

Měření efektivní hodnoty s využitím algoritmů DSP v prostředí MATLAB

Martin Novotný, Miloš Sedláček

České vysoké učení technické v Praze,
Fakulta elektrotechnická, katedra měření

1. Úvod

Měření efektivní hodnoty napětí a proudu patří mezi běžné úlohy číslicových měřicích systémů, ať už se jedná o systémy založené na zásuvných měřicích kartách do PC nebo o přesné digitální voltmetry. Odhad efektivní hodnoty je možné získat pomocí algoritmů operujících buď ve frekvenční oblasti, nebo v časové oblasti. Algoritmy odhadu efektivní hodnoty ve frekvenční oblasti se opírají o přesné určení amplitudové části frekvenčního spektra. Některými aspekty této problematiky, jako je použití okének, interpolace ve spektru apod., se zabývá [1].

Naproti tomu algoritmy pro časovou oblast jsou založeny na odhadu periody signálu, což je klíčová záležitost pro výslednou přesnost určení efektivní hodnoty. Odhad periody se určuje zpravidla z průchodů signálu určitou úrovní (odpovídající střední hodnotě). Možnosti zpřesnění odhadu periody spočívají v různých interpolacích průběhu. Analýza těchto metod je uvedena v [2]. Ovšem odhad periody podle počtu průchodu danou úrovní je možný pouze v případě, kdy jsou o měřeném průběhu předem známy informace, především počet průchodů touto úrovní během periody. V opačném případě je zapotřebí získat odhad efektivní hodnoty bez znalosti přesného odhadu periody signálu. Cílem příspěvku je analyzovat vlastnosti tohoto přístupu včetně návrhu jeho modifikace postupem známým ze spektrální analýzy – použitím váhování signálu pomocí okének.

2. Klasická metoda určení efektivní hodnoty v časové oblasti

Odhad efektivní hodnoty analogového signálu získáme ze vztahu:

$$X_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{T_M} \int_0^{T_M} x^2(t) dt} \quad (1),$$

kde T_M je doba měření a $x(t)$ je vstupní signál.

Pro případ digitalizovaného signálu dostaneme diskrétní obdobu předchozího vztahu:

$$X_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x^2(n)} \quad (2),$$

přičemž N je počet vzorků a $x(n)$ představuje posloupnost vzorků ekvidistantně vzorkovaného signálu.

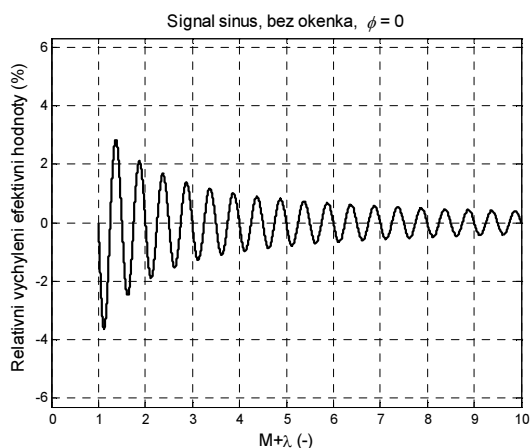
Pokud meze integrálu v rovnici (1) odpovídají rozsahu rovnému celistvému násobku periody signálu, odhad efektivní hodnoty odpovídá skutečné hodnotě. Totéž platí analogicky pro vztah (2), pokud N odpovídá počtu vzorků, jež pokryjí celistvý počet period vstupního signálu. V opačném případě se bude odhad efektivní hodnoty lišit od skutečné hodnoty vlivem úseku signálu mezi koncem poslední periody a koncem celého intervalu měření T_M . Dobu měření T_M lze potom zapsat:

$$T_M = (M + \lambda) \cdot T_{sig} \quad (3),$$

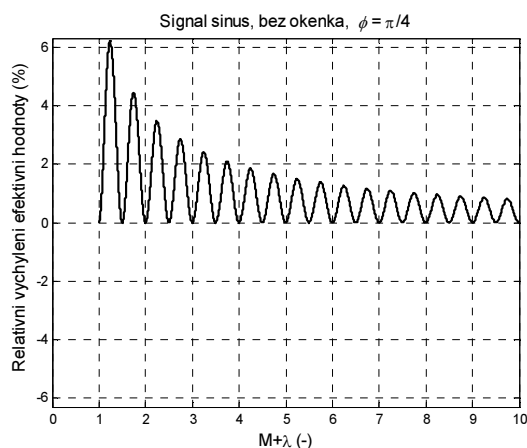
kde T_{sig} je perioda vstupního signálu, M je počet celých period a λ představuje poměr části poslední periody (necelé) vůči periodě signálu ($0 \leq \lambda < 1$). Následující vztah uvádí závislost vychýlení odhadu efektivní hodnoty X'_{RMS} od skutečné hodnoty X_{RMS} pro sinusový signál s fází φ (vůči počátku měřeného intervalu):

$$\delta_{RMS} = \frac{X'_{RMS} - X_{RMS}}{X_{RMS}} = \left(\sqrt{1 - \frac{\sin(4\pi(M + \lambda) + 2 \cdot \varphi) - \sin(2 \cdot \varphi)}{4\pi(M + \lambda)}} - 1 \right) \cdot 100\% \quad (4).$$

Závislost δ_{RMS} z (4) pro $\varphi = 0^\circ$ je zobrazena na obrázku Obr.1a, tatáž závislost, ovšem pro $\varphi = 45^\circ$, je zachycena na obrázku Obr.1b. Na zmíněných obrázcích jsou zobrazeny jak simulace, tak i průběh teoretické závislosti (4). Ovšem vlivem shody je nemožno je od sebe odlišit.



Obr.1a



Obr.1b

Ze vztahu (4) je zřejmé, že pro M blíží se k nekonečnu klesají lokální extrémů křivek viz Obr.1a a Obr.1b k nule, tedy vztah (1) představuje nevychýlený odhad efektivní hodnoty. Zároveň je zřejmé, že s vyšším počtem navzorkovaných period klesá i maximální možné vychýlení.

Vztah (4) byl odvozen pro harmonický signál, ovšem lze ho zobecnit i pro multifrekvenční signál využitím známé skutečnosti, že efektivní hodnota periodického signálu může být spočtena jako geometrický součet efektivních hodnot jednotlivých spektrálních komponent. Vztah (4) umožní spočítat odchylky jednotlivých spektrálních složek a pomocí výše uvedeného principu lze při znalosti poměru amplitud jednotlivých složek a jejich fází určit výslednou závislost pro vychýlení odhadu efektivní hodnoty.

Vedle vychýlení má vliv na výslednou nejistotu [5] odhadu efektivní hodnoty také kvantování. Nejistota způsobená kvantováním byla analyzována pro případ koherentního vzorkování v [2]. Tato složka nejistoty může být vyjádřena za předpokladu kvantizačního (resp. obecného) šumu se směrodatnou odchylkou rovnou u_n :

$$u^2(X_{RMS}) = \frac{u_n^2}{N} \quad (5).$$

3. Modifikovaná metoda určení efektivní hodnoty v časové oblasti

Vychýlení efektivní hodnoty je způsobeno částí průběhu λT_{sig} z intervalu T_M (3). Pokud vynásobíme průběh okénkem potlačujícím měřený průběh na okrajích intervalu T_M , zmenšíme vliv částí λT_{sig} na výsledek. Často používaná okénka jsou kosinová okénka [4] definovaná:

$$w_p(n) = \sum_{r=0}^P V_r \cos\left(\frac{2\pi nr}{N}\right), \quad n = 0, 1, 2, \dots, N-1 \quad (6),$$

kde N představuje délku okna, V_r jsou koeficienty okna a P je řád okna. Efektivní hodnota signálu násobeného okénkem je v případě koherentního vzorkování a je-li navzorkováno alespoň $2P+1$ period signálu rovna:

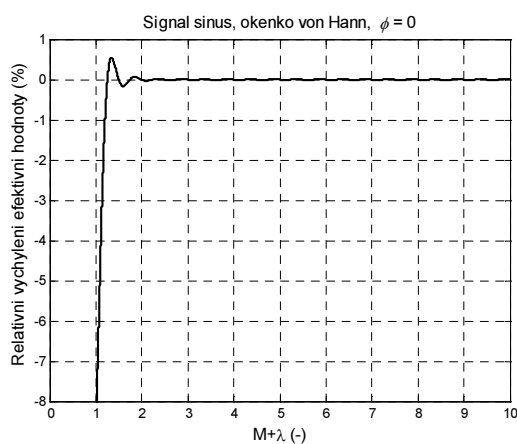
$$X_{RMS}(w(n) \cdot x(n)) = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} (w(n) \cdot x(n))^2} = \sqrt{mpg} \cdot X_{RMS}(x(n)) \quad (7),$$

$$\text{kde } \text{mpg} = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} (w(n))^2 \quad (\text{normalized noise power gain}) [3].$$

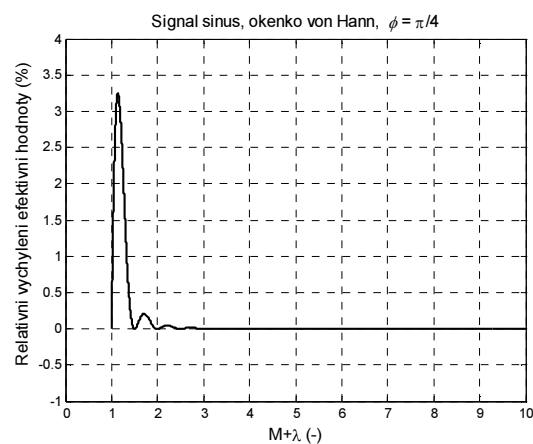
Vychýlení efektivní hodnoty při použití okének je proti (2) podstatně redukováno, jak lze vidět na Obr.2a resp. Obr.2b, kde jsou zobrazeny závislosti pro stejné podmínky jako na Obr.1a resp. Obr.1b s tím rozdílem, že je zde použito kosinové okénko von Hann ($P=1$). Počáteční vychýlení je větší než u první metody pouze v oblasti, kdy ještě není splněna podmínka pro použití kosinových oken : odebrání alespoň $2P+1$ period. Čím vyšší řád okna P , tím rychleji klesá vychýlení viz Tab.1.

Pro složku nejistoty odhadu efektivní hodnoty způsobené kvantizačním šumem se směrodatnou odchylkou u_n lze odvodit vztah:

$$u^2(X_{RMS}) = u_n^2 \frac{1}{N^2 \cdot \text{mpg}^2} \sum_{n=0}^{N-1} w^4(n) \quad (8).$$



Obr.2a



Obr.2b

Tab.1 Vychýlení odhadu efektivní hodnoty pro různá okénka, první lokální extrém pro $T_M > MT_{sig}$ z (3), pro $\varphi=0$

M	Obdélník (P=0) (bez okénka)	Hann (P=1)	Hamming (P=1)	Blackman (P=2)	5Term Blackman-Harris (P=4)
$2P+1$	-3.61 %	$-3.85 \cdot 10^{-3}$ %	$-1.7 \cdot 10^{-2}$ %	$-3.6 \cdot 10^{-5}$ %	$-1.2 \cdot 10^{-9}$ %
10	-0.39 %	$-9.45 \cdot 10^{-6}$ %	$-6.2 \cdot 10^{-3}$ %	$-1.4 \cdot 10^{-6}$ %	$-9.2 \cdot 10^{-10}$ %

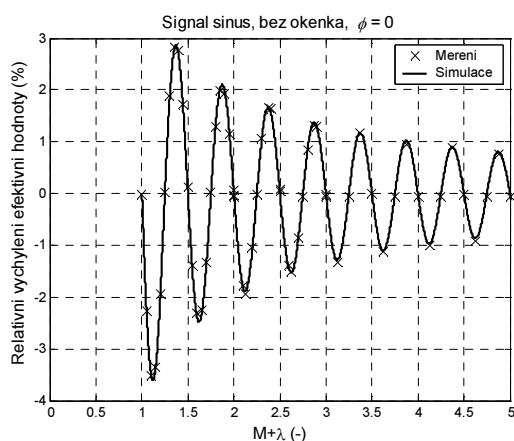
4. Měření na reálných signálech

V předchozím textu je teoretická analýza metod měření efektivní hodnoty podložena simulacemi. Pro ověření, zda výše uvedené poznatky odpovídají realitě, jsme provedli sérii měření na reálných signálech. Měření spočívala ve generování signálu odpovídající podmínkám z teoretické analýzy a simulace a následném zpracování uvedenými metodami.

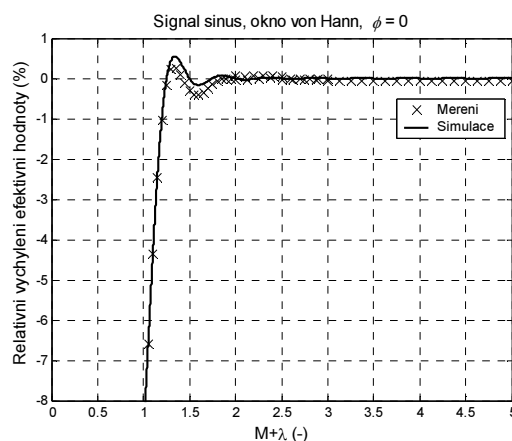
Měřicí systém se skládal z funkčního generátoru *HP 33120A* firmy *Hewlett Packard*, zásuvné měřicí desky *NI 6023E* firmy *National Instruments* s dvanáctibitovým převodníkem pracujícím na principu postupné aproximace a nakonec PC. Softwarové prostředí pro simulace, sběr vzorků i vyhodnocení naměřených dat představoval produkt firmy *MathWorks* : *MATLAB* v kombinaci se *Signal processing toolboxem* a *Data Acquisition toolboxem*.

Na obrázcích Obr.3a, Obr.3b jsou zobrazeny naměřené hodnoty se simulacemi pro obdélníkové okno (bez okénkování) a pro okno von Hann. Podmínky měření: sinusový průběh, amplituda měřeného signálu $V_{amp}=0.5$ V, stejnosměrná složka $V_0=0$ V, počet vzorků $N=128$, vzorkovací frekvence $f_v=1$ kHz,

rozlišení převodníku 12 bitů (dosaženo pomocí ditheringu), rozsah převodníku -5V až 5V, spouštěcí úroveň $0V$ při kladné derivaci (odpovídá $\varphi = 0^\circ$), pro každou hodnotu periody 100 opakování měření.



Obr.3a



Obr.3b

Odchytky naměřených průběhů od simulovaných jsou způsobeny projevující se nejistotou kvantování, protože vychýlení odhadu efektivní hodnoty dosahuje hodnot srovnatelných či menších než výše zmiňovaná složka nejistoty.

5. Závěr

Použití okének v časové oblasti přispívá k výraznému potlačení vychýlení odhadu efektivní hodnoty. Z tabulky tab.1. je zřejmé, že použití okének vyšších řádů přináší větší potlačení. Zároveň však zapříčiní o něco větší citlivost na šum viz (8). Tato metoda je jednodušší a může být rychlejší než určení efektivní hodnoty z frekvenčního spektra [1], neboť není potřeba hledat maxima ve spektru a ani počítat spektrum. Na druhou stranu tento přístup neumožňuje určit efektivní hodnoty jednotlivých složek oproti metodě z frekvenční oblasti.

Poděkování

Příspěvek byl zpracován v rámci výzkumného záměru číslo J04/98:21000015 na ČVUT v Praze, podporovaného Ministerstvem školství, mládeže a tělovýchovy České republiky.

8. Literatura

- [1] M. Novotný, M. Sedláček: Measurement of RMS values of non-coherently sampled signals, Proc. of 13th international IMEKO TC-4 Symposium Athens, Greece, October 2004
- [2] G. Betta, C. Liguori, A. Pietrosanto: Structured Approach to Estimate the Measurement Uncertainty in Digital Signal Elaboration Algorithms, IEE Proc.-Sci. Meas. Technol. Vol. 146, No. 1, January 1999, str.21-26.
- [3] O. M. Solomon, Jr.: The Use of DFT Windows in Signal-to-Noise Ratio and Harmonic distortion computations, IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, vol. 43, pp. 194-199, April 1994
- [4] M. Sedláček: Zpracování signálů v měřicí technice. VČVUT, Praha 1993
- [5] ISO – Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement, International Organisation for Standardization, Switzerland, 1993

Kontaktní adresa:

Ing. Martin Novotný, Doc. Ing. Miloš Sedláček, CSc.
 České vysoké učení technické v Praze, Fakulta elektrotechnická, katedra měření,
 Technická 2, 166 27 Praha 6. Tel: (+420 2)2435 2177, fax: (+420 2) 311 9929
 E-mail: {novotnm5, [@feld.cvut.cz](mailto:sedlaceM)}