*. Acta Polytechnica, Vol.42, No.4, 2002, p.51-56.
- [5] Novák, J.: *Více krokové algoritmy nezávislé na lineární chybě fázového posuvu*. Jemná mechanika a optika. 2002, roč. 47, č. 11-12, s. 348-352.
- [6] Novák, J.: *Computer Analysis of Interference Fields Using Matlab*. In: MATLAB 2002. Prague : HUMUSOFT, 2002, p. 406-410.
- [7] Novák, J.: *Analýza a vyhodnocování interferenčních struktur*. In: MATLAB 2001 - Sborník příspěvků 9. ročníku konference. Praha : Vysoká škola chemicko-technologická, 2001, díl 1, s. 318-322.

Doc.RNDr.Antonín Mikš,CSc, Katedra fyziky, Stavební fakulta ČVUT, Thákurova 7,
166 29 Praha 6 - Dejvice.

Tel: 224354948, Fax: 233333226, E-mail: miks@fsv.cvut.cz

Ing.Vítězslav Obr, katedra vyšší geodézie, Stavební fakulta ČVUT, Thákurova 7,
166 29 Praha 6 - Dejvice.

Tel: 22435 3732, E-mail: array@panda2.fsv.cvut.cz