

POČÍTAČOVÁ SIMULACE VLIVU CHYB PENTAGONÁLNÍHO HRANOLU NA PŘESNOST MĚŘENÍ V GEODÉZII

A. Mikš¹, V. Obr²

¹Katedra fyziky, Fakulta stavební ČVUT, Praha

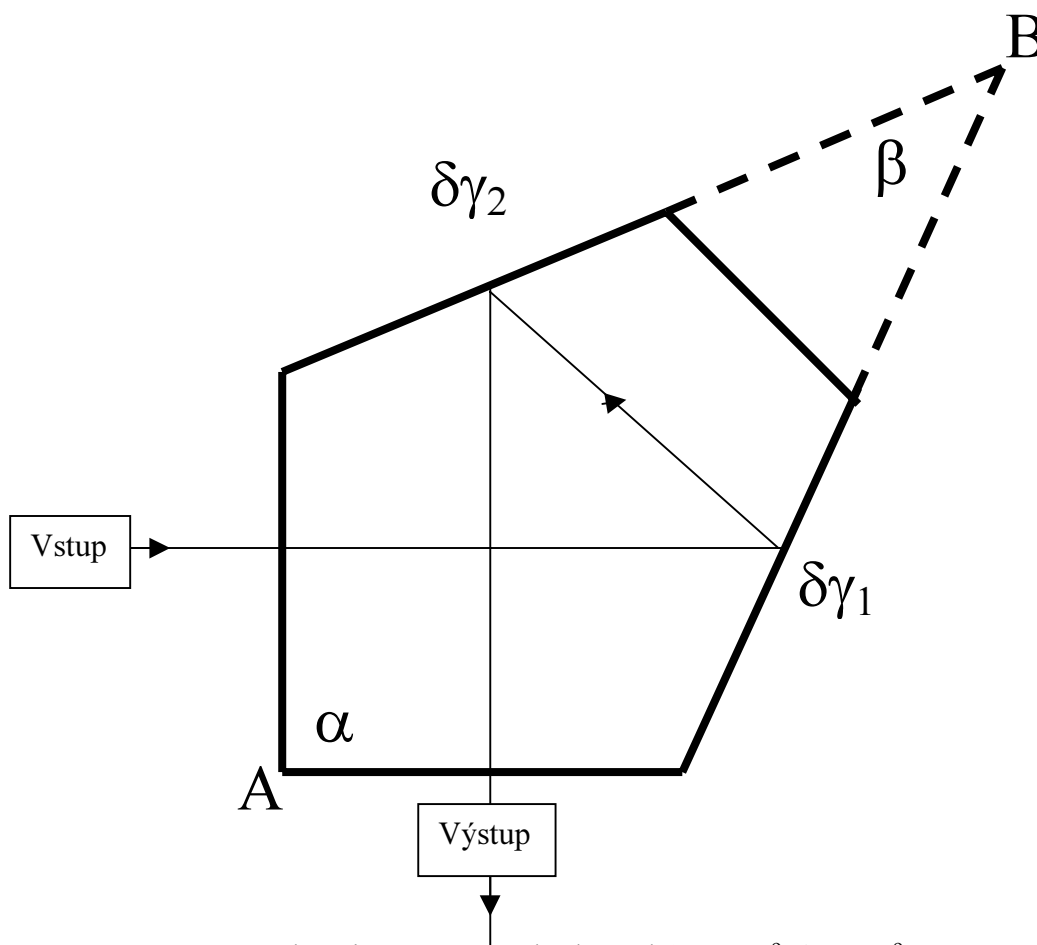
²Katedra vyšší geodézie, Fakulta stavební ČVUT, Praha

Abstrakt: V práci jsou uvedeny základní vztahy pro jednotlivé druhy chyb v případě obyčejného pentagonálního hranolu a provedena počítačová simulace vlivu těchto chyb na přesnost měření v geodézii. Simulace je prováděna v prostředí MATLAB.

1. Úvod

Pentagonální hranol patří k jednomu z nejdůležitějších hranolů, neboť nachází široké pole působnosti v řadě odvětví vědy a techniky. Jmenujme zde např. oblast fotografické optiky a dále pak oblast geodézie. Vzhledem k tomu, že výroba každého optického prvku je vždy ztížena určitou chybou [1,3,4], nechovají se vyrobené optické prvky tak, jak by se měly teoreticky chovat. Je proto velmi důležité znát vliv chyb jednotlivých optických prvků na jimi prováděnou transformaci vlnového pole. V této práci si všimneme vlivu výrobních a materiálových chyb obyčejného pentagonálního hranolu na jeho funkci.

2. Určení úhlové chyby obyčejného pentagonálního hranolu



Obr.1 Obyčejný pentagonální hranol ($\alpha_0 = 90^\circ$, $\beta_0 = 45^\circ$)

Na **obr.1** je uvedeno schéma obyčejného pentagonálního hranolu. Základní funkcí obyčejného pentagonálního hranolu je odchýlit na něj dopadající paprsek o úhel 90° . Pro nominální hodnoty úhlů při základních hranách hranolu platí $\alpha_0 = 90^\circ$, $\beta_0 = 45^\circ$. Vzhledem k výrobním chybám, budou se tyto úhly lišit od nominálních úhlů o hodnoty: $\delta\alpha$ - chyba úhlu α_0 u hrany A, $\delta\beta$ - chyba úhlu β_0 u hrany B, $\delta\gamma_1$ a $\delta\gamma_2$ – chyby kolmosti odrazných ploch ($\alpha = \alpha_0 + \delta\alpha$, $\beta = \beta_0 + \delta\beta$).

Podrobnou analýzou průchodu paprsku pentagonálním hranolem dostáváme, za předpokladu, že *stěny hranolu jsou dokonale rovinné plochy*, pro úhlovou odchylku φ vystupujícího paprsku od paprsku vstupujícího (v rovině hlavního řezu) vztah

$$\varphi = 2n\beta - (n - 1)\alpha, \quad (1)$$

kde n je index lomu skla hranolu. V případě *ideálního hranolu* platí $\alpha = 2\beta = 90^\circ$ a tedy $\varphi = 90^\circ$ a tedy paprsek vystupující z hranolu je odchýlen od paprsku do hranolu vstupujícího o úhel 90° nezávisle na hodnotě indexu lomu skla, z kterého je hranol zhotoven. Diferenciací vztahu (1) dostáváme, pro odchylku paprsku vystupujícího z hranolu od nominálního směru, vztah

$$\delta\varphi = [2n\delta\beta - (n - 1)\delta\alpha] + (2\beta - \alpha)\delta n = \delta\varphi_u + \delta\varphi_n, \quad (2)$$

kde první člen (v hranatých závorkách) udává odchylku $\delta\varphi_u$ vzniklou v důsledku chyb úhlů u hran A a B a druhý člen $\delta\varphi_n$ udává chybu vzniklou změnou indexu lomu hranolu o hodnotu δn . Pro pyramidální chybu $\delta\varphi_p$ (v rovině kolmé k hlavnímu řezu) pak platí

$$\delta\varphi_p = 1,848n(\delta\gamma_1 + \delta\gamma_2) + 1,848(\delta\gamma_1 + \delta\gamma_2)\delta n. \quad (3)$$

Vztahy (1-3) nám tedy umožňují provést podrobnou analýzu vlivu výrobních a materiálových chyb pentagonálního hranolu.

3 Vliv deformace stěn hranolu na kvalitu zobrazení

Rovinné optické prvky tj. zrcadla, planparalelní desky a hranoly se velmi často vyskytují v řadě optických soustav. V důsledku technologického procesu dochází k tomu, že tvar těchto prvků se poněkud změní vzhledem k svému nominálnímu tvaru. Důsledkem toho je, že nám tyto prvky zavádějí aberace do zobrazovacího procesu a dochází tedy k snižování kvality zobrazení optických soustav v nichž jsou tyto prvky umístěny. Z hlediska geometrické optiky mají ideální rovinné optické prvky nekonečně velkou hodnotu ohniskové vzdálenosti. V důsledku deformace jednotlivých ploch těchto prvků v procesu výroby pak dochází k tomu, že vyrobené rovinné prvky mají konečnou hodnotu ohniskové vzdálenosti a vyznačují se řadou dalších aberací obdobně jako klasické optické soustavy jako např. fotoobjektivy apod.. Můžeme tedy kvalitu rovinných prvků hodnotit obdobným způsobem jak hodnotíme kvalitu zobrazení klasických optických soustav. Jak je známo, můžeme pentagonální hranol rozvinout v tzv. ekvivalentní planparalelní desku a vyšetřovat deformace této desky.

Nejjednodušší způsob zjišťování deformace plochy od jejího nominálního tvaru, založený na *interferenci světla* [1,5,6,9-13], je ten, že vyrobená rovinná plocha je srovnávána s plochou vyrobenou o řád přesněji, které se říká *kalibr* [2,3,4,5,7,8]. Kalibr se opatrně přiloží na měřenou plochu a při vhodném osvětlení jsou vidět *interferenční proužky* z jejichž tvaru lze usuzovat na kvalitu měřené plochy. Předpokládejme nyní, že *interferenční proužky jsou kruhového tvaru*. Je-li D průměr měřené rovinné plochy, N počet interferenčních proužků a λ vlnová délka světla kterým provádíme měření, pak pro poloměr křivosti rovinné plochy r_{plan} platí ($\lambda = 555 \text{ nm}$) [8]

$$r_{\text{plan}} = \frac{D^2}{4\lambda N} \approx \frac{450D^2}{N}. \quad (4)$$

Pro ohniskovou vzdálenost lámavé rovinné plochy užitím vztahu (4) dostáváme [8]

$$f'_{\text{lom}} = \frac{D^2}{4\lambda(n-1)N} \approx \frac{450D^2}{(n-1)N},$$

kde n je index lomu skla z kterého je deska, na níž se nachází měřená rovinná plocha, vyrobená. V případě odrazné rovinné plochy (rovinné zrcadlo) platí

$$f'_{\text{odraz}} = \frac{D^2}{8\lambda N} \approx \frac{225D^2}{N}.$$

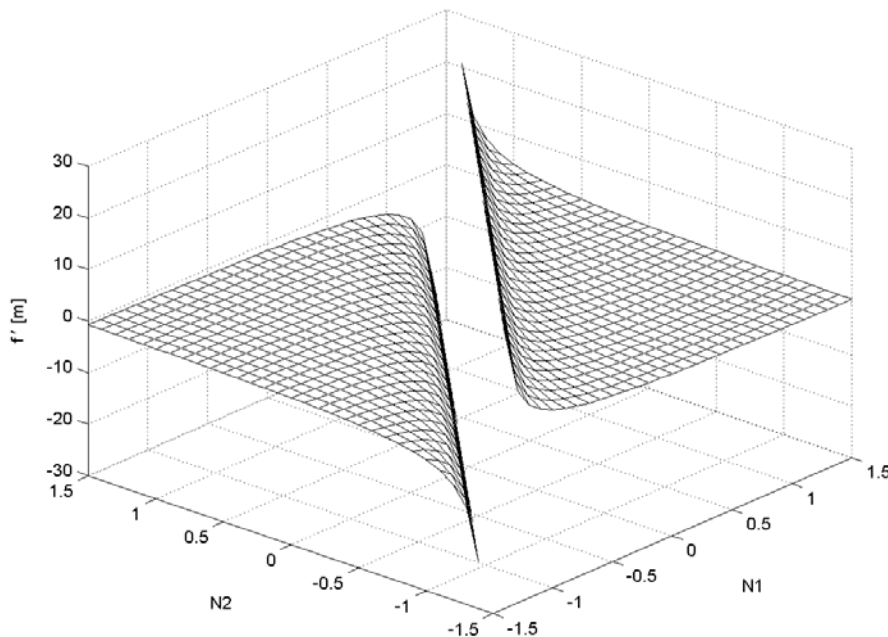
Pro vlnovou aberaci rovinné plochy platí

$$W_{\text{plochy}} = \frac{D^2}{8f'_{\text{plochy}}}.$$

V případě lámavé plochy položíme $f'_{\text{plochy}} = f'_{\text{lom}}$ a v případě odrazné plochy položíme $f'_{\text{plochy}} = f'_{\text{odraz}}$.

V případě *planparalelní desky* o průměru D jejíž první plocha vykazuje N_1 a druhá plocha N_2 interferenčních proužků, je ohnisková vzdálenost desky f'_{desky} dána vztahem [8]

$$f'_{\text{desky}} = \frac{D^2}{4\lambda(n-1)(N_1 - N_2)} \approx \frac{450D^2}{(n-1)(N_1 - N_2)}. \quad (5)$$



Obr. 1 Ohnisková vzdálenost hranolu v závislosti na počtu interferenčních kroužků

$$(\lambda = 550\mu\text{m}, n = 1.5, D = 0.05\text{m})$$

Znaménka N bereme v souladu se znaménkovou konvencí zavedenou v geometrické optice. Je-li tedy první plocha vypuklá, potom $\text{sign}(N_1) = +$ a v případě vyduté plochy je $\text{sign}(N_1) = -$. U druhé plochy je tomu opačně. Clonové číslo planparalelní desky je pak dáno vztahem

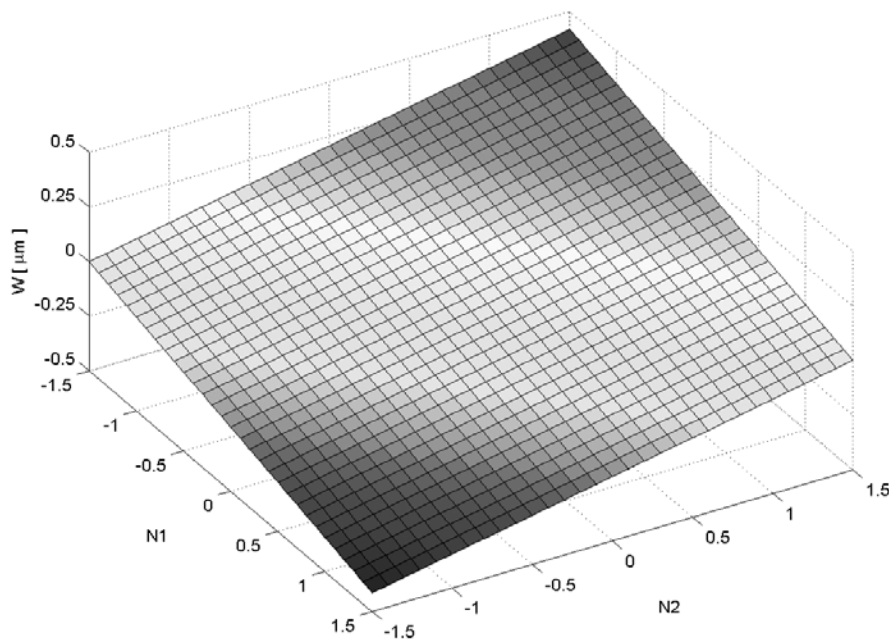
$$c_{\text{desky}} = f'_{\text{desky}} / D .$$

Pro průměr Airyho disku planparalelní desky pak platí [8]

$$d_A = 2,44\lambda c_{\text{desky}} = \frac{0,61 D}{(n-1)(N_1 - N_2)} .$$

Vlnová aberace planparalelní desky je dána vztahem [8]

$$W_{\text{desky}} = \frac{D^2}{8f'_{\text{desky}}} = \frac{\lambda}{2} (n-1)(N_1 - N_2) . \quad (6)$$



Obr. 2 Vlnová aberace v závislosti na počtu interferenčních kroužků

$$(\lambda = 550\mu\text{m} , n = 1.5, D = 0.05\text{m})$$

Pro *Strehlovu definici* planparalelní desky [8] pak dostáváme

$$\text{S.D.} = 1 - \left(\frac{\pi}{\lambda}\right)^2 \frac{W_{\text{desky}}^2}{3} = 1 - \frac{\pi^2}{12} (n-1)^2 (N_1 - N_2)^2 . \quad (7)$$

Zabývejme se nyní vlivem *barevné vady velikosti*, která vzniká v důsledku klínovitosti planparalelních desek a hranolů. Je-li ψ klínovitost planparalelní desky nebo hranolu, potom

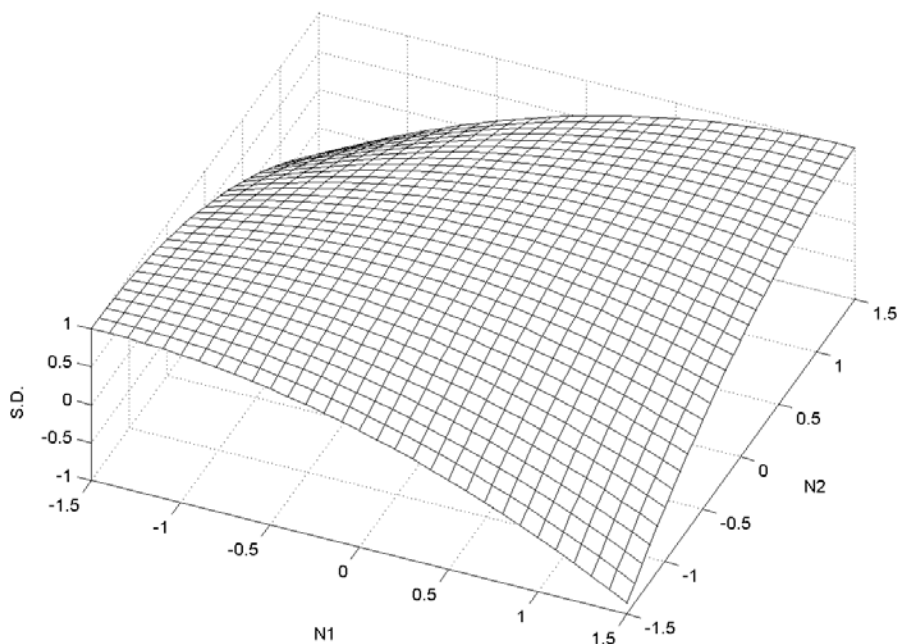
odchylka svazku procházejícího těmito prvky je $\delta = (n - 1)\psi$, kde n je index lomu skla optického prvku. V důsledku změny vlnové délky světla dojde ke změně odchylky δ a to o hodnotu

$$\Delta\delta_\lambda = \Delta n \psi,$$

kde Δn je změna indexu lomu v důsledku změny vlnové délky světla. Je-li D průměr optického prvku, potom pro vlnovou aberaci platí

$$\Delta W_\lambda = \Delta\delta_\lambda/D.$$

Z tohoto vztahu je patrné, že sklo, z kterého je pentagonální hranol vyroben, by mělo mít co nejmenší disperzi tj. co největší Abbeovo číslo [1].



Obr. 3 Hodnoty Strehlovy definice v závislosti na počtu interferenčních kroužků

$$(\lambda = 550\mu\text{m}, n = 1.5, D = 0.05\text{m})$$

Závěr

V práci byly provedena podrobná analýzy vlivu výrobních chyb obyčejného pentagonálního hranolu na jeho zobrazovací vlastnosti. Byly odvozeny vztahy pro výpočet úhlových odchylek paprskového svazku procházejícího tímto hranolem. Dále byl vyšetřován vliv deformací ploch hranolu na kvalitu zobrazení a byly dány vztahy pro výpočet ohniskové vzdálenosti hranolu, vlnové aberace a Strehlovy definice. Výsledky práce najdou uplatnění např. v oblasti geodézie, kde se tento hranol velmi často používá. Pomocí uvedených vztahů je pak možno stanovit požadavky na kvalitu hranolu, který je nutno použít pro danou přesnost měření.

Tato práce vznikla v rámci grantu č. 103/02/0357 Grantové agentury České republiky.

Literatura

- [1] A.Mikš , Aplikovaná optika 10, Vydavatelství ČVUT, Praha 2000.
- [2] A.Mikš, “*Interferometrické metody vyhodnocování sférických ploch v optice*“, Jemná mechanika a optika, 2000, roč. 46, č. 1, s. 29-35.
- [3] A.N.Bardin: *Technologie optického skla*. Vysšaja škola, Moskva 1963.
- [4] E.Keprt: *Základy technologie optické výroby II*. SPN, Praha 1965.
- [5] M.Francon, *Optical Interferometry*, Academic Press, N.Y. 1966.
- [6] M.Born, E.Wolf, *Principles of Optics*, Pergamon Press, N.Y. 1964.
- [7] D.Malacara, *Optical Shop Testing*, John Wiley & Sons, N.Y. 1992.
- [8] A.Mikš, J.Novák, “Testing of plano optical elements“, *Optica Applicata*, 2003, Vol.33, No.2-3, p.391-402.
- [9] Novák, J.: Five-step phase-shifting algorithms with unknown values of phase shift. *Optik*. 2003, Vol. 114, No. 2, s. 63-68.
- [10] Novák, J.: New Phase Shifting Algorithms Insensitive to Linear Phase Shift Errors. *Acta Polytechnica*, Vol.42, No.4, 2002, p.51-56.
- [11] Novák, J.: Vícekrokové algoritmy nezávislé na lineární chybě fázového posuvu. *Jemná mechanika a optika*. 2002, roč. 47, č. 11-12, s. 348-352.
- [12] Novák, J.: Computer Analysis of Interference Fields Using Matlab. In: *MATLAB 2002*. Prague : HUMUSOFT, 2002, p. 406-410.
- [13] Novák, J.: Analýza a vyhodnocování interferenčních struktur. In: *MATLAB 2001 - Sborník příspěvků 9. ročníku konference*. Praha : Vysoká škola chemicko-technologická, 2001, díl 1, s. 318-322.

Doc.RNDr.Antonín Mikš,CSc, katedra fyziky, Stavební fakulta ČVUT, Thákurova 7,
166 29 Praha 6 - Dejvice.
Tel: 224354948, Fax: 233333226, E-mail: miks@fsv.cvut.cz

Ing.Vítěslav Obr, Katedra vyšší geodézie, Stavební fakulta ČVUT, Thákurova 7,
166 29 Praha 6 - Dejvice.
Tel: 22435 3732, E-mail: arry@panda2.fsv.cvut.cz