

NUMERICKÁ SIMULACE NEPŘESNOSTI JUSTÁŽE KONTROLY HYPERBOLICKÝCH OPTICKÝCH PLOCH

J. Hošek

Abstrakt

Tématem tohoto příspěvku je numerická simulace vlivu jednotlivých justážních parametrů klasické Hindlem navržené interferenční optické soustavy na měření kvality v současné době používaných hyperbolických optických ploch. Byl vytvořen simulační program v prostředí Matlab určující velikost jednotlivých chyb způsobující požadovanou velikost deformace vlnoplochy vystupující z měřicí soustavy. Výsledkem jsou nejen hodnoty jednotlivých justážních chyb pro požadovanou hodnotu deformace, ale také přehled charakteristických interferenčních obrazců reprezentující jednotlivé justážní chyby.

1 Úvod

Rozvoj automatických optických obráběcích center a zdokonalování výroby optických prvků jednobřítými nástroji přinesl do technologie optické výroby možnost relativně snadno hromadně vyrábět mimo běžných sférických optických ploch též asférické optické prvky. Ty, v případě použití klasických optických technologií, představovaly velmi náročnou kusovou výrobu. Jednoznačná výhoda použití asférické optiky - snížení počtu optických prvků nutných ke korekci vad, je nutně spojena s otázkou, jak měřit kvalitu vyrobené asférické optiky.

Jednou z nejčastěji používaných asférických ploch pro optické návrhářství je plocha rotačního dvojdílného hyperboloidu. Její tvar lze vyjádřit rovnicí [1]

$$\frac{(x-m)^2}{a^2} + \frac{(y-n)^2}{a^2} - \frac{(z-p)^2}{c^2} = -1, \quad (1)$$

kde z je souřadnice na ose hyperboloidu, x a y jsou souřadnice kolmé na optickou osu, a a c jsou jednotlivé poloosy hyperboloidu a m , n , p jsou posunutí hyperboloidu v jednotlivých osách. Tato plocha má astigmatické zobrazení mezi jednotlivými ohnisky hyperboloidu. Pro tuto svoji vlastnost je již od 19. století používána jako korekční člen pro astronomické dalekohledy. Hodnota lineární výstřednosti (excentricity) $e = \sqrt{a^2 + c^2}$ těchto asférických ploch pro dalekohledové účely je v řádu několika metrů, takže vliv nedokonalého seřízení prvků soustavy pro kontrolu těchto ploch byl zanedbatelný. Avšak v současnosti jsou tyto hyperbolické plochy navrhovány pro soustavy s ohniskovou vzdáleností několika desítek milimetrů, tedy o několik řádů menší. Proto lze očekávat významný vliv nedokonalosti justáže měřicí soustavy na hodnocení kvality měřené plochy.

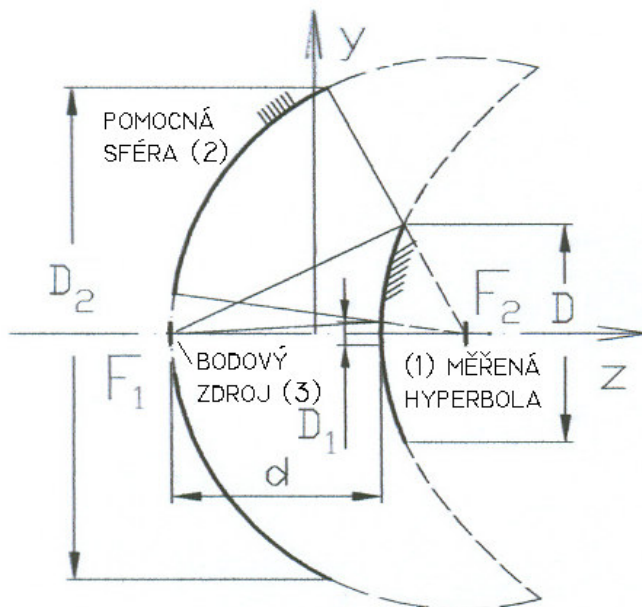
2 Kontrola kvality vypuklých hyperbolických ploch

V běžné technologii optické výroby se jako nejpřesnější metody kontroly kvality vyráběných ploch používají interferometrické metody se svojí dosahovanou přesností velikosti $\lambda/20$ až $\lambda/100$. Měření lze realizovat pomocí vhodně konstruovaných interferometrů, a to buď *Fizeauova* typu nebo *Twyman-Greenova* typu. Principem těchto metod je interference dvou vlnoploch - referenční vlnoplochy (rovinné nebo sférické) intenzity I_R a předmětové vlnoplochy intenzity I_0 , která musí mít v místě měřené asférické plochy, stejný tvar jako tato plocha. V případě splnění této podmínky bude fázový rozdíl $\varphi = \varphi_R - \varphi_0$ v interferenční rovnici (2)[2] nulový a ve výstupní pupile interferometru nebudou pozorovány žádné interferenční proužky.

$$I = I_0 + I_R + 2\sqrt{I_0 I_R} \cos(\varphi_R - \varphi_0) = A + B\cos(\varphi). \quad (2)$$

Pro deformaci vlnoplochy do tvaru měřené asférické plochy lze využít dva základní principy. Novým, avšak finančně velmi nákladným, je použití počítačově generované difrakční struktury umístěné do optické soustavy před měřenou asféru. Tuto vygenerovanou strukturu však lze použít pouze pro

příslušnou asféru daných parametrů. Druhou možností je použití klasické Hindelovi metody [3] využívající stigmaticky zobrazujících bodů hyperbolické plochy, tedy jejích geometrických ohnisk. Schéma této metody je zobrazeno na obrázku 1.



Obrázek 1: Schéma principu Hindelovy metody měření vypuklých hyperbolických ploch

Sférická vlnoplocha šířící se z ohniska F_1 dopadá na hyperbolickou plochu (1), od které se odráží a vytváří neskutečný obraz v geometrickém ohnisku F_2 . Pro návrat paprsků zpět do interferometru je v tomto případě použito pomocné duté sférické zrcadlo (2) se středem v geometrickém ohnisku hyperboloidu F_2 . To sférickou vlnoplochu šířící se z ohniska F_2 odrazí zpět na měřenou hyperbolickou plochu, která jí stigmaticky zobrazí zpět do ohniska F_1 a dále do interferometru. V případě, že všechny optické prvky obou měřících metod budou dokonale sjustované a kvalita asféry ideální, nebudou v interferenčním obrazci v rovině fotodetektoru interferometru pozorovány žádné interferenční proužky. Případná výrobní odchylka od ideálního tvaru asférické plochy se pak v interferenčním obrazci projeví vznikem interferenčních proužků. Nicméně na vznik interferenčních proužků má i při ideálním tvaru asférické plochy vliv nepřesnost justáže měřící soustavy. Proto pro získání přehledu o vlivu jednotlivých parametrů nepřesnosti seřízení Hindelovy měřící soustavy na kvalitu měření asférické hyperbolické optické plochy byl vypracován program numerické simulace v prostředí Matlab.

3 Numerická simulace justážních chyb Hindelovi měřící soustavy

Celá Hindelova měřící soustava na obrázku 1 je ovlivněna justáží tří základních prvků, a to:

- měřeného hyperbolického členu (1)
- odrazné sférické plochy (2)
- bodového zdroje záření v ohnisku F_1 hyperboly (3)

Všechny tyto prvky mohou být dejustovány ve směrech os x , y , z . Dalším možným pohybem způsobující nežádoucí deformaci vlnoplochy je rotace jednotlivých členů. Vzhledem k symetrii sférické plochy a sférické vlnoploše vystupující z obrazu v ohnisku F_1 , má vliv na kvalitu vlnoplochy pouze rotace hyperbolického prvku. Díky rotační symetrii celé soustavy je vliv justážních chyb v rovinách xz a yz na kvalitu vlnoplochy co do velikosti stejný. Proto postačí početně sledovat vliv pouze sedmi parametrů, a to: $dx1$, $dz1$, $d\varphi x1$, $dx2$, $dz2$, $dx3$, $dz3$, kde dx a dz jsou posunutí v osách x a z , $d\varphi x$ je natočení prvku v rovině xz od osy z a číslo značí optický prvek, ke kterému se parametr vztahuje.

Pro numerické určení vlivu chyb jednotlivých justážních parametrů byl vypracován program v prostředí MATLAB 6.5.1. Ten simuluje průchod paprsku soustavou z bodového zdroje $PI =$

$[dx3, dy3, -e+dz3]$ v blízkosti ohniska $F_1 = [0, 0, -e]$ na rotačně symetrickou hyperbolickou plochu analyticky vyjádřenou rovnicí (1), kde posunutí hyperboloidu v jednotlivých osách m, n, p odpovídají parametrům $dx1, dy1, dz1$. Od této hyperbolické plochy se simulovaný paprsek odráží dle obecného vztahu pro vektorový odraz:

$$\vec{S}' = \vec{S} - 2(\vec{S} \cdot \vec{n})\vec{n}, \quad (3)$$

kde \vec{S} je směrový vektor paprsku dopadajícího na rozhraní, \vec{n} je normálový vektor povrchu v místě dopadu paprsku na rozhraní a \vec{S}' je směrový vektor odraženého paprsku. Odražený paprsek pak dopadá na pomocnou kulovou plochu (2) se středem v blízkosti ohniska $F_2 = [0, 0, e]$ danou rovnicí:

$$(x - m_k)^2 + (y - n_k)^2 + (z - p_k + e)^2 = R^2, \quad (4)$$

kde m_k, n_k, p_k jsou posunutí středu kulové plochy v jednotlivých osách odpovídající parametrům $dx2, dy2, dz2$ a R je poloměr křivosti pomocné sféry daný vztahem $R = 2e$. Od této pomocné sféry se paprsek odráží dle rovnice odrazu (3) zpět na hyperbolickou plochu a od ní se opět odráží zpět do obrazu zdroje P_1' . V případě dokonale sjustované soustavy, tedy $dji = 0, j = [x, y, z, \varphi x], i = [1, 2, 3]$ vytváří obraz ohniska F_1 v sobě samém. Simulace natočení hyperboloidu ve směru parametru $d\varphi1$ je pro matematicky jednodušší vyjádření provedena ekvivalentním natočením polohy bodu zdroje paprsku P_1 okolo vrcholu hyperbolické plochy dle vztahů:

$$\begin{aligned} P_1x &= (e+c) \sin(-d\varphi x1) \\ P_1y &= (e+c) \sin(-d\varphi y1) \\ P_1z &= c - (e+c) \cos(-d\varphi x1) \cos(-d\varphi y1) \end{aligned} \quad (5)$$

Protože u obou výše zmíněných typů interferometrů jsou interferenční proužky lokalizovány na odrazné referenční ploše interferometru je nutné provést její promítnutí do Hindlova měřicího systému a určit deformaci vlnoplochy a obraz interferenčních proužků v tomto místě. Pro zachování nultého řádu interference je nutné sledovat deformaci předmětové vlnoplochy vůči sférické referenční vlnoploše se středem v ohnisku F_1 hyperboly o poloměru $2d$, kdy je dráha paprsku z ohniska F_1 k referenční sféře a zpět totožná. Deformace vlnoplochy v tomto místě se pak určí vyčíslením dráhového rozdílu mezi referenční sférickou vlnoplochou a koncovými body všech paprsků simulované procházejících soustavou. Správnost výsledků navrženého algoritmu byla ověřena nulovou deformací simulované vlnoplochy pro dokonale sjustovanou soustavu a dále pak srovnáním hodnot simulované deformace vlnoplochy Ws s vlnoplochou W vypočtenou z poloh koncových bodů jednotlivých paprsků v rovinách xz a yz dle vztahů [4]:

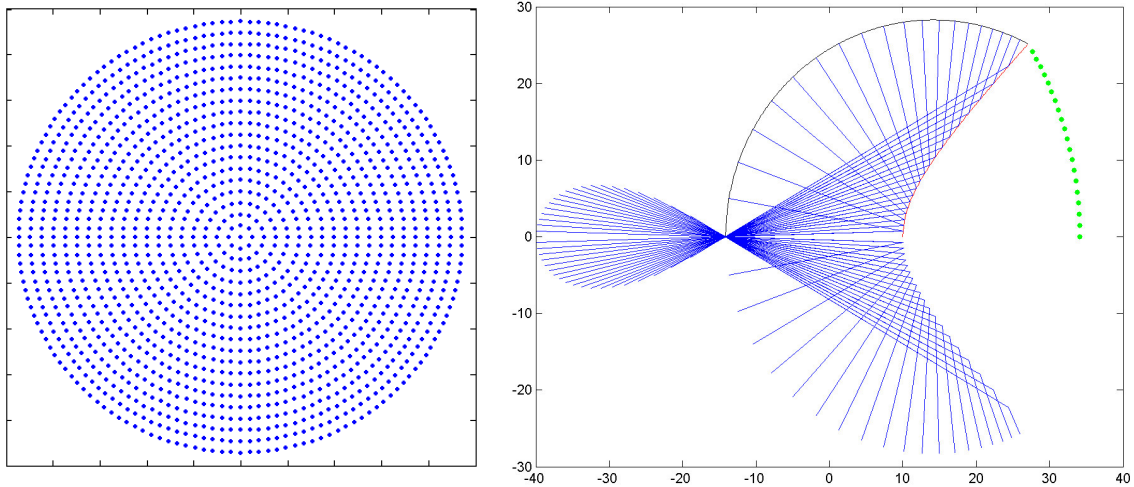
$$W = \frac{1}{R'} \int_0^x \delta x' dx \quad \text{a} \quad W = \frac{1}{R'} \int_0^y \delta y' dy, \quad (6)$$

kde R' je poloměr křivosti referenční vlnoplochy a funkce $\delta x'$ a $\delta y'$ jsou funkce dopadových výšek jednotlivých paprsků v rovině kolmé na optickou osu v závislosti na příčné výšce koncového bodu paprsku.

Vytvořený program simuluje průchod voleného počtu paprsků soustavou a z nich určuje deformaci vlnoplochy jako rozdíl maximální a minimální odchylky koncových bodů jednotlivých paprsků od referenční sférické vlnoplochy a generuje obraz interferenčních proužků lokalizovaný v ploše obrazu referenčního zrcadla interferometru. Vzhledem k rotační symetrii soustavy je její apertura vyplněna jednotlivými simulačními paprsky tak, že je radiálně rozdělena na n dílů. První paprsek prochází soustavou v optické ose a následující paprsky vycházejí z bodu P_1 v $n-1$ kuželech pod úhly α_i k optické ose:

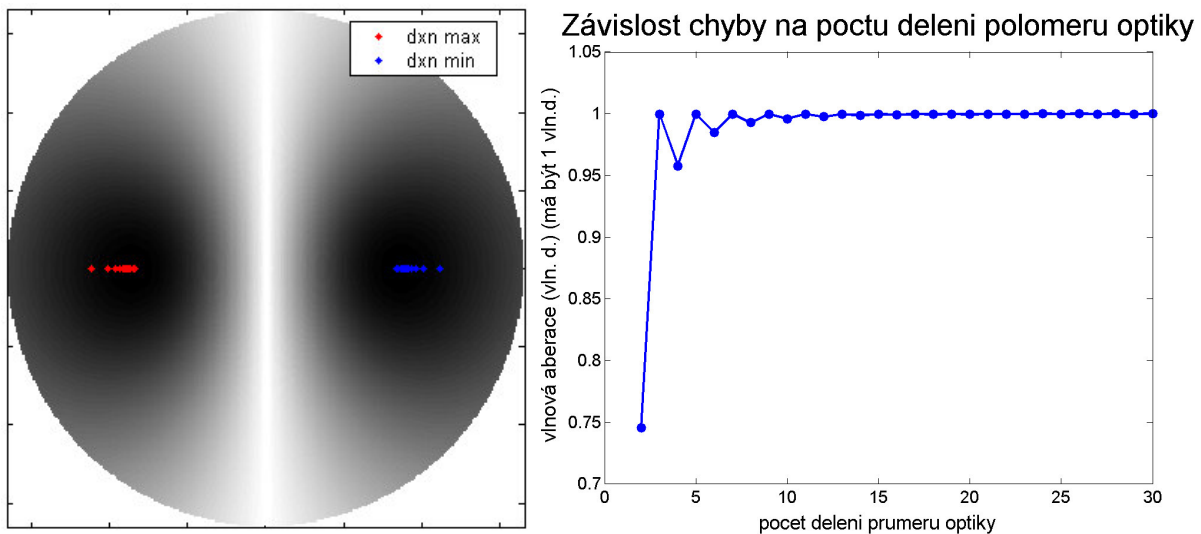
$$\alpha_i = \arctan\left(\frac{iD}{2(n-1)s}\right), \quad (7)$$

kde D je průměr měřené hyperboly a s je vzdálenost v ose Z od P_1 ke krajnímu bodu hyperboly $y = D/2$. Každý i -tý světelný kužel je rozdělen $4*i$ paprsků. Výsledné rozdělení paprsků v apertuře soustavy pro počet dělení apertury $n = 20$ a v řezu soustavou je zobrazeno na obrázku 2.



Obrázek 2: Rozdělení simulačních paprsků v apertuře soustavy pro počet dělení apertury $n = 20$

Poloha maxima a minima deformace vlnoplochy leží obecně v libovolném místě apertury a se změnou velikosti justážních parametrů se bude i jejich poloha měnit. Proto bude mít zásadní vliv počet simulovaných paprsků závislých na počtu dělení apertury n na přesnost určení hodnoty deformace vlnoplochy. Proto byl testován počet nutných dělení apertury n pro zvolené parametry: přesnost 0,1%, $D_{\text{hyperboly}} = 20 \text{ mm}$, deformace vlnoplochy $Ws = 1\lambda$. Výsledek testu pro parametr $dx1$ je na obrázku 3.



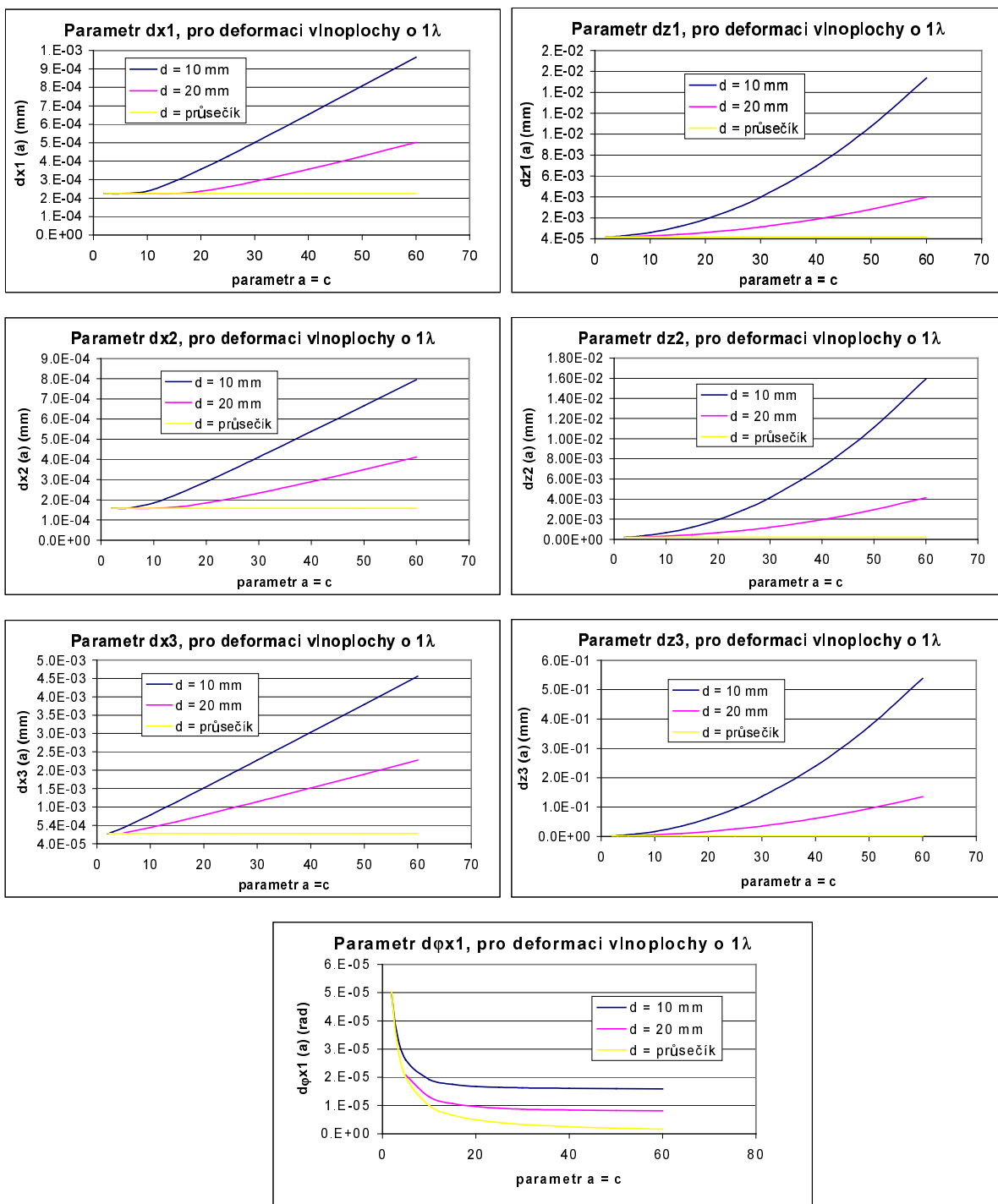
Obrázek 3: Vývoj chyby hodnoty deformace vlnoplochy (*vpravo*) a vývoj polohy extrémů pro na pozadí odpovídajícího interferenčního obrazce (*vlevo*) v závislosti na počtu dělení apertury n

Požadovanou hodnotu přesnosti změny vlnové aberace 0,1% splňuje již počet dělení apertury $n = 14$. Proto jako dostatečné dělení apertury pro následující výpočty bylo zvoleno $n = 20$ a tomu odpovídá 1520 simulovaných paprsků.

Velikost jednotlivých justážních parametrů soustavy způsobujících maximální deformaci vlnoplochy požadované velikosti 1λ je určena iterační metodou půlení intervalu, kde spodní hodnota prohledávaného intervalu je $d_i = 0$ a horní krajní hodnotu program aktivně hledá. Kritérium ukončení iteračního procesu je určeno dovolenou odchylkou 0,1% od hledané hodnoty. Simulovanou měřicí vlnovou délkou je červená čára HeNe laseru $\lambda = 632,8 \text{ nm}$.

V technické praxi se používají optické hyperbolické plochy s poměrem poloos a/c v intervalu (1,10), případně ještě větší. Proto byla simulace zaměřena na plochy s těmito hodnotami poloos. Protože velikost deformace vlnoplochy závisí nejen na hodnotách parametru a a c , ale také na rozměru měřené hyperbolické plochy je na následujícím obrázku 4 zobrazen charakter a velikost hodnot jednotlivých sledovaných justážních parametrů vyvolající celkovou deformaci vlnoplochy o 1λ , pro jednoduchost, pro hyperboloidy, jejichž velikost poloos a a c je rovná. Do grafů jsou vyneseny

hodnoty pro měření aperturní průměry optiky 10 mm, 20 mm a pro průměr odpovídající průřezu hyperbolické plochy a pomocného sférického zrcadla.



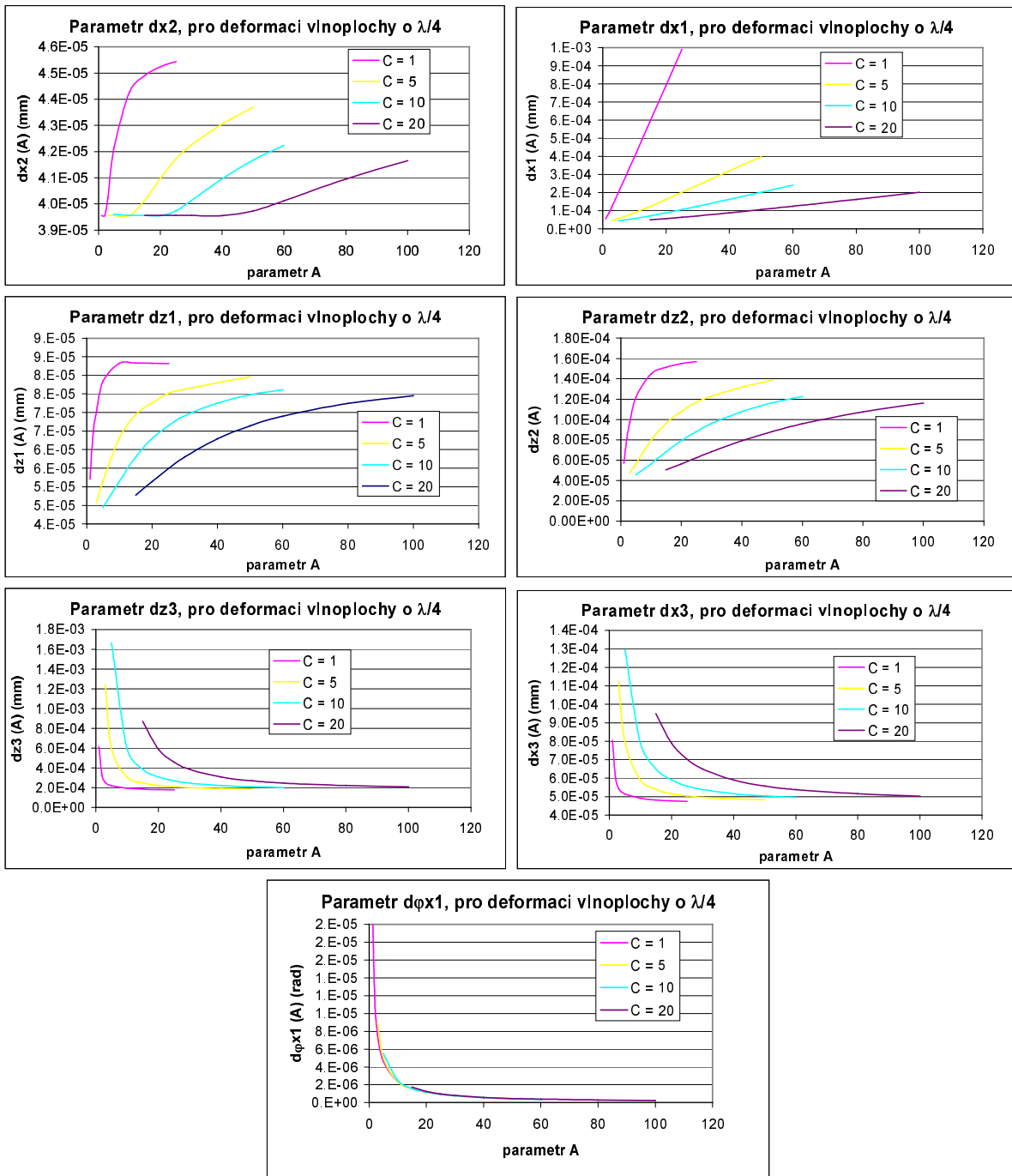
Obrázek 4: Grafy velikosti chyb justážních parametrů vyvolající deformaci 1λ v závislosti na průměru hyperbolické plochy s poloosami $a = c$.

Z obrázku je patrná klesající citlivost justážních chyb v závislosti na zmenšujícím se průměru kontrované optiky, a také asymptotický charakter hodnot těchto chyb pro měření až do krajní polohy průřezu hyperbolické plochy a pomocného sférického zrcadla. Z dalších provedených simulací lze obecně říci, že měřicí optická soustava je nejcitlivější na seřízení měřeného hyperboloidu podél optické osy z a na příčné vyosení bodového zdroje z ohniska F_1 - parametry dx_1 , dy_1 , dx_2 a dy_2 . Naopak nejméně citlivá je na posun bodového zdroje v optické ose z – parametr dz_3 .

Hodnota velikosti poloměru pomocné sférické plochy se obecně nemusí rovnat hodnotě $R = 2e = /F_1F_2/$, jak je naznačeno na obrázku 1, ale může nabývat jakékoli hodnoty větší než

$$R \geq e \left(1 - \sqrt{1 - \frac{a^2}{a^2 + c^2}} \right), \quad (8)$$

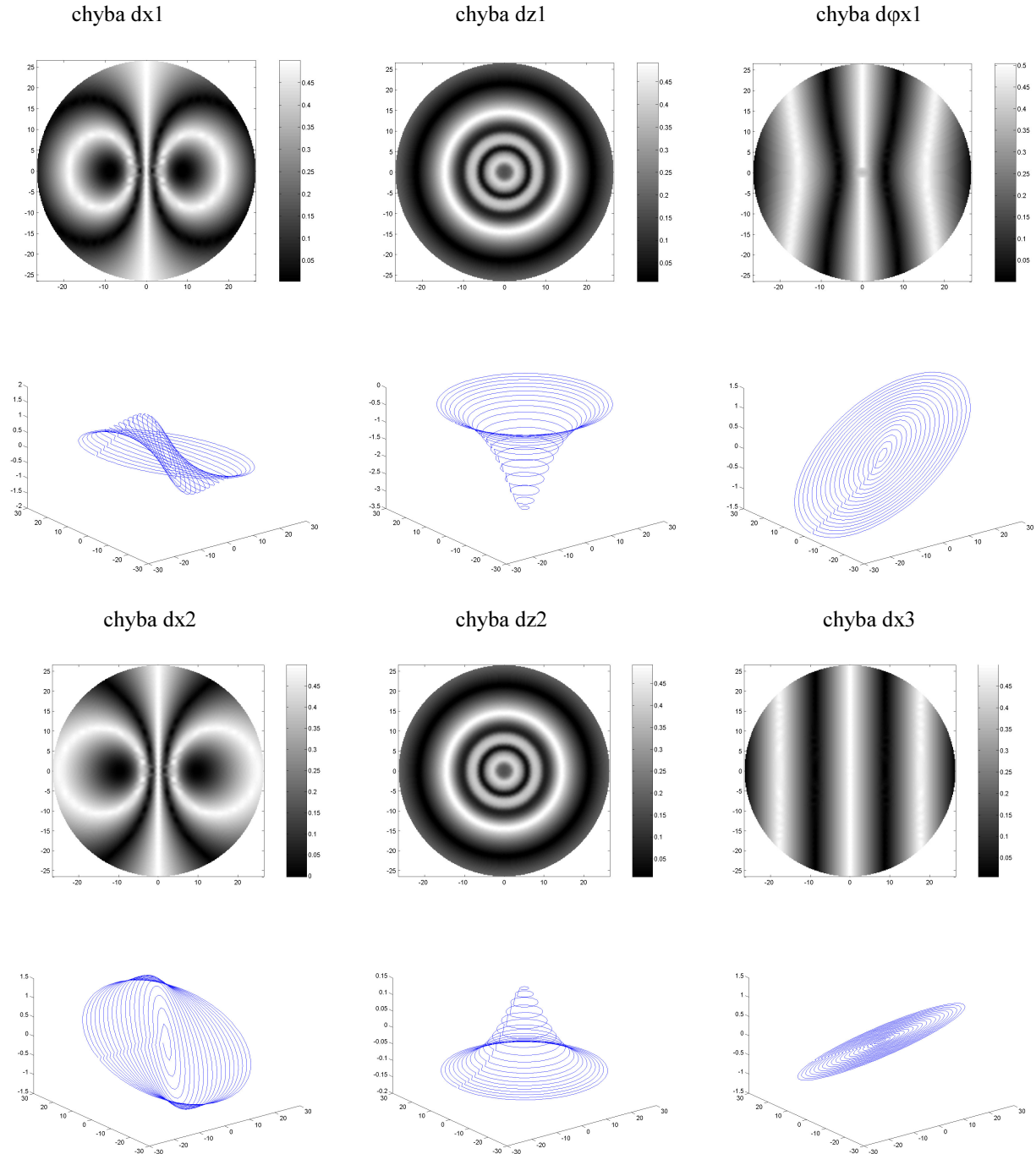
což je hodnota poloměru R , pro kterou se vrchol sféry dotkne vrcholu měřené hyperboly. Numerická simulace jednotlivých justážních chyb ukázala jejich nezávislost na volbě poloměru křivosti pomocné sféry pro libovolnou hodnotu poloos hyperboly $a = c$ a konstantní měřený průměr hyperboly. Lze proto minimalizovat rozměr pomocného sférického zrcadla volbou jeho poloměru křivosti R tak, aby radiální rozměr průsečíku obou ploch byl roven měřenému průměru hyperboly D . To je ale vykoupeno zvětšením oblasti necitlivosti měření ve vrcholu měřeného hyperboloidu. Výsledek numerické simulace jednotlivých justážních parametrů soustavy pro průměr D rovný bodu dotyku hyperboly pro hodnotu deformace vlnoplochy rovnou Reyleighovu kritériu $\Delta W_s = \lambda/4$ je na následujících grafech.

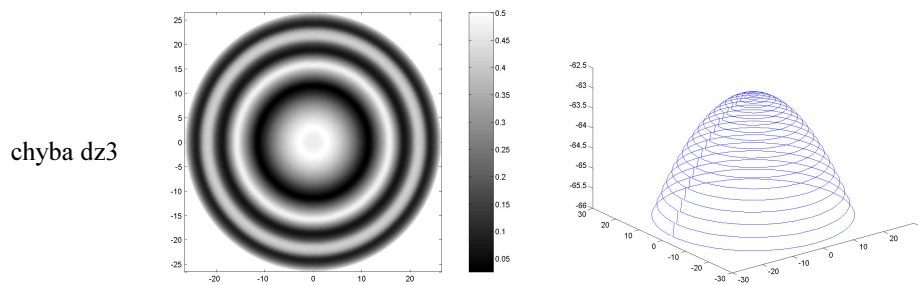


Obrázek 5: Charakter závislostí dovolených hodnot jednotlivých justážních parametrů pro deformaci vlnoplochy $\lambda/4$ a různé kombinace poloos hyperboly a a c D rovno dotyku sféry a hyperboly.

Simulace ukázala, že hodnota dovoleného příčného vyosení měřené hyperboly $dx1$ a $dy1$ je lineárně závislá na poloose a hyperboly a hodnota dovoleného natočení hyperbolické plochy kolem jejího vrcholu $d\varphi1$ není závislá na parametru c hyperboly. Ostatní justážní chyby mají pro rostoucí rozměr poloosy a hyperboloidu charakter asymptotické hyperbolické funkce s horní limitou – chyby: $dz1$, $dx2$ a $dz2$ a dolní limitou – chyby: $dx3$, $dz3$.

Jednotlivé justážní chyby se projeví ve výsledném měřeném interferenčním obrazci charakteristickým způsobem. Přehled numerické simulace těchto charakteristických obrazců včetně odpovídajícího tvaru vlnoplochy pro parametry hyperboloidu $[a,a,c] = [10,10,20]$ je pro hodnotu deformace vlnoplochy 3λ na následujícím obrázku.





Obrázek 5: Přehled interferenčních obrazců jednotlivých justážních chyb deformující vlnoplochu o hodnotu 3λ .

Z obrázků je zřejmá analogie jednotlivých justážních chyb a přitom jejich vzájemná rozdílnost.

4 Závěr

Pro případ měření kvality optických ploch tvaru rotačního hyperboloidu interferenčním způsobem pomocí klasické Hindleovi metody byl vypracován program numerické simulace deformace vlnoplochy způsobené justážními pohyby jednotlivých optických členů měřicí soustavy. Byl vyhodnocen počet simulačních paprsků pro zachování vypovídající přesnosti numerické simulace. Bylo zjištěno, že největší vliv na kvalitu měření hyperbolických ploch má seřízení měřeného hyperboloidu v podél optické osy z a dále pak příčné vyosení bodového zdroje z ohniska F_1 . Velikost hodnot těchto chyb závisí na kombinaci velikosti poloos simulovaných hyperboloidů a hlavně průměru měřené asférické plochy. Dále bylo zjištěno, že velikost jednotlivých justážních chyb Hindleovi měřicí metody nezávisí na volbě poloměru křivosti pomocné sféry pro libovolnou hodnotu poloos hyperboly $a = c$ pro konstantní měřený průměr hyperboly. Lze proto minimalizovat rozměr pomocného sférického zrcadla volbou jeho poloměru křivosti R tak, aby radiální rozměr průřezu obou ploch byl roven měřenému průměru hyperboly D . Také byla provedena numerická simulace charakteristických interferenčních obrazců a tvarů deformovaných vlnoploch pro jednotlivé justážní chyby. Je otázkou experimentálního ověření, zda by šlo tyto charakteristické interferenční obrazce použít jako vodítko pro přesné seřízení měřicí soustavy kontroly hyperboloidu.

Literatura

- [1] H. J. Bartsch. *Matematické vzorce*. SNTL Praha, 1983.
- [2] D. Malacara. *Optical Shop Testing*. John Wiley & Sons, inc., 1992.
- [3] J. H. Hindle. *A New Test for Cassegrainian and Gregorian Secondary Mirrors*. Mon. Not. R. Astron. Soc., Vol. 91, p. 592, 1931.
- [4] A. Mikš. *Aplikovaná optika 10 (Geometrická a vlnová optika)*. Vydavatelství ČVUT, Praha 2000.

Ing. Jan Hošek, Ph.D.
 Odbor přesné mechaniky a optiky
 Ústav přístrojové a řídicí techniky
 Fakulta strojní ČVUT
 Technická 4, 166 07 Praha 6
 Česká Republika
 Jan.Hosek@fs.cvut.cz