

# ALGORITMUS DIFERENCIÁLNÍ EVOLUCE A JEHO UŽITÍ PRO IDENTIFIKACI NUL A PÓLŮ PŘENOSOVÉ FUNKCE FILTRU

Přemysl Žiška, Pravoslav Martinek

Katedra teorie obvodů, ČVUT Praha, Česká republika

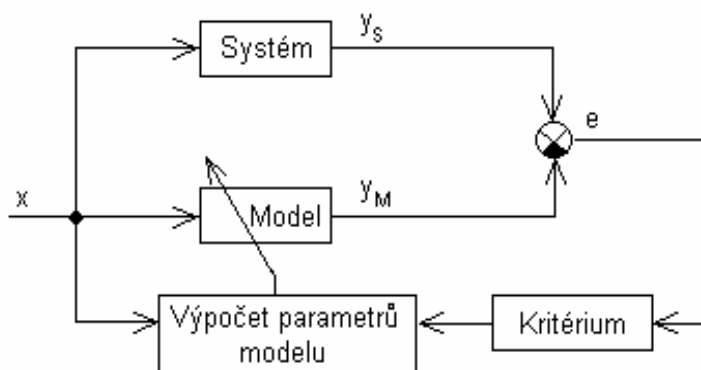
## Abstrakt

V příspěvku je popsána metoda pro identifikaci nul a pólů přenosové funkce diskrétně pracujícího filtru z jeho známé kmitočtové modulové charakteristiky. Metoda je založena na použití diferenčního evolučního algoritmu, který byl naprogramován v prostředí MATLAB, verze 6.5.. Jde o progresivní metodu, která je schopna nalézt globální minimum účelové funkce a její aplikace přinesla velmi dobré výsledky. Metoda je demonstrována na příkladu identifikace parametrů přenosové funkce číslicového filtru 10. řádu se známou modulovou charakteristikou která naznačuje, že byl navržen pomocí Caerovy aproximace. Identifikace přenosové funkce filtru proběhla úspěšně.

## 1. Úvod

Problém určení, resp. výpočtu přenosové funkce je často řešená úloha v mnoha případech návrhu a identifikace parametrů elektrických systémů. V současnosti existuje více cest jak řešit tento problém, například v článku Sidman *et al.* [6] jsou prezentovány výsledky ve kterých jsou použity Bodeho "šablony" pro modulové frekvenční charakteristiky nulových bodů a pólů k identifikaci přenosové funkce analogového obvodu, nebo v člancích Martinek - Vondraš [2, 3] jsou prezentovány výsledky, kde byla řešena úloha aproximace přenosové funkce analogového filtru při současných požadavcích na amplitudovou modulovou charakteristiku a skupinové zpoždění. V tomto příspěvku je řešená odlišná aproximační úloha, kdy na základě známé kmitočtové modulové charakteristiky jsou identifikovány nuly a póly přenosové funkce diskrétně pracujícího obvodu, ať již číslicového filtru nebo diskrétně pracujícího analogového filtru SC, resp. SI.

Existuje více metod, kterými je možno určit parametry vybraného modelu z jeho charakteristik jakými jsou např. kmitočtové charakteristiky, přechodové nebo impulsní odezvy. Obecný princip identifikace je ukázán na obrázku 1. Výstupní charakteristika neznámého systému  $y_S$ , která je daná v diskretních bodech, je porovnávána s výstupní charakteristikou jeho modelu  $y_M$ . Chybová funkce  $e$  je pak vyhodnocována podle vhodně zvoleného kritéria. Často používanými kritérii pro identifikaci parametrů modelu je metoda minimální stejnoměrné odchylky nebo metoda nejmenších čtverců. Poslední částí je pak výpočet parametrů modelů podle výsledků získaných vyhodnocením chybové funkce  $e$ .



Obr. 1: Základní princip identifikace přenosové funkce neznámého systému

V tomto příspěvku je popsána nová jednoduchá metoda pro identifikaci přenosové funkce diskrétně pracujícího linearizovaného obvodu založená na použití Diferenčního Evolučního algoritmu (DE). Aplikujeme-li terminologii použitou v obrázku 1 na zadanou úlohu, označuje v tomto příspěvku symbol  $y_S$  amplitudovou modulovou charakteristiku neznámého obvodu (filtru) a  $y_M$  modulovou charakteristiku jeho modelu. Výpočtem parametrů modelu je zde míněn výpočet nul a pólů přenosové funkce použitím algoritmu DE.

Evoluční algoritmy jsou výkonné robustní algoritmy, které simulují evoluční proces v přírodě a jsou vhodné pro hledání globálního minima funkcí. Pracují s množinami možných řešení sestavených do tzv. populační matice. Evolučními algoritmy můžeme minimalizovat nejen standardní funkce, ale také nelineární a po částech nediferencovatelné funkce s mnoha lokálními extrémy. Diferenční evoluční algoritmus vytvořil K. Price a poprvé ho prezentoval v roce 1995. Na konferenci First International Contest of Evolutionary Computation (1stICEO), která se konala v Nagoyi v květnu 1996, byl tento algoritmus oceněn jako nejvýkonnější evoluční algoritmus pro řešení funkcí s reálnými proměnnými. Obecnou nevýhodou evolučních algoritmů je jejich stochastické chování, což znamená, že nejsme schopni exaktně určit předem rychlost konvergence. Nicméně experimenty ukazují dobré konvergenční vlastnosti při zadání vhodných počátečních podmínek. Úspěšné aplikace algoritmu DE při řešení problému aproximace přenosové funkce byly prezentovány ve [2, 3], ovšem v rozdílně formulovaných specifikacích.

## 2. Diferenční evoluční algoritmus

DE je paralelní přímo vyhledávací metoda pro hledání neznámých parametrů, která používá reprezentaci reálnými čísly. Tato technika pracuje s množinou  $NP$   $D$ -dimenzionálních parametrických vektorů:

$$\underline{x}_{i,G}, \quad i = 1, 2, \dots, NP \quad (1)$$

kteří vytvářejí populaci pro každou generaci  $G$  řešení úlohy; tzn. v průběhu minimalizace je při každé iteraci vytvářena nová populace. Počet vektorů  $NP$  se nemění během optimalizačního procesu. Počáteční populace může být generována náhodně, pokud nemáme žádné bližší informace o řešeném systému. Při implementaci algoritmu v MATLABu je pak generována populace jako matice o rozměrech  $NP \times D$ , kde  $NP$  je počet členů populace a  $D$  je počet neznámých proměnných řešeného problému. Každý prvek v matici je generován jako náhodné číslo  $r$  s rovnoměrným rozložením pravděpodobnosti v rozsahu  $(0..1)$  podle vzorce:

$$x_{i,j} = \min + r \cdot (\max - \min), \quad (2)$$

kde  $i = 1 \dots NP$ ,  $j = 1 \dots D$  a rozsah neznámých hledaných proměnných je  $(\min..max)$ .

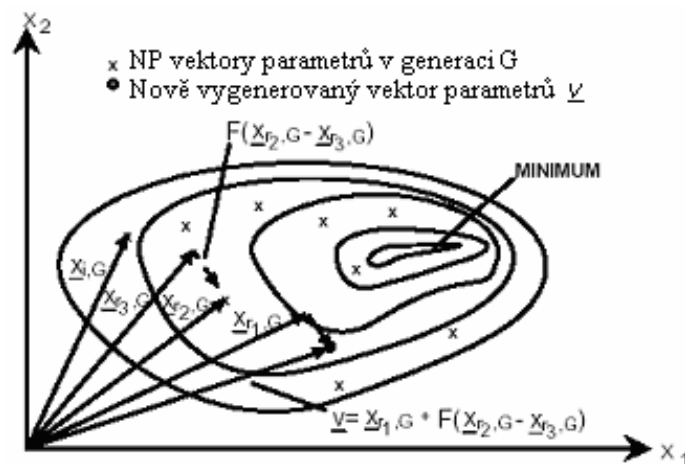
DE generuje nový vektor tak, že vypočítá vážený rozdílový vektor ze dvou náhodně vybraných členů populace a tento přičte ke třetímu členu populace. Jestliže má tento nový výsledný vektor nižší hodnotu účelové funkce (tzv. fitness), než předem vybraný vektor, pak je tento předem vybraný vektor nahrazen nově vygenerovaným vektorem s kterým byl porovnáván. Navíc je vždy zachováván nejlepší vektor  $x_{best,G}$  pro zajištění zlepšování výsledku optimalizace. Existuje několik variant tohoto algoritmu. Zde budou podrobněji popsány dvě varianty. První z nich je označována jako *DE/rand/1/exp*. Funkci algoritmu můžeme popsat takto:

**1.** pro každý cílový vektor z populační matice  $x_{i,G}$ ,  $i = 1, 2, \dots, NP$ , je vygenerován zkušební vektor  $\underline{v}$  podle následujícího vztahu

$$\underline{v} = \underline{x}_{r_1,G} + F \cdot (\underline{x}_{r_2,G} - \underline{x}_{r_3,G}) \quad (3)$$

kde indexy  $r_1, r_2, r_3 \in [1, NP]$ , jsou celočíselné a navzájem různé a  $F > 0$ .

Čísla  $r_1$ ,  $r_2$  a  $r_3$  jsou náhodně vybrána z intervalu  $[1, NP]$  a navíc jsou rozdílná od indexu  $i$ . Symbol  $F$  označuje reálnou konstantu, která ovlivňuje velikost odchylky ( $\underline{x}_{r_2, G} - \underline{x}_{r_3, G}$ ). Obrázek 2 ukazuje 2-dimenzionální příklad, který ilustruje funkci rozdílového vektoru v algoritmu DE.



Obr. 2: Příklad 2-dimenzionální účelové funkce, kde je ukázán proces generování vektoru  $\underline{v}$  ve schématu algoritmu DE

**2.** V dalším kroku je vybírán každý prvek vybraného cílového vektoru  $x_{i, G}$ ,  $i = 1, 2, \dots, NP$ , a zároveň každý prvek ze zkušebního vektoru  $\underline{v}$  (první prvek z obou, druhý prvek z obou...). Pro každý pár těchto prvků je vygenerované náhodné číslo s rovnoměrným rozdělením pravděpodobnosti v rozsahu (0-1). Toto náhodné číslo je porovnáváno s konstantou křížení CR. Jestliže je toto náhodné číslo menší než CR, pak je odpovídající prvek z vektoru  $x_{i, G}$  vložen do nového vektoru  $u_{i, G}$ . V opačném případě je do nového vektoru  $u_{i, G}$  vložen odpovídající prvek ze zkušebního vektoru  $\underline{v}$ . Takto získáme celý nový vektor  $u_{i, G}$ . Tato operace představuje operaci křížení v teorii evoluční strategie. Nakonec je porovnávána hodnota fitness vektoru  $u_{i, G}$  s hodnotou fitness cílového vektoru  $x_{i, G}$ . Vektor s nižší hodnotou fitness je vybrán do nové populace  $G+1$ . Tento proces je opakován tak dlouho, dokud není nalezeno požadované řešení anebo dokud není dosažen předem zadaný počet generací.

Nyní ještě popíšeme druhou variantu DE označovanou jako *DE/best/1/exp*. Jediný rozdíl spočívá v modifikaci vztahu (3), kdy v této variantě platí pro vytváření vektoru  $\underline{v}$  předpis

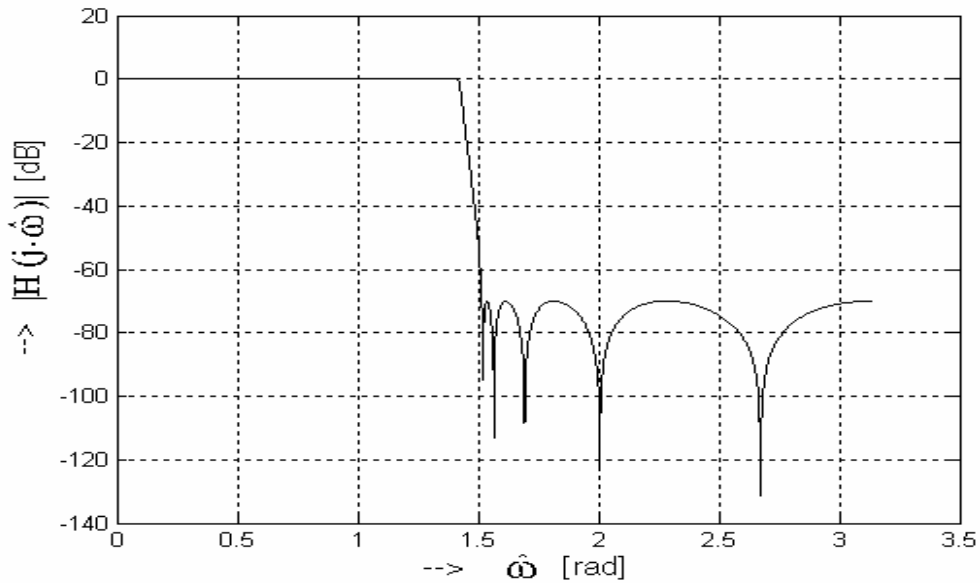
$$\underline{v} = \underline{x}_{best, G} + F \cdot (\underline{x}_{r_2, G} - \underline{x}_{r_3, G}). \quad (4)$$

Zde  $\underline{x}_{best, G}$  je nejlepší vektor, který představuje nejlepší dosavadní řešení v běhu algoritmu. Zbývající část algoritmu je shodná s předchozí variantou.

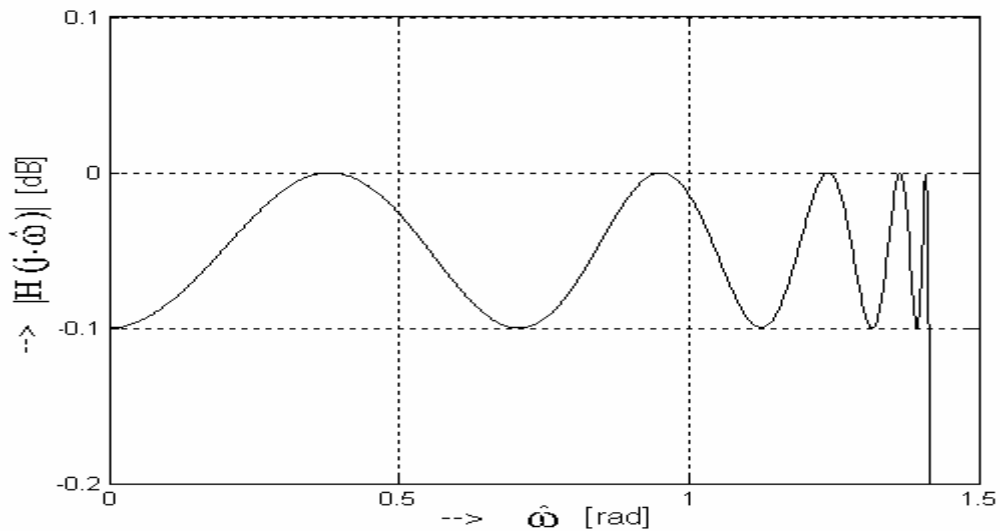
Důležitým faktorem je zde volba konstant  $F$  a  $CR$ . Podrobnosti o vlivu těchto konstant na běh algoritmu a o jejich vhodné volbě jsou popsány v literatuře [4, 5].

### 3. Úloha identifikace přenosové funkce číslicového IIR filtru

Vstupními daty pro řešení úlohy jsou známé hodnoty kmitočtové modulové charakteristiky v diskretních kmitočtech. Jedná se tedy o vzorkovanou kmitočtovou charakteristiku. Vzorkovací interval nemusí být ekvidistantní, naopak je výhodné, když se jeho hodnota zmenšuje v okolí meze propustného pásma filtru. Tato data můžeme získat měřením anebo jakýmkoliv jiným způsobem. Konkrétním příkladem mohou být ukázky kmitočtových charakteristik číslicového filtru IIR na obr. 3 a 4. Získaná data slouží pro vytvoření testovacího vektoru v prostředí MATLAB.



Obr. 3: Získaná modulová charakteristika neznámého číslicového IIR filtru



Obr. 4: Detail propustného pásma modulové charakteristiky

### 3.1 Určení řádu přenosové funkce filtru

Prvním krokem při identifikaci přenosové funkce IIR filtru je určení řádu této funkce. V této úloze dává průběh kmitočtové charakteristiky apriorní informaci o tom, že filtr byl navržen pomocí Caurovy aproximace. Jak je známo o této aproximaci, počet extrémů  $p$  v propustném pásmu filtru je úměrný řádu filtru, což můžeme napsat jako

$$p = n + 1, \quad (5)$$

kde  $p$  je počet extrémů v propustném pásmu a  $n$  je řád filtru.

Z obrázku 4 je zřejmé, že v propustném pásmu má modulová charakteristika 11 extrémů. Odtud vyplývá, že řád přenosové funkce je  $n = 10$ . Přenosovou funkci filtru desátého řádu můžeme definovat jako součin dílčích funkcí 2.řádu ve tvaru

$$H(z) = \frac{K \cdot \prod_{i=1}^5 (z^{-1} - r_{1i} \cdot e^{j \cdot \varphi_{1i}}) \cdot (z^{-1} - r_{1i} \cdot e^{-j \cdot \varphi_{1i}})}{\prod_{i=1}^5 (1 - z^{-1} \cdot r_{2i} \cdot e^{j \cdot \varphi_{2i}}) \cdot (1 - z^{-1} \cdot r_{2i} \cdot e^{-j \cdot \varphi_{2i}})} . \quad (6)$$

Amplitudovou modulovou charakteristiku můžeme vypočítat podle následujícího vztahu

$$H_{dB}(\hat{\omega}) = 20 \cdot \log_{10} |H(z)|_{z=e^{j \cdot \hat{\omega}}} , \quad (7)$$

kde proměnná  $\hat{\omega}$  znamená normalizovanou frekvenci definovanou výrazem

$$\hat{\omega} = \omega \cdot T , \quad (8)$$

kde T je vzorkovací perioda.

Kmitočtová modulová charakteristika diskrétně pracujícího systému popsaného obvodovou funkcí  $H(z)$  v rovině  $z$  může být vypočítána v prostředí MATLAB prostřednictvím vestavěné vnitřní funkce *freqz*.

### 3.2 Identifikace nul a pólů přenosové funkce číslicového IIR filtru

Hlavní princip spočívá v systematickém hledání nul a pólů přenosové funkce modelu diskrétně pracujícího systému tak, aby byl minimalizován rozdíl mezi zadanou modulovou charakteristikou neznámého obvodu a modulovou charakteristikou jeho modelu. Na tomto základě vytvoříme chybovou funkci  $e$ , kterou můžeme definovat ve tvaru (9)

$$e(\hat{\omega}_i) = H_S(\hat{\omega}_i) - H_M(\hat{\omega}_i) , \quad (9)$$

kde  $H_S(\hat{\omega}_i)$  je zadaná kmitočtová modulová charakteristika neznámého obvodu a  $H_M(\hat{\omega}_i)$  je modulová charakteristika jeho modelu. Tato chybová funkce je pak vypočítávána v jednotlivých diskrétních frekvencích a individuální chyby jsou sčítány podle způsobu definice účelové funkce. V prezentovaném případě jsou sčítány čtverce odchylek modulových charakteristik. Minimum této účelové funkce hledáme pomocí DE algoritmu. Matematická formulace účelové funkce při vzorkování modulové charakteristiky v  $N$  stejně vzdálených bodech přes celé frekvenční pásmo je definována vztahem (10)

$$F(\underline{x}) = \left( \sum_{i=1}^N [e(\hat{\omega}_i)]^2 \right) + \sum_{k=1}^4 P_k . \quad (10)$$

Vzhledem k tomu, že v této úloze se jedná o filtr 10. řádu navržený pomocí Caerovy aproximace, můžeme zjednodušit prostor hledaných řešení, neboť nuly přenosové funkce leží na jednotkové kružnici a pro jejich moduly pak platí, že  $r_{11} = r_{12} = r_{13} = r_{14} = r_{15} = 1$ . Tím nám klesne počet hledaných proměnných a prohledávaný prostor se zmenší o 5 dimenzí. Potom vektor  $\underline{x} = [x_1, \dots, x_{16}]$  je mapován takto:

$$\begin{aligned} x_1 &= r_{21}, x_2 = r_{22}, x_3 = r_{23}, x_4 = r_{24}, x_5 = r_{25}, x_6 = \varphi_{11}, x_7 = \varphi_{12}, x_8 = \varphi_{13}, x_9 = \varphi_{14}, x_{10} = \varphi_{15}, \\ x_{11} &= \varphi_{21}, x_{12} = \varphi_{22}, x_{13} = \varphi_{23}, x_{14} = \varphi_{24}, x_{15} = \varphi_{25}, x_{16} = K . \end{aligned} \quad (11)$$

$P_k$  jsou penalizační funkce, pro které platí následující relace:

$$P_1 = \sum_{i=1}^5 \begin{cases} 30000 + 200 \cdot x_i & \text{jestliže } x_i \geq 1 \\ 0 & \text{jinak} \end{cases} \quad (12)$$

$$P_2 = \sum_{i=1}^{16} \begin{cases} 30000 - 200 \cdot x_i & \text{jestliže } x_i < 0 \\ 0 & \text{jinak} \end{cases} \quad (13)$$

$$P_3 = \sum_{i=6}^{15} \begin{cases} 30000 + 200 \cdot x_i & \text{jestliže } x_i > \pi \\ 0 & \text{jinak} \end{cases} \quad (14)$$

$$P_4 = \begin{cases} 30000 + 200 \cdot x_{16} & \text{jestliže } x_{16} > 1 \\ 0 & \text{jinak} \end{cases} \quad (15)$$

Penalizační funkce  $P_1$  je vložena do účelové funkce proto, aby byla zajištěna stabilita navrženého číslicového IIR filtru. Jak je známo moduly komplexních pólů musí ležet uvnitř jednotkové kružnice v komplexní rovině  $z$ . Penalizační funkce  $P_2$  zajišťuje kladné hodnoty modulů a fází nul a pólů přenosové funkce a společně s penalizační funkcí  $P_3$  je zajištěn rozsah fází nul a pólů v rozmezí  $(0, \pi)$ . Penalizační funkce  $P_4$  zajišťuje hodnotu zesílení v rozsahu  $(0, 1)$ . Vzhledem k tomu, že momentálně nemáme velké zkušenosti s optimálním nastavením penalizačních funkcí, byly použity mírně obměněné penalizační funkce z článku [7].

Vektor  $\underline{x}_{opt}$ , pro který má účelová funkce  $F(\underline{x})$  minimum, představuje hledané řešení úlohy identifikace přenosové funkce číslicového IIR filtru.

### 3.3 Výsledky identifikace přenosové funkce číslicového IIR filtru

Výše zmíněná identifikační úloha byla řešena při volbě parametrů DE algoritmu: NP=900, CR=0.9, F=0.9, rozsah hledaných proměnných byl

$$x_1 - x_5, x_{16} \in (0, 1), x_6 - x_{15} \in (0, \pi).$$

Modulová charakteristika byla vzorkována v 64 stejně vzdálených bodech přes celé kmitočtové pásmo. Algoritmus našel následující řešení úlohy po výpočtu 11263 generací:

$r_{21} = 0.98515797934098$	$\varphi_{11} = 2.67348674742463$	$\varphi_{21} = 1.42243463178045$
$r_{22} = 0.94487284057727$	$\varphi_{12} = 2.00611224789776$	$\varphi_{22} = 1.38835213191390$
$r_{23} = 0.86737954477021$	$\varphi_{13} = 1.52053290052439$	$\varphi_{23} = 1.29244836253704$
$r_{24} = 0.72148293945921$	$\varphi_{14} = 1.56602566107148$	$\varphi_{24} = 1.05439623158324$
$r_{25} = 0.53569527948333$	$\varphi_{15} = 1.69427174098986$	$\varphi_{25} = 0.47402129121668$
$K = 0.00968378114123$		

Dosažená hodnota minima účelové funkce  $F(\underline{x}) = 3,58 \cdot 10^{-23}$ . Ze získaných hodnot nul a pólů byla sestavena přenosová funkce, která byla simulována v prostředí MATLAB. Výsledná amplitudová modulová charakteristika získaná touto simulací plně odpovídá modulové charakteristice neznámého číslicového IIR filtru, která je vykreslena na obrázcích 3 a 4.

## 4. Závěr

Aplikace diferenčního evolučního algoritmu pro minimalizaci chybové funkce je nová nekonvenční metoda, která byla použita pro řešení úlohy identifikace přenosové funkce číslicového IIR filtru o kterém máme apriorní informaci, že byl navržen pomocí Caerovy aproximace. Přenosová funkce ve vzorovém příkladu byla identifikována úspěšně. Výsledná modulová charakteristika plně odpovídá předem zadané charakteristice neznámého filtru. Na základě výsledků experimentů je třeba poznamenat, že je velice důležité zvolit vhodnou variantu algo-

ritmu *DE*. V první fázi řešení byla použita varianta *DE/rand/1/exp*, ale pro filtry řádu vyšších než 6 docházelo ke konvergenčním problémům. Lepší výsledky, zejména vyšší rychlost konvergence a vyšší přesnost řešení dala varianta *DE/best/1/exp*. To je dokumentováno i možností řešit úspěšně identifikace parametrů přenosových funkcí vyšších řádů. V případě výpočtu parametrů přenosových funkcí řádu vyššího jak 10 zatím není vyloučeno selhání konvergence a to jak s ohledem na rozšíření prostoru možných řešení, tak i z důvodů limitované numerické přesnosti. Vzhledem k stochastickému charakteru *DE* algoritmu může být v těchto případech výhodné výpočet opakovat několikrát po sobě. Další zdokonalení algoritmu i vlastní metody výpočtu je předmětem další, právě probíhající etapy prací na využití evolučních a genetických algoritmů pro nekonvenční řešení úloh optimalizace a návrhu elektronických obvodů.

## 5. Poděkování

Tato práce byla podporována grantem GAČR No. 102/02/1067.

## 6. Literatura

- [1] V. Davídek, M. Laipert, M. Vlček, *Analogové a číslicové filtry*, ČVUT Praha, 2000
- [2] P. Martinek, J. Vondraš, New Approach to Filters and Group Delay Equaliser Transfer Function Design. In: ICECS 2001 - The 8th IEEE International Conference on Electronics, Circuits and Systems. St. Julian's: ICECS 2001, 2001, vol. 1, p. 70.
- [3] P. Martinek, J. Vondraš, Multi-criterion Filter Design via Differential Evolution Method for Function Minimization. In: ICCSC'02 1st IEEE International Conference on Circuits and Systems for Communications - Proceedings. St. Petersburg: Saint-Petersburg State Technical University, 2002, vol. 1, p. 106-109. ISBN 5-7422-0260-1.
- [4] V. Mařík, O. Štěpánková, J. Lažanský a kolektiv, *Umělá inteligence (4)*, Vyd. 1., Academia Praha, 2003.
- [5] I. Zelinka, *Umělá inteligence v problémech globální optimalizace*, Vyd. 1., BEN-technická literatura, Praha 2002
- [6] M. D. Sidman, F. E. DeAngelis, G. C. Verghese, *Parametric System Identification on Logarithmic Frequency Response Data*, IEEE Trans. Automatic Control, 36, No.9 (September 1991), pp. 1065-1070.
- [7] R. Storn, "Differential Evolution Design of an IIR-Filter with Requirements for Magnitude and Group Delay", Technical Report TR-95-026, ICSI, May 1995

## 7. Kontaktní informace

Ing. Přemysl Žiška Katedra teorie obvodů, ČVUT Praha, Technická 2, 166 27 Praha, Česká republika e-mail: <a href="mailto:premysl.ziska@seznam.cz">premysl.ziska@seznam.cz</a>	Doc. Ing. Pravoslav Martinek, Csc. Katedra teorie obvodů, ČVUT Praha, Technická 2, 166 27 Praha, Česká republika e-mail: <a href="mailto:martinek@fel.cvut.cz">martinek@fel.cvut.cz</a>
---	---