

VYBRANÉ METODY PRO MĚŘENÍ ZPOŽDĚNÍ MEZI SIGNÁLY EEG

Ondřej Drbal

K13131 - Katedra teorie obvodů, Fakulta elektrotechnická
České vysoké učení technické v Praze

Abstrakt

V dnešní době je využívána výpočetní technika prakticky ve všech možných oborech vědy a techniky, neurologie nevyjímaje. Počítačem prováděná analýza EEG záznamu (elektroencefalograf) velmi přispívá ke zpřesnění diagnózy pacienta a zjednodušení práce lékařů. Počítač při analýzách může např. upozornit jen na rizikové úseky EEG a lékař se tak nemusí *prokousávat* několikahodinovými záznamy.

S dnešním obrovským výpočetním potenciálem počítačů mají lidé možnost archivovat velká množství dat, navzájem je sdílet a díky internetu je mohou analyzovat i lékaři doslova na druhém konci světa. Z toho pramení velká potřeba spolupráce odborníků různých oblastí jako je medicína a informatika, kteří se společně podílejí na vývoji programů, analýz a metod zpracování biologických signálů.

1 Úvod

V této práci se zabývám porovnáním algoritmů pro měření časového zpoždění mezi signály EEG. Signály EEG jsou snímány nejčastěji z povrchu skalpu a to 19 a 64 elektrodami, které jsou uspořádány dle určité konvence (nejčastěji užívaná je tzv. *Montrealská konvence*). Uspořádání tvoří párové a nepárové sondy. Pomocí elektroencefalografu získáme soubor o 19 až 64 kanálech snímaných současně a při znalosti párových kanálů můžeme pomocí analýzy zpoždění mezi jednotlivými páry vytvořit soubor časového vývoje zpoždění. Tato informace se již dále dá využít pro sledování vývoje epileptického záchvatu.

Další možností jak využít metody pro měření zpoždění mezi signály EEG, je pro včasnou detekci epileptického záchvatu. Pokud se nachází mozek v normálním stavu, je zpoždění prakticky neměřitelné. Ovšem při příchodu záchvatu se zasažené části mozku *sesynchronizují* a zpoždění začíná být dobře měřitelné. Problém však může nastat, pokud i při záchvatu bude zpoždění nulové, nebo při velmi krátkých (interiktiálních) záchvatech.

1.1 Pásma EEG signálu

Elektrické charakteristiky mozkových vln rozdělují stavy vědomí do čtyř základních hladin. Pro pojem hladiny se používá také pojmu frekvenční pásma nebo rytmy [3].

Pásmo delta - při tomto stavu jsou výrazně utlumeny všechny životní funkce. Nalézáme se v něm během bezesného spánku, ale i během bezvědomí, způsobeného nemocí či úrazem.

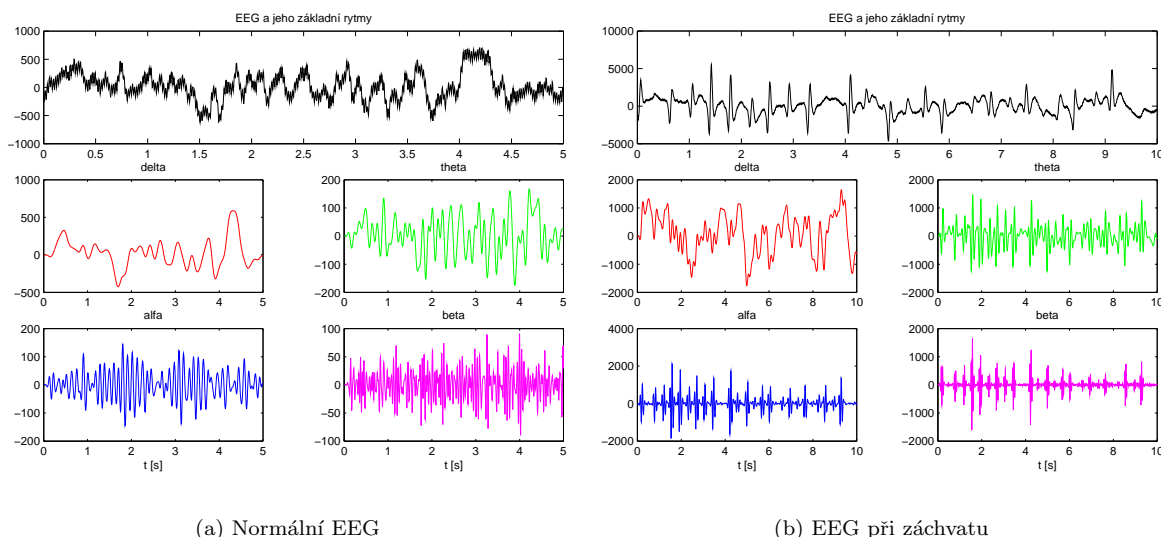
Pásmo theta - v tomto rytmu jde opět o výrazný útlum funkcí. Nalézáme se v něm při ospalosti, usínání, uvolnění, ale i při lehké mozkové dysfunkci.

Pásmo alfa - v tomto rytmu tělo a mysl nereaguje na vnější podněty, ale člověk je při plném vědomí, jde tedy o klid a relaxaci.

Pásmo beta - v tomto stavu je člověk zcela při vědomí a je připraven reagovat na vnější podněty. Čím vyšší je dominantní frekvence, tím více je člověk podrážděn, ve stavu úzkosti, apod.

1.2 EEG a epilepsie

Signály EEG zdravého člověka mají charakter šumu (obrázek 1(a)), přičemž není pozorovatelná velká aktivita v pásmu delta. Epileptických záchvatů existuje několik druhů, ale většinou je záchvat charakteristický tzv. komplexem hrot-vlna. Velký nástup hrotu je způsoben současným výbojem velkého množství neuronů. Tyto neurony jsou vlivem epilepsie sesynchronizovány a při takovém záchvatu nejsou schopny v mozku přenášet důležité informace. Signál při záchvatu je na obrázku 1(b). Je vidět, že při takovém průběhu je zvýšená aktivita v pásmu delta, což také signalizuje poškození mozku. Z obrázku je také vidět, že jsou zdeformované i signály v ostatních pásmech. Jak je tato deformace závadná je jasné z popisu pásem v odstavci 1.1.



Obrázek 1: EEG signál a jeho pásma

2 Metody

Zdánlivě jednoduchá úloha zjištění zpoždění mezi dvěma totožnými signály přechází v úlohu ne až tak jednoduchou v případě měření zpoždění mezi signály, které jsou tvarově odlišné. Signály snímané z párových sond mohou být časově navzájem zpožděné a jsou si tvarově pouze podobné, protože každý ze signálů prochází jinou částí mozku a proto v každém kanálu dochází k jiné deformaci tvaru. Prostým překrýváním jednotlivých signálů přes sebe, až je nalezena největší podobnost, vznikla metoda korelační. Tato metoda může občas selhat (jeden z případů je přítomnost nezanedbatelného šumu), proto je třeba hledat další metody. Tyto metody jsou popsány v následujících odstavcích.

2.1 Korelační funkce

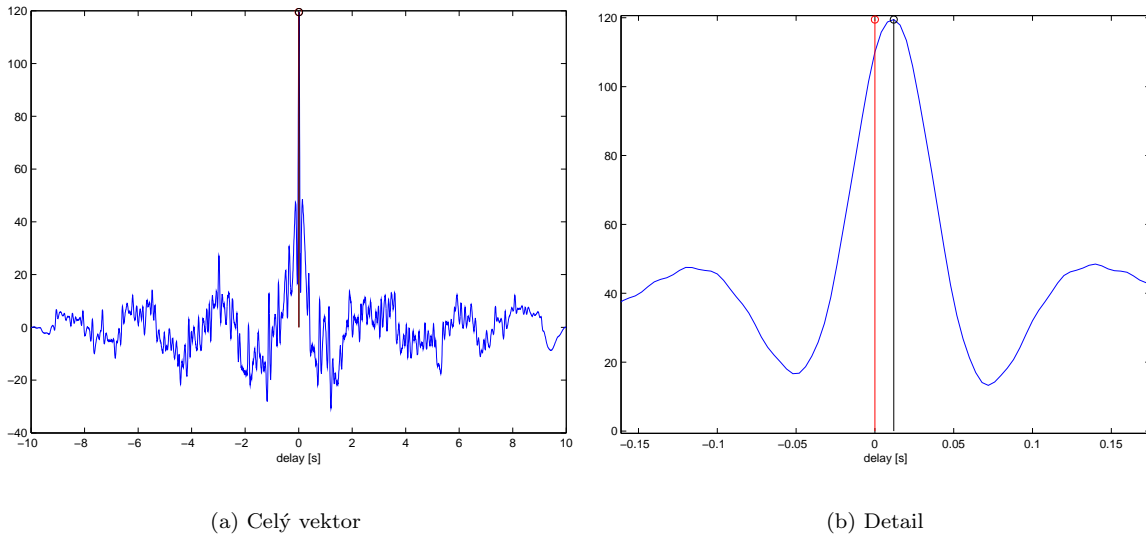
Jak již bylo napsáno, za touto metodou stojí jednoduchá myšlenka vzájemného porovnávání signálů EEG naměřených různými sondami. Vzájemná korelační funkce, pro kterou platí vzorec

$$R_{12}(\tau) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} s_1(k + \tau)s_2^*(k), \tau \in \mathbb{Z},$$

vystihuje podobnost dvou signálů pro různé vzájemné posuvy. Pokud vypočítáme celý vektor korelačních koeficientů $R(\tau)$, tzn. pro všechny možné posuvy τ , bude jednomu určitému τ odpovídat největší korelační koeficient $R(\tau)_{max}$. Potom toto τ je hledané zpoždění.

Pro výpočet korelační funkce existuje v Matlabu funkce `xcorr`, ale tato funkce vypočítá celý vektor korelačních koeficientů. Vzhledem ke skutečnosti, že zpoždění mezi signály EEG se pohybuje mezi 0 až 40 ms (tj. zpoždění 0 až 10 vzorků při $f_s = 250$ Hz), není třeba vypočítávat celý vektor, ale jen jeho část, proto je vhodné (vzhledem k ušetřenému výpočetnímu času a paměťovým nárokům) funkci pro výpočet

korelace nepatrně upravit. Příklad vektoru korelačních koeficientů je na obrázku 2. Na obrázku 2(b) je znázorněn detail vektoru okolo nulového posuvu. Jen taková část vektoru stačí pro určení zpoždění.



Obrázek 2: Průběh korelační funkce

Tato metoda je efektivní a velice jednoduchá, z toho důvodu ji už nebudu více popisovat, její výsledky pouze použiji pro porovnání s dalšími metodami a v případech signálů bez šumu, nebo jen s malým šumem ji lze považovat za referenční (z důvodu největší přesnosti).

2.2 Metoda DFT spektra

2.2.1 Realizace metody

Tato metoda využívá vlastností diskrétní Fourierovy transformace a to, že mimo jiné nese informaci o fázi. Diskrétní Fourierova transformace je definována jako

$$S(\Omega) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} s(k)e^{-j\Omega k}.$$

Pokud chceme pomocí DFT spektra nalézt zpoždění, je třeba vypočítat vzájemnou spektrální hustotu [4], která je definována jako

$$S_{xy}(e^{j\Phi}) = S_x^*(e^{j\Phi})S_y(e^{j\Phi}) = S_x(e^{-j\Phi})S_y(e^{j\Phi}),$$

což je opět komplexní funkce reálné proměnné a protože ji lze zapsat také následujícím způsobem

$$S_{xy}(f) = C_{xy}(f) + jQ_{xy}(f) = |S_{xy}(f)|e^{j\Phi_{xy}(f)},$$

tak je možné pomocí arkustangensu podílu obou složek¹ vypočítat funkční závislost vzájemné fáze na frekvenci. V Matlabu je lze pro výpočet vzájemné spektrální hustoty možné použít funkci `csd` (cross spectrum density), která používá Welchovu metodu výpočtu a vyhlazení spektra, což je výhodnější.

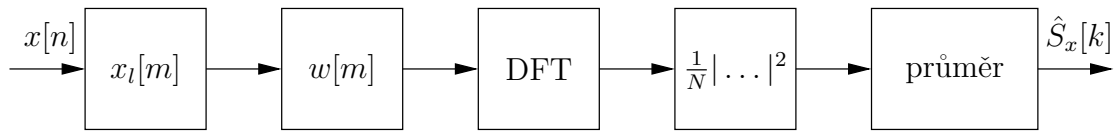
Welchova metoda vychází z principiální definice spektrální výkonové hustoty, ovšem spektra jsou průměrována. Signál je segmentován na segmenty délky 2^N , kde N je celé číslo a jednotlivé segmenty se překrývají, nejčastěji je voleno překrytí 50%. Každý segment je váhován váhovacím oknem z důvodu potlačení jevu *prosakování spektra*. Z jednotlivých segmentů se vypočítá spektrální hustota a hustoty pro jednotlivé segmenty se zprůměrují.

$$\hat{S}_s[k] = \frac{1}{L} \sum_{i=0}^{L-1} \frac{|S_i[k]|^2}{M}$$

Výsledný průběh je díky této metodě vyhlazenější a lépe se s ním pracuje. Samozřejmostí je zvolení kompromisu mezi počtem segmentů a délkou segmentu, protože velký počet oken a velké délky segmentu

¹ C_{xy} je soufázová a Q_{xy} je kvadraturní složka vzájemného spektra

znamená příliš velké časové zprůměrování hodnot a krátké segmenty znamenají zhoršení frekvenčního rozlišení. Blokové schéma Welchovy metody je znázorněno na obrázku 3.



Obrázek 3: Welchova metoda výpočtu spektra

V případě, že již známe průběh vzájemné fáze a nalezneme na kmitočtech, které jsou určující pro EEG signál (cca 0 – 40 Hz) téměř lineární průběh fáze, můžeme proložit průběh přímkou, přičemž sklon této přímky udává hledané zpoždění, které lze vypočítat jako

$$\Delta t = \frac{\Delta \varphi}{\Delta f \cdot 2\pi}.$$

Příklad průběh spektra a fáze je znázorněn na obrázku 4(a).

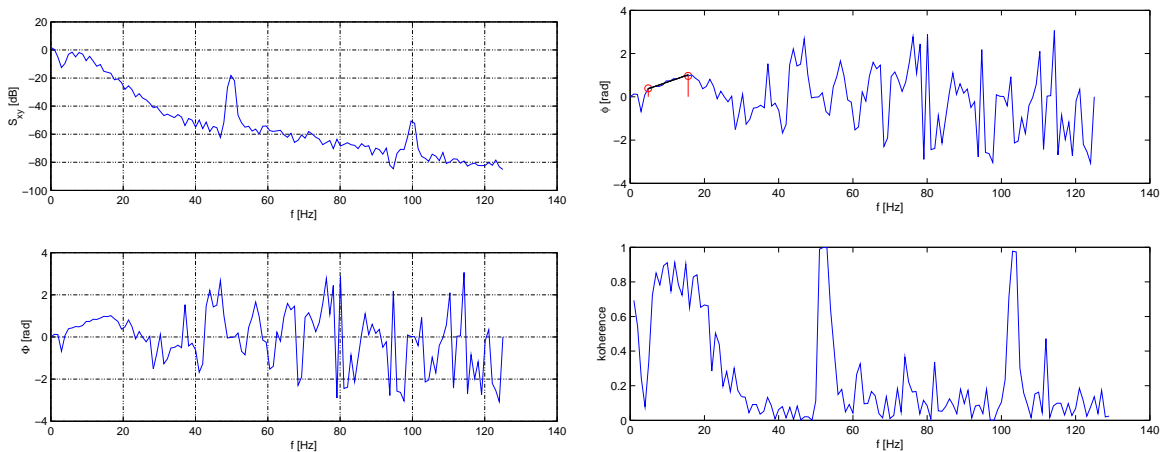
2.2.2 Koherence

Dosud byl popsán způsob hledání zpoždění pomocí proložení průběhu fáze přímkou tak, že člověk musel označit místa, odkud kam se má průběh prokládat. Pokud chceme odečtení zpoždění zautomatizovat, je třeba použít další funkci, pro určení přibližně lineární části průběhu fáze.

Toto nám poskytuje tzv. koherence, což je míra přesnosti vzájemné spektrální hustoty a je určena jako kvadrát vzájemné spektrální hustoty dělený součinem jednotlivých spektrálních hustot

$$\gamma_{xy}^2(f) = \frac{|S_{xy}(f)|^2}{S_x(f)S_y(f)}, 0 \leq \gamma_{xy}^2(f) \leq 1.$$

Ze vzorce je vidět, že koherence může nabývat hodnot v rozmezí od 0 do 1, přičemž 0 odpovídá nejmenší míře přesnosti a 1 maximální míře přesnosti vzájemné spektrální hustoty. Pokud je koherence na větším frekvenčním rozsahu dostatečně velká, můžeme říci, že na stejném frekvenčním rozsahu bude i lineární část průběhu fáze. Příklad průběhu koherence, jež ukazuje na lineární část průběhu fáze je nakreslen na obrázku 4(b).



(a) Spektrální hustota a fáze

(b) Fáze a koherence

Obrázek 4: Průběhy metody DFT spektra

2.3 Parametrická metoda

Parametrických metod a způsobů, jak s nimi pracovat, je mnoho. Jednoduše řečeno jde o hledání racionální lomené funkce přenosové funkce číslicového filtru, která popisuje *parametrický model*. Parametrický model má svůj řád M a ve spektru potom modeluje M špiček. Tento řád modelu je třeba citlivě nastavit (odhadnout [1]), protože podhodnocený resp. nadhodnocený model většinou funguje nesprávně.

Z uvedeného vyplývá, že nalezení parametrického modelu řádu M je aproximace spektrální hustoty racionální lomenou funkcí stupně M metodou nejmenších čtverců. Je zřejmé, že dochází ke *kompresi (redukci)* dat, protože signál o délce N je nahrazen $M < N$ parametry. Také je vidět, že vytvářet parametrický model o řádu $M \rightarrow N$ nemá smysl (Pro $M = N$ má např. LPC spektrum stejný tvar jako standardně vypočítané spektrum).

2.3.1 Typy modelů

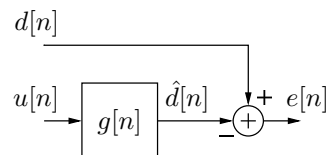
ARMA je autoregresní model klouzavých součtů (autoregressive moving average model). Jde o nejpřesnější model, ale nalezení jeho parametrů je nejsložitější. Přenosová funkce syntetizujícího filtru má nuly i póly.

MA je model klouzavých průměrů (moving average model). Přenosová funkce syntetizujícího filtru má pouze nulové body. Nalezení parametrů vede na soustavu nelineárních rovnic, stejně jako v případě modelu ARMA.

AR je autoregresní model (autoregressive model). Přenosová funkce syntetizujícího filtru má pouze póly a nalezení jeho parametrů vede na soustavu lineárních rovnic, proto je tento typ modelu používán nejčastěji. V mém případě jsem použil také AR model.

2.3.2 Estimace signálu

Podstatou metody je estimace signálu (Wienerova filtrace [2]), kterou lze definovat jako filtraci signálu lineárním filtrem tak, abychom získali signál požadovaný. Obecný estimátor je znázorněn na obrázku 5. Na tomto obrázku je znázorněn filtr s impulzovou odezvou $g[n]$, který generuje na svém výstupu signál



Obrázek 5: Obecný estimátor

$\hat{d}[n]$ filtrací signálu $u[n]$. Signál $d[n]$ je analyzovaný, od kterého odečítáme signál filtrovaný. V případě, že je tento signál aproximován nejlépe (nalezen ideální model), blíží se signál $e[n] = d[n] - \hat{d}[n]$ bílému šumu. Po nalezení parametrů modelu lze pomocí tohoto modelu a nekorelovaného šumu modelovat analyzovaný signál.

2.3.3 Řešení Wienerovy filtrace

Řešení odvodil pan Norbert Wiener v podobě Wienerovy-Hopfovy rovnice, která používá jako kritéria minimalizaci střední kvadratické chyby. Tento přístup je statistický, proto je třeba, aby signály byly stacionární. Chyba estimace je dána vztahem

$$e[n] = d[n] - \hat{d}[n]$$

a následnými úpravami, které zde nepopisuji, získáme hledanou Wienerovu-Hopfovou rovnici

$$\mathbf{R}_u \mathbf{G} = -\mathbf{R}_{ud} \rightarrow \mathbf{G} = -\mathbf{R}_u^{-1} \mathbf{R}_{ud},$$

kde matice \mathbf{R}_u je symetrická ekvidiagonální matice autokorelačních koeficientů, vektor \mathbf{G} je vektor koeficientů hledané impulzní odezvy a vektor \mathbf{R}_{ud} je vektor vzájemných korelačních koeficientů. Řešení této rovnice lze provést různými metodami (Gaussova eliminace apod.), v Matlabu pro inverzní matici existuje příkaz `inv`, poté je již řešení velice jednoduché.

2.3.4 Estimace použitá pro měření zpoždění mezi signály EEG

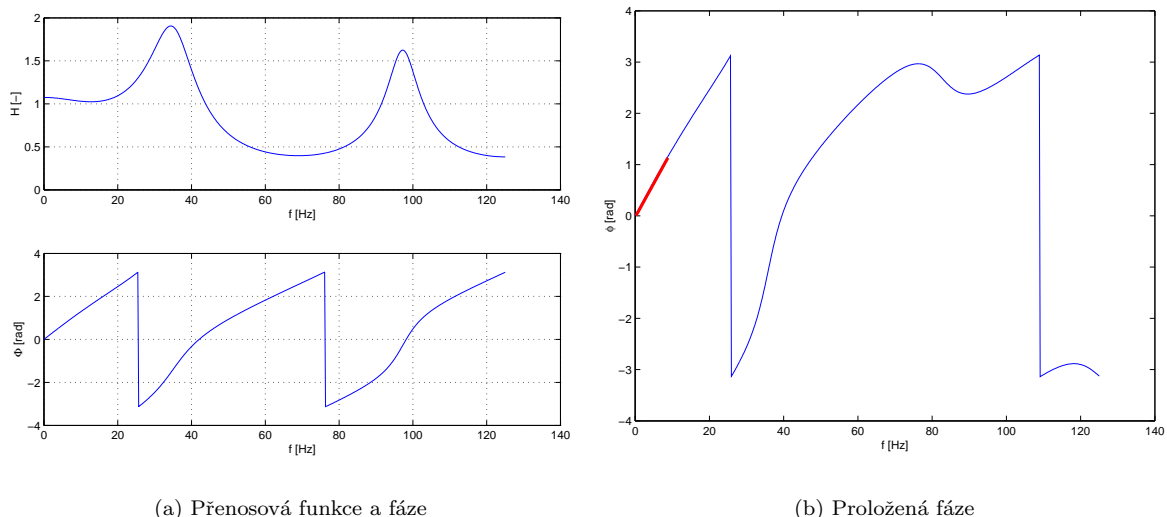
V případě měření zpoždění mezi signály nepotřebujeme syntézu, ale vystačíme si pouze s analýzou. Jako vstupní signály $u[n]$ a $d[n]$ použijeme dva EEG signály, mezi kterými chceme měřit zpoždění.

Před započítáním úkonu hledání parametrického modelu je dobré nejprve filtrovat vstupní signály dolní propustí. Signály EEG obsahují frekvence do cca 40 Hz a pokud bychom hledali model pro celý rozsah frekvencí, který nám poskytuje záznam z přístrojů, snažil by se algoritmus modelovat signál v celém spektru. Protože řád AR modelu pro EEG signály se prakticky pohybuje v rozmezí $M = 4 \sim 16$, mohlo by se stát, že by na část spektra, kde se vyskytuje EEG signál, zbylo jen málo spektrálních špiček. To by vedlo na chybné určení fáze, potažmo zpoždění.

Dalším krokem je již nalezení impulzní odezvy analyzujícího filtru. Pomocí této odezvy lze nalézt frekvenční charakteristiku FIR² filtru, což je komplexní funkce reálné proměnné. Díky tomu máme opět možnost vypočítat fázi v závislosti na frekvenci. V Matlabu je to zajištěno opět interní funkcí, a to funkcí `freqz`. Tato fáze je vzájemná a lze ji použít stejným způsobem jako v případě metody DFT spektra, tzn. že na relevantních kmitočtech hledáme přibližně lineární část průběhu a proložíme ho přímkou, jejíž sklon udává velikost zpoždění.

V tomto případě je ale úloha hledání lineární části jednodušší, neboť v případě parametrizace jde vlastně o odhad spektra, tudíž je průběh spektra i fáze vyhlazen. Jak takový průběh vypadá je znázorněno na obrázku 6(a).

Přímkou lze proložit velmi jednoduše a to v počáteční oblasti frekvencí až do takových frekvencí, dokud je průběh fáze dostatečně lineární. To jsem zařídil postupným prokládáním a zkracováním prokládací přímkou (použil jsem funkci `polyfit`) tak, aby odchylka regrese byla pod určitou empiricky stanovenou mez. Příklad nalezené části je vyobrazen na obrázku 6(b).



(a) Přenosová funkce a fáze

(b) Proložená fáze

Obrázek 6: Průběhy parametrické metody

2.3.5 Průběžné metody Wienerovy filtrace

Průběžné metody jsou použity totožně, jako byl dosavadní popis, pouze k získání frekvenční charakteristiky resp. fázové charakteristiky filtru nedojde blokově, ale adaptivně. Průběžně jsem Wienerovu filtraci navrhl jednak gradientním stochastickým algoritmem LMS (Least Mean Squares) a RLS algoritmem (Recursive Least Squares) s předváhováním.

U blokového řešení dochází k načtení kompletních signálů a jejich zpracování. U průběžných metod je načteno pouze několik vzorů signálů a po jejich zpracování je načten další vzorek a podle něj upraveny parametry modelu. Takto dochází k úpravám parametrů, dokud jsou k dispozici data.

Průběžné metody vykazují také dobré výsledky, ale v mnoha případech určují zpoždění špatně. To je způsobeno pravděpodobně komplexem hrot-vlna, který parametry modelu rozhodí. Průběžné metody proto nepoužívám a aby bylo možné je použít, bylo by třeba upravit učící algoritmus tak, aby fungoval lépe, než se mi zatím podařilo realizovat.

²finite impulse response

3 Testování a modely signálů

Pomocí programu Matlab jsem měl možnost všechny zde popsané metody naprogramovat a použít reálná a modelovaná data. Je nutno podotknout, že jsem nemohl hned testovat algoritmy na reálných signálech, protože u takových signálů neznám skutečnou hodnotu zpoždění. Proto jsem musel vymodelovat takový signál, který by se spektrálně i časově co nejvíce podobal signálu reálnému. Hlavní věc, na kterou jsem se zaměřil, bylo vystihnout tvar komplexu hrot-vlna. To se mi celkem povedlo a potom i spektrum bylo rozprostřeno hlavně na frekvencích stejných jako v případě reálných signálů.

Teprve potom, kdy jsem otestoval algoritmy na modelovaných signálech a všechny tři vykazovaly přibližně stejné (správné) hodnoty, viz. tabulka 1 a 2, jsem přešel na testování signálů reálných. Po mnoha pokusech jsem došel k závěru, že všechny tři metody fungují na reálných signálech správně, totiž, že všechny metody vykazovaly přibližně stejných hodnot zpoždění.

4 Porovnání metod

V tomto odstavci popíši, jakým způsobem jsem porovnával jednotlivé algoritmy. Jako testovací signály jsem použil moje modely, jejichž vzájemné zpoždění je $20ms$.

Nejprve jsem testoval, jak se algoritmy chovají pro různé délky EEG signálů. Nejpřesnější v tomto směru je metoda korelační, která vesměs pro všechny možné délky vykazovala správné hodnoty. Metoda DFT spektra je nepoužitelná pro signály kratší než 256 vzorků, což je způsobeno podstatou Fourierovy transformace. Parametrická metoda při extrémně krátkých signálech již také nefunguje, ale funguje s dostatečnou přesností pro podstatně kratší signály, než metoda DFT spektra.

Délka signálů [vzorky]	Korelační funkce		DFT spektrum		Parametrická metoda	
	Δt [ms]	ε [%]	Δt [ms]	ε [%]	Δt [ms]	ε [%]
2420	20	0	18,71	-6,44	18,08	-9,59
1210	20	0	18,67	-6,62	18,44	-7,82
605	20	0	18,92	-5,39	17,72	-11,40
302	16	-20	2,02	-89,90	17,05	-14,74
151	16	-20	—	—	15,21	-23,96
75	20	0	—	—	21,47	7,37
37	20	0	—	—	21,38	6,92
18	20	0	—	—	3,19	-84,07
13	16	-20	—	—	3,20	-84,01

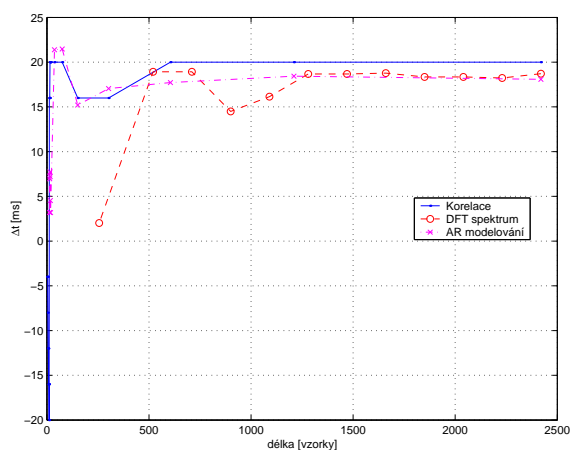
Tabulka 1: Výsledky měření pro různé délky signálů

V druhém případě jsem přičítal k signálům bílý šum a to se $SNR=0dB$ (šum se stejným výkonem jako užitečný signál) až $SNR=10dB$. Jak je z tabulky vidět, metody DFT spektra a parametrická fungují téměř bezchybně i při největším šumu. Naopak metoda korelační pro $SNR < 5dB$ již začíná chybovat. Nicméně už to je tak velký šum, který by se snad v laboratorních podmínkách neměl vyskytovat.

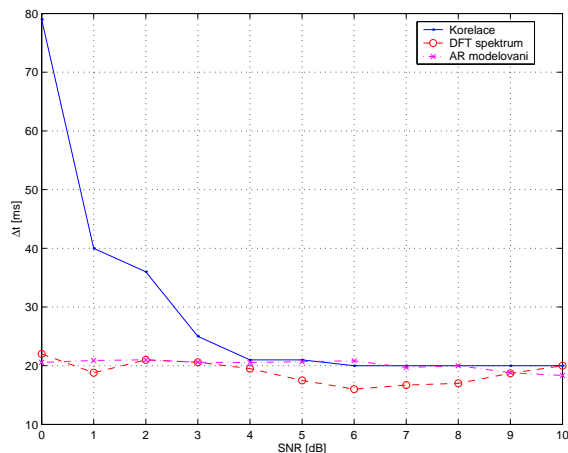
SNR [dB]	Korelační funkce		DFT spektrum		Parametrická metoda	
	Δt [ms]	ε [%]	Δt [ms]	ε [%]	Δt [ms]	ε [%]
0	79	295	22,0	10,0	20,56	2,81
1	40	100	18,8	-6,0	20,89	4,43
2	36	80	21,0	5,0	21,00	5,01
3	25	25	20,6	3,0	20,58	2,90
4	21	5	19,5	-2,5	20,55	2,73
5	21	5	17,5	-12,5	20,68	3,42
6	20	0	16,0	-20,0	20,84	4,19
7	20	0	16,7	-16,5	19,70	-1,51
8	20	0	17,0	-15,0	20,00	0,01
9	20	0	18,7	-6,5	18,81	-5,94
10	20	0	20,0	0,0	18,34	-8,31

Tabulka 2: Výsledky měření pro různé SNR

Na obrázku 7 jsou vyobrazeny průběhy pro porovnání chybovosti jednotlivých metod.



(a) V závislosti na délce signálů



(b) V závislosti na SNR

Obrázek 7: Porovnání naměřených zpoždění různými metodami

5 Závěr

Předložené algoritmy fungují všechny s dostatečnou přesností, ale každý z algoritmů dosahuje různých výsledků dle konkrétních podmínek (délka signálu a zašumění). Pokud uvažujeme signály bez aditivního šumu, je nejpřesnější metoda korelační, která ale začíná chybovat při zvětšujícím se šumu. Pokud bychom uvažovali proměnnou délku signálů i šum, tak průměrně vychází nejspolehlivější metoda parametrická.

Uvažujeme-li rychlost algoritmů, nejrychlejší je metoda korelační - potřebuje $N(2N - 1)$ součtů a N součinů, kde N je délka signálů. Pokud použijeme upravenou korelační metodu a vypočítáme pouze ξ korelačních koeficientů, potřebuje metoda pouze $N(2\xi - 1)$ součtů a N součinů.

Výpočet fázového DFT spektra potřebuje N^2 komplexních součinů a N^2 komplexních součtů, proto je využívána FFT (Fast Fourier Transformation), která je prakticky dvakrát rychlejší.

U AR modelování je třeba sestavit matici o rozměru $M \times M$, kde M je řád modelu, vyrobit její inverzi a vynásobit s vektorem o velikosti M . Z výsledku je vypočítána frekvenční a fázová charakteristika. Tento postup je třeba opakovat tak dlouho, dokud není nalezen optimální řád, což algoritmus poněkud zpomaluje, ale i tak je rychlejší než metoda DFT spektra.

5.1 Další práce

Touto prací se již dále zabývat nebudu, ale výzkum v oblasti epilepsie neopouštím. Nyní se zabývám zkoumáním dostupných algoritmů pro predikci epileptických záchvatů a do budoucna se budu snažit některý z nich realizovat v Matlabu.

Reference

- [1] Čmejla R. Kritéria pro určení řádu ar modelu při zpracování řečových signálů. *Akustické listy*, 22:4–7, 2000.
- [2] Sovka P., Pollák P. *Vybrané metody číslicového zpracování signálů*. ČVUT, 1. vydání, 2001.
- [3] Svatoš J. *Biologické signály I - Geneze, zpracování a analýza*. ČVUT, 2. vydání, 1998.
- [4] Uhlíř J., Sovka P. *Číslicové zpracování signálů*. ČVUT, 2. vydání, 2002.

Kontaktní informace:

Ondřej Drbal

ČVUT FEL, K13131, Technická 2, 166 27 Praha 6, Česká republika

tel: (+420) 22435 2820

e-mail: drbalo@feld.cvut.cz