

# VLIV OPTICKÉ SOUSTAVY NA PŘESNOST MĚŘENÍ V GEODÉZII

## (Opticko-geometrické hledisko)

A.Mikš<sup>1</sup>, V.Obr<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Katedra fyziky, Fakulta stavební ČVUT, Praha

<sup>2</sup>Katedra vyšší geodézie, Fakulta stavební ČVUT, Praha

**Abstrakt:** Pro výpočty v geodézii je využívána velmi zjednodušená teorie geometrické optiky, která vychází z předpokladu fyzikálně dokonalé optické soustavy. V drtivé většině případů je tato teorie naprosto postačující. Při velmi přesných měřeních, zejména v průmyslu, dochází vlivem změny vzdálenosti měřeného předmětu k chybám nelineárního charakteru. Tyto odchylky mohou při určité konfiguraci dosahovat nezanedbatelných hodnot. V takovém případě je nutno stávající teorii rozšířit o vlivy reálné optické soustavy a to nejen v oblasti geometrické ale i vlnové optiky.

### 1. Úvod

V současné době nelze dosáhnout takových konstrukčních kvalit optických soustav, aby jejich vlastnosti odpovídali fyzikálně dokonalé optické soustavě. Optické soustavy jsou vždy zatíženy zbytkovými aberacemi, které snižují kvalitu zobrazení. Snahou konstruktérů je, aby alespoň pro určitou předmětovou vzdálenost byly aberace zanedbatelné. U geodetických přístrojů je touto vzdáleností nekonečno. Pro všechny ostatní předmětové vzdálenosti pak dochází k nárůstu velikosti aberací. Především pro velmi krátké záměry (pouze několik metru) je patrné “nevysvětlitelné” snížení přesnosti měření, někdy až na úroveň, která je pro daný účel nevyhovující. Někteří výrobci proto udávají doporučené zobrazovací podmínky.

Programového prostředí *MATLAB* bylo využito k vytvoření nástroje, který by umožňoval rychlou a přehlednou vizualizaci tohoto jevu tak, aby posloužil k vymezení podmínek měření a volbě optických soustav, které umožní dosáhnout požadované přesnosti.

### 2. Geometricko-optická teorie

Řešený problém lze rozdělit na dvě základní úlohy: výpočet příčné paprskové aberace dle teorie geometrické optiky a rozšíření teorie o aspekty vlnové optiky (posun energetického centra rozptylového obrazce). Podrobný teoretický rozbor tohoto jevu lze najít v [1,2] a proto zde uvedeme jen v základní vztahy nezbytné pro vytvoření programu v Matlabu.

Jak již bylo řečeno, současné technické možnosti zdaleka nedovolují konstrukci optických soustav jež by se alespoň blížily ideální optické soustavě (obrazem libovolného bodu v předmětovém prostoru je opět bod, libovolné úsečky/rovině předmětového prostoru odpovídá právě jedna úsečka/rovina obrazového prostoru). U reálné optické soustavy není bod zobrazen jako bod, ale v důsledku aberací a difrakce světla, dojde k vytvoření rozptylového obrazce, charakterizujícího rozdělení energie v obraze bodu (*rozptylová funkce bodu*). Z hlediska geometrické optiky, kdy je zanedbán vliv difrakce světla, dojde k vytvoření rozptylového kroužek, který se nazývá *spot diagram*. Každý bod tohoto spot diagramu je v příčném směru odchýlen od ideálního bodu (bodu vytvořeného ideální optickou soustavou) o hodnotu příčné paprskové aberace  $\delta y'$ . Geodetické přístroje jsou konstruovány tak, aby jejich aberační vlastnosti byly minimální pro zobrazení nekonečně vzdáleného předmětu. Se změnou polohy měřeného předmětu pak dochází ke změně aberací této optické soustavy. Analýzu tohoto problému provedeme na základě aberací třetího řádu. Lze ukázat, že pro příčnou paprskovou aberaci  $\delta y'$  v meridionální rovině platí [1]

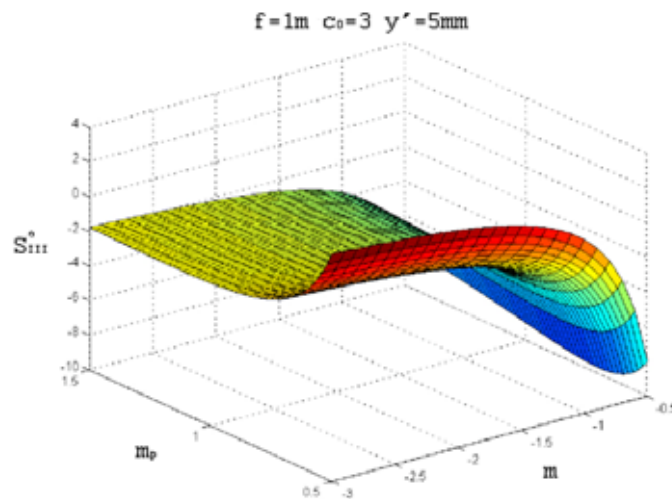
$$\delta y' = (1/2g)(A^3 S_I^0 - 3tgwA^2 S_{II}^0 + 3tg^2 wAS_{III}^0) \quad (1)$$

kde

$$\begin{aligned} S_I^0 &= f'(g_P - g) \left[ (g_P - g)^2 - 3g_P(g_P - g) + 3(g_P^2 - 1) \right], \\ S_{II}^0 &= f'(g_P - g) \left[ -g(g_P - g) + 2(g_P^2 - 1) \right], \\ S_{III}^0 &= f'(g_P - g)(g_P^2 - 1), \\ tgw &= \frac{y}{f'(g_P - g)} \end{aligned} \quad (2)$$

přičemž  $A = \sin U$  – je numerická apertura v předmětovém prostoru ( $n = n' = 1$ ),  
 $2w$  – úhel zorného pole  
 $g$  – úhlové zvětšení  
 $g_P$  – úhlové zvětšení v pupilách,  
 $f'$  – ohnisková vzdálenost optické soustavy

Na **obr.1** je pro představu uvedena závislost koeficientu astigmatismu 3.řádu  $S_{III}^0$  optické soustavy jejím na příčném zvětšení  $m = 1/g$  a příčném zvětšení v pupilách  $m_P = 1/g_P$ .



**Obr. 1** Závislost koeficientu astigmatismu 3.řádu  $S_{III}^0$  na příčném zvětšení  $m$  a příčném zvětšení v pupilách  $m_P$  optické soustavy

Pro střední hodnotu příčné paprskové aberace v meridiánové rovině platí

$$\langle \delta y' \rangle = \frac{1}{2A_M} \int_{-A_M}^{A_M} \delta y' dA \quad (3)$$

kde  $A_M$  značí maximální numerickou aperturu optické soustavy, platí

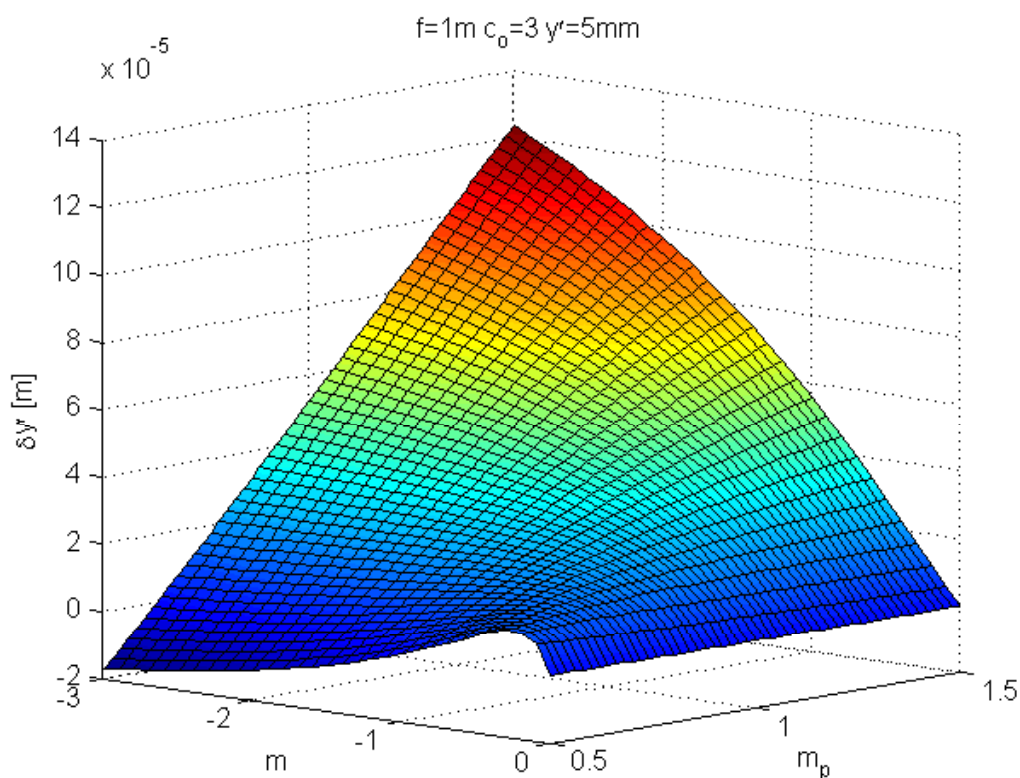
$$A_M = \frac{1}{2c_0(g - g_P)} \quad (4)$$

kde  $c_o$  je clonové číslo optické soustavy pro nekonečně vzdáleny předmět.

Grafické znázornění závislosti příčné paprskové aberace  $\delta y'$  na příčném zvětšení  $m$  a příčném zvětšení v pupilách  $m_p$  optické soustavy je na **obr.2**.

### 3. Aspekty vlnové optiky

V oboru vlnové optiky neplatí u fyzikálně dokonalé optické soustavy skutečnost, že obrazem libovolného bodu v předmětovém prostoru je opět bod v takovém smyslu, jak je to chápáno dle geometricko-optické teorie. Přesněji řečeno: odezvou optické soustavy na bodový signál není bodový signál ale difrakční obrazec se specifickým rozdělením energie, který se označuje jako rozptylová funkce bodu (point spread function – PSF). Tento jev bude mít praktický důsledek na výsledný rozptylový obrazec tím, že nepatrně posune energetické centrum bodu z místa střední příčné paprskové aberace spočítané dle teorie geometrické optiky. Tato část problematiky není v současné době řešena. Pro její řešení by bylo nutno použít difrakční teorii optického zobrazení [1].



**Obr. 2** Velikost příčné paprskové aberace  $\delta y$  v závislosti na příčném zvětšení  $m$  a příčném zvětšení v pupilách  $m_p$  optické soustavy

### 4. Závěr

V práci byla zpracována vizualizace velikosti příčné paprskové aberace (chyba měření) v závislosti na různých hodnotách vstupních parametrů ( $m$ -příčné zvětšení,  $m_p$ -příčné zvětšení v pupilách,  $c_o$ -clonové číslo,  $f'$ -ohnisková vzdálenost,  $y'$ -velikost obrazu), které jsou běžné u měřících optických přístrojů. Výpočty byly provedeny na základě teorie aberací

3.řádu. Z grafů je zřejmé, že při určité konfiguraci může hodnota příčné paprskové aberace dosáhnout až několik promile z velikosti obrazu ( $m = -0.1$ ,  $m_p = 1$ ,  $c_o = 3$ ,  $\Rightarrow$ relativní chyba měření 0.12%). V extrémních případech může nabýt hodnoty až celých procent. Ale již i chyba v řádech desetin procenta je pro velmi přesná měření, zejména v průmyslu, nedostačující. Především s rozvojem využití CCD elementů v měřících přístrojích nebude moci být vliv této chyby zanedbán.

*Práce byla vypracována v rámci grantu GAČR 103/02/0357.*

## **Literatura:**

- [1] A. Mikš: *Aplikovaná optika 10 – Geometrická a vlnová optika*, ČVUT, Praha, 2000.
- [2] A. Mikš: *Geometricko-optická teorie vlivu změny zobrazovacích podmínek na přesnost měření optickými přístroji v průmyslu*, Jemná mechanika a optika č.4, s.123-127, 1997.
- [3] M. Sedláček, R. Šmíd: *MATLAB v měření*, ČVUT, Praha, 2004.

Doc.RNDr.Antonín Mikš,CSc, Katedra fyziky, Stavební fakulta ČVUT, Thákurova 7,  
166 29 Praha 6 - Dejvice.

Tel: 224354948, Fax: 233333226, E-mail: [miks@fsv.cvut.cz](mailto:miks@fsv.cvut.cz)

Ing.Vítězslav Obr, katedra vyšší geodézie, Stavební fakulta ČVUT, Thákurova 7,  
166 29 Praha 6 - Dejvice.

Tel: 22435 3732, E-mail: [array@panda2.fsv.cvut.cz](mailto:array@panda2.fsv.cvut.cz)