

SIMULACE OBRAZOVÝCH VAD POMOCÍ MATLABU

Martin Řeřábek

ČVUT v Praze, Fakulta elektrotechnická, Katedra radioelektroniky

Abstrakt

Pro zpracování obrazové informace optickou cestou používáme optické soustavy, u nichž chceme předem znát kvalitu zobrazení a přenosové vlastnosti. Pro posuzování kvality zobrazení optických soustav se v praxi používají optické aberace. Článek se zabývá popisem primárních aberací v prostoru třetího řádu a jejich vlivem na přenosové vlastnosti optických soustav. Programové prostředí MATLAB je využíváno k ověření a simulaci jednotlivých optických aberací.

1 Úvod

Modelování reálných zobrazovacích soustav (např. objektivů, mikroskopů a dalekohledů) s sebou přináší nutnost zabývat se kompenzací aberací a případných zkreslení. Zvláště patrné je to v případě systémů, které jsou vybaveny optickými soustavami s extrémně širokoúhlým zorným polem. Mezi takové je možné zařadit především soustavy se zorným polem větším jak 90° a tzv. rybí oka. V takových případech není možné systém považovat za soustavu s prostorově invariantní impulsovou odezvou. Tento fakt je velkým problémem zvláště pro provádění přesných měření ve vědeckých aplikacích. Mezi ně je možné zařadit především snímání v lékařské praxi, která vyžaduje přesnou diagnostiku, vyhodnocení snímků z optického mikroskopu, dálkový průzkum Země a astronomické aplikace.

Tento článek se zabývá otázkou modelování takových soustav pomocí Seidlových polynomů a jeho cílem je příprava modelu UWFC (Ultra Wide Field Camera – ultra širokoúhlá kamera) experimentu BOOTES (Burst Observer and Optical Transient Exploring System – Systém pro výzkum gama záblesků a jejich optických protějšků) [BOOTES]. BOOTES je česko – španělským experimentem a je vybaven třemi stanicemi (BOOTES 1A, 1B a 2) robotických dalekohledů (viz obr. 1), které jsou umístěny v jižním Španělsku [BOOTES2]. Soustava dalekohledů má za cíl provádět dlouhodobé sledování oblohy a detekci změn v AGN (Active Galactic Nuclei – aktivní galaktická jádra), nových supernov, proměnných hvězd a především optických protějšků gama záblesků. BOOTES je také přidruženým experimentem družice INTEGRAL [INTEGRAL] a je vybaven kamerami pro snímání v optickém oboru. V současné době se připravuje extenze systému do infračervené oblasti. Každá stanice experimentu je vybavena velkým dalekohledem (tzv. DEEP SKY) a objektivy pro získávání širokoúhlých snímků celé oblohy. Vyhodnocení extrémně širokoúhlých snímků je nesmírně náročné, protože je nelze považovat za prostorově invariantní optické systémy a mají velice malé prostorové rozlišení. Je třeba tedy nalézt kvalitní model zobrazovací soustavy, který dále pomůže zvýšit přesnost prováděných měření (především fotometrických a astrometrických).



Obrázek 1: Stanice BOOTES-1A, B v jižním Španělsku (Mazagon).

2 Ideální a reálná soustava

V teoretickém případě považujeme optickou soustavu za ideální, jestliže transformuje (zobrazuje) bod na bod, přímku na přímku a rovinu na rovinu při určitém zvětšení (příčném, podélném a úhlovém). U reálných zobrazovacích soustav, které jsou vždy zatíženy aberacemi, je tato ideální transformace porušena, takže obrazem bodu bod není bod, ale ploška, obrazem přímky obecně křivka a obrazem roviny obecná plocha. Korigováním všech nežádoucích aberací dané optické soustavy dostáváme fyzikálně dokonalou optickou soustavu, jejíž přenosové vlastnosti limitují pouze difrakční omezení. U optických soustav vykazujících aberace dochází k limitování přenosových vlastností v mnohem větší míře než je tomu u fyzikálně dokonalé soustavy.

Pokud se na vznik aberací podíváme z hlediska velikosti průřezu paprsků, které používáme k zobrazení, můžeme uvažovat takto. Podílí-li se na zobrazování danou optickou soustavou pouze paprsky paraxiálního prostoru, můžeme toto zobrazení považovat za ideální. Vyrůstá-li průměr svazku paprsků, podílejících se na zobrazení, tj. používáme-li pro zobrazení i neparaxiálních paprsků, nastávají odchylky od ideálního stavu.

Nejen použití neparaxiálních paprsků, ale také jiné důvody vedou k vzniku nedokonalého zobrazení, například:

- některé paprsky vycházející z předmětu vůbec neprocházejí optickou soustavou, (úbytek paprsků vede k tvorbě nezřetelného obrazu vlivem difrakce a jevů souvisejících s vlnovou povahou světla),
- některé z paprsků procházejících optickou soustavou nedorazí do obrazové roviny z důvodu absorpce, odrazu, difúzního odrazu a lomu,
- paprsky procházející optickou soustavou se neprotínají v obrazové rovině z důvodu odchylek způsobených nerespektováním zákona lomu a odrazu – tzv. paprskové vady.

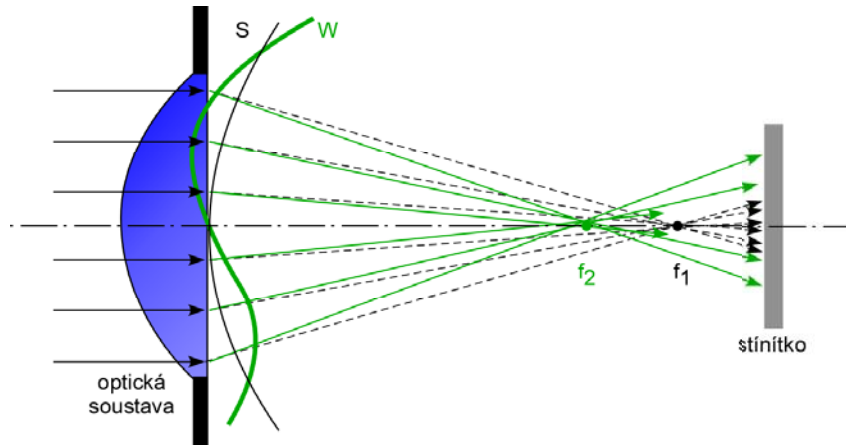
3 Vyjádření optických vad a jejich vliv na kvalitu zobrazení

Průchod světelného paprsku optickým systémem je dán úhly dopadu a lomu na jednotlivých lámavých plochách optické soustavy a také úhly, které svírá s optickou osou. Pro vyjádření aberací je zapotřebí vyjádřit goniometrické funkce těchto úhlů algebraicky. Použijeme funkci sinus, jejíž rozvoj je

$$\sin \alpha = \alpha - \frac{\alpha^3}{3!} + \frac{\alpha^5}{5!} - \frac{\alpha^7}{7!} + \frac{\alpha^9}{9!} - \dots \quad (1)$$

Pro paraxiální prostor ($\alpha \leq 2^\circ$) platí $\sin \alpha \doteq \alpha$. Pokud v rozvoji budeme uvažovat první dva členy, můžeme toto nahrazení aplikovat pro úhly ($\alpha < 15^\circ$). Tomuto prostoru říkáme *prostor III. řádu (Seidelův)* [1]. V *prostoru III. řádu* rozeznáváme pět základních druhů aberací, jsou to – otvorová vada, koma, astigmatismus, zklenutí pole a zkreslení. Při rozšíření přesnosti vyjádření goniometrické funkce na více členů rozvoje se dostáváme do prostorů vyšších řádů, kde existuje více typů aberací.

Vliv aberací na zobrazení znázorňuje obr.2. Vlnoplocha S představuje referenční vlnoplochu ve výstupní pupile bezaberační soustavy. Vlnoplocha W je aberovaná vlnoplocha ve výstupní pupile soustavy zatížené aberacemi třetího řádu. Rozdíl těchto vlnoploch nazýváme vlnovou aberací. Pro aproximaci vlnové aberace se používají aberační polynomy. Dnes nejpoužívanější jsou Zernikovy a Seidlovy polynomy. Pro popis primárních aberací *prostoru III. řádu* použijeme Seidlovy polynomy.



Obrázek 2: Znáornění vlnové aberace.

Zavedeme-li polární souřadnice (ρ, θ) ve výstupní pupile optické soustavy, potom vyjádříme vlnovou aberaci jako

$$W(\rho, \theta) = \frac{1}{8}S_I\rho^4 + \frac{1}{2}S_{II}\rho^3 \cos \theta + \frac{1}{2}S_{III}\rho^2 \cos^2 \theta + \frac{1}{4}(S_{III} + S_{IV})\rho^2 + \frac{1}{2}S_V\rho \cos \theta = \quad (2)$$

$$= W_{040}\rho^4 + W_{131}\rho^3 \cos \theta + W_{222}\rho^2 \cos^2 \theta + W_{220}\rho^2 + W_{311}\rho \cos \theta,$$

kde S_i pro $i = \{I, II, III, IV, V\}$ jsou Seidlovy aberační koeficienty, kterým odpovídají aberační koeficienty vlnoplochy W_{xxx} . Přiřazení koeficientů jednotlivým aberacím ukazuje tabulka 1.

Aberační koeficient vlnoplochy	Aberační Seidlovův koeficient	Odpovídající aberace
W_{040}	$\frac{1}{8}S_I$	Otvorová vada
W_{131}	$\frac{1}{2}S_{II}$	Koma
W_{222}	$\frac{1}{2}S_{III}$	Astigmatismus
W_{220}	$\frac{1}{4}(S_{III} + S_{IV})$	Zklenutí pole
W_{311}	$\frac{1}{2}S_V$	Zkreslení

Tabulka 1: Koeficienty aberací prostoru III. řádu.

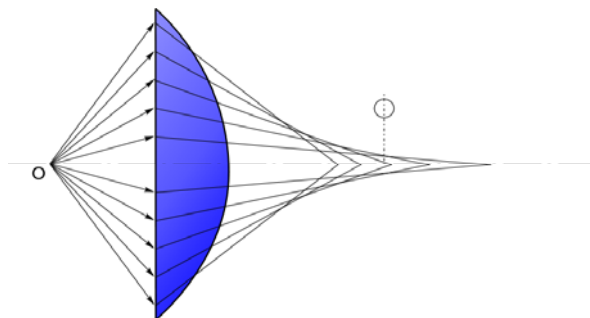
Jak bylo zmíněno výše, mají jednotlivé aberace vliv na kvalitu zobrazení. Tento vliv lze vyjádřit výpočtem prostorové impulsové odezvy jednotlivých soustav zatížených danými aberacemi. Prostorová impulsová odezva $PSF(x, y)$ je dána druhou mocninou modulu Fourierovy transformace prostorové funkce v rovině výstupní pupily $q(x, y)$.

$$PSF(x, y) = \left| FT \{q(x, y)\} \right|^2 = \left| FT \left\{ p(x, y) \exp \left(-i \frac{2\pi}{\lambda} W(x, y) \right) \right\} \right|^2. \quad (3)$$

4 Primární (Seidelovy) aberace

Otvorová vada

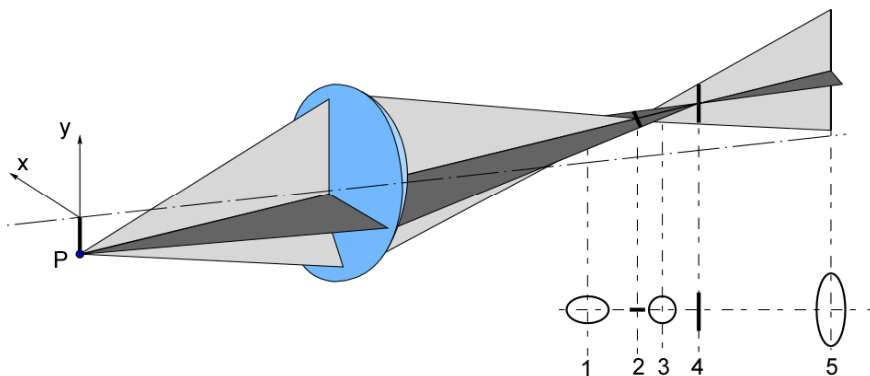
Otvorová vada se objevuje při vyšetřování zobrazení bodu O , ležícího na optické ose (viz obr. 3). Vidíme, že tento bod je zobrazen v různé vzdálenosti vzhledem k průměru svazku paprsků, který ho zobrazuje. Je patrné, že obrazem bodu O bude kroužek, tvořený nejužším místem prošlých paprsků. Pro každý průměr průřezu svazku paprsků podílejících se na zobrazení je tedy obrazová ohnisková vzdálenost jiná – největší pro nejužší svazek a nejkratší pro svazek široký. V praxi můžeme nejjednodušeji zmírnit otvorovou vadu vhodným postavením čočky nebo výběrem vhodného tvaru čočky. Často praktikovaná metoda ke korigování otvorové vady je použití tmeleného dubletu, což je kombinace spojně a rozptylné čočky.



Obrázek 3: Otvorová vada.

Astigmatismus

Astigmatismus je vada, která se uplatňuje při zobrazování mimosového bodu symetrickou sférickou čočkou. V podstatě lze říci, že reálná sférická čočka zobrazuje bod, ležící mimo optickou osu jinak (v jiné vzdálenosti, s jiným zvětšením) pro roviny x a y . Budeme-li zobrazovat bod P , ležící mimo optickou osu, dostaneme obrazy tohoto bodu v závislosti na poloze pozorovací roviny (viz obr. 4). Minimalizace astigmatické vady dosáhneme spojením dvou čoček nebo soustav s opačným astigmatickým rozdílem mezi zobrazením v ose x a y . Tuto vadu lze také odstranit použitím válcové čočky, která paprsky fokusuje pouze v jedné ose x nebo y , toho je však možno využít jen ve speciálních případech.

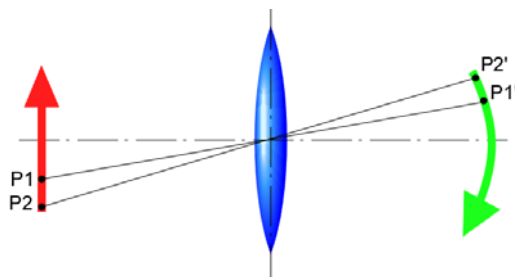


Obrázek 4: Astigmatismus.

Zklenutí

Ke zklenutí dochází tehdy, když jsou šikmé paprsky fokusovány do roviny bližší než osové paprsky (viz obr.5). Zklenutí úzce souvisí s astigmatismem. Mějme astigmatickou čočku, která vytváří obraz bodu P kruhovým svazkem paprsků tj. v rovině 3 (viz obr. 4). To znamená, že právě v rovině 3 nezaznamenáme astigmatickou vadu. Pozorujme zobrazení bodů ležících v rovině kolmé na optickou osu. Sledujme-li neastigmatické obrazy jednotlivých bodů, zjistíme, že leží na jakési rotační křivé

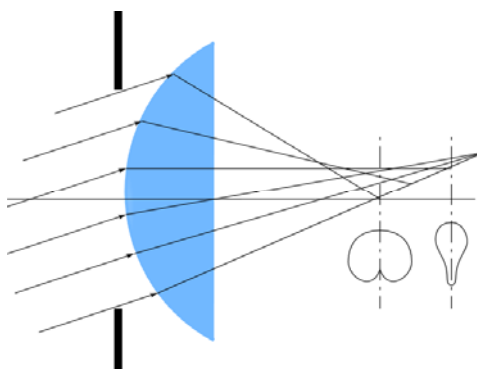
symetrické ploše – dochází ke zklenutí. Zklenutí obrazu má negativní vliv na zobrazování pomocí kolmého senzoru. Obraz takto zaznamenaný je ostrý jen v určitých oblastech, například okraje obrazu jsou ostré a střed obrazu rozmazaný. Minimalizace zklenutí se provádí úpravou tvaru snímacího senzoru tak, aby byl obraz ve všech místech ostrý nebo použitím vhodných korekčních členů.



Obrázek 5: Zklenutí obrazu.

Koma

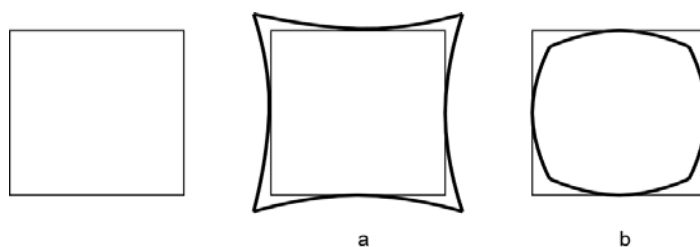
Vada koma vzniká, zobrazujeme-li mimoosové body pomocí širokého svazku. Paprsek, který dopadá na rozhraní čočky pod větším úhlem, protíná po průchodu čočkou optickou osu ve vzdálenějším místě. Namísto kruhových obrazových plošek vznikají obrazy podobné kapce, či kometě (viz obr. 6). Vada se projevuje rozmazáním kresby při krajích obrazu. Její minimalizace spočívá v nastavení clony tak, že procházejí pouze paprsky, které vytvářejí symetrickou stopu.



Obrázek 6: Koma.

Zkreslení obrazu

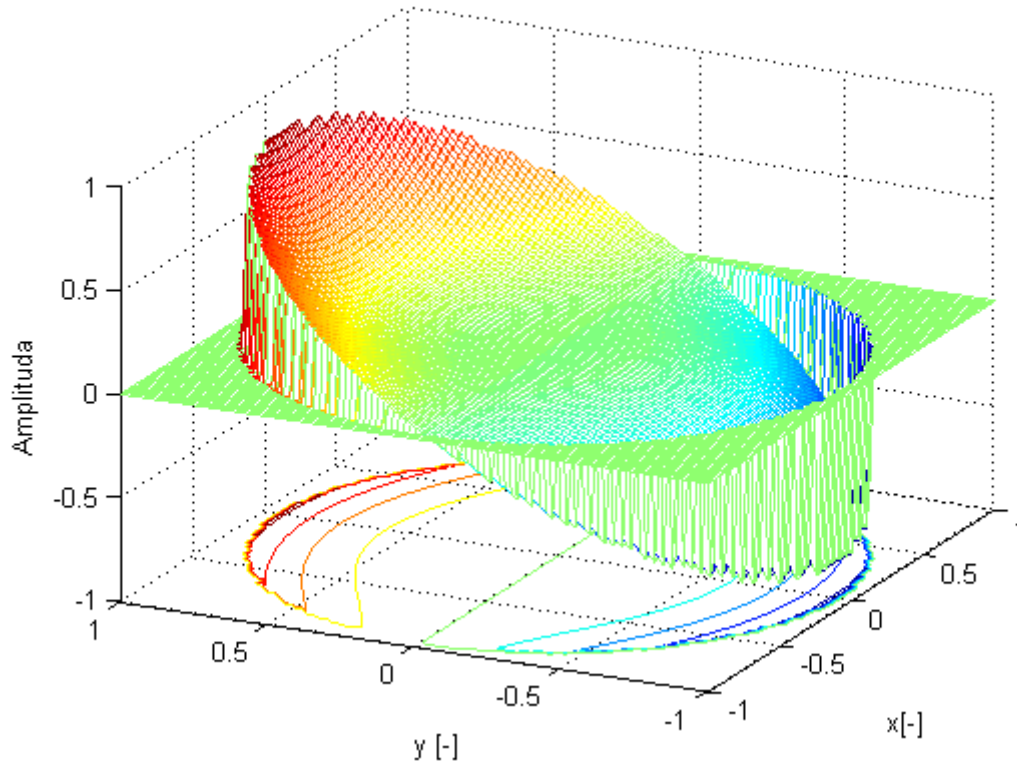
Ke zkreslení dochází proto, že se body různě vzdálené od optické osy zobrazí s různým zvětšením. Rozeznáváme soudkovité a poduškovité zkreslení (viz obr. 7). Korekce zkreslení dosahujeme kombinací soustav s opačným zkreslením tak, že soudkovité zkreslení jedné soustavy kompenzuje poduškovité zkreslení soustavy druhé.



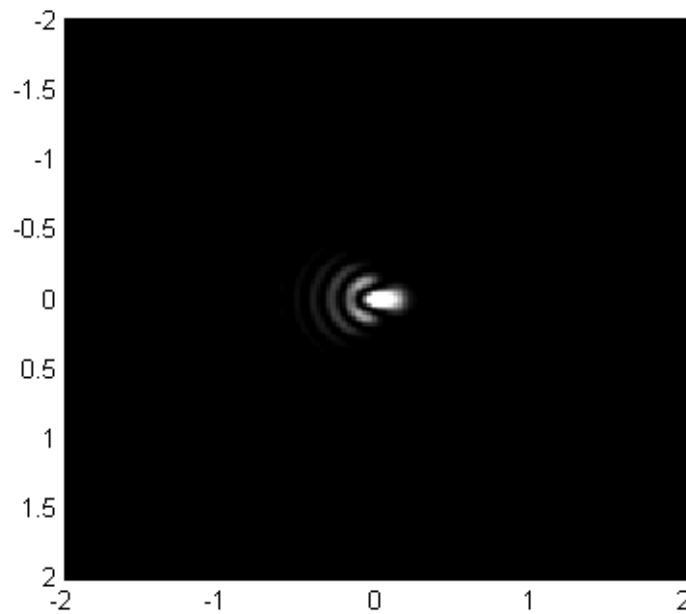
Obrázek 7: Zkreslení a) poduškovité, b) soudkovité.

5 Výsledky simulací

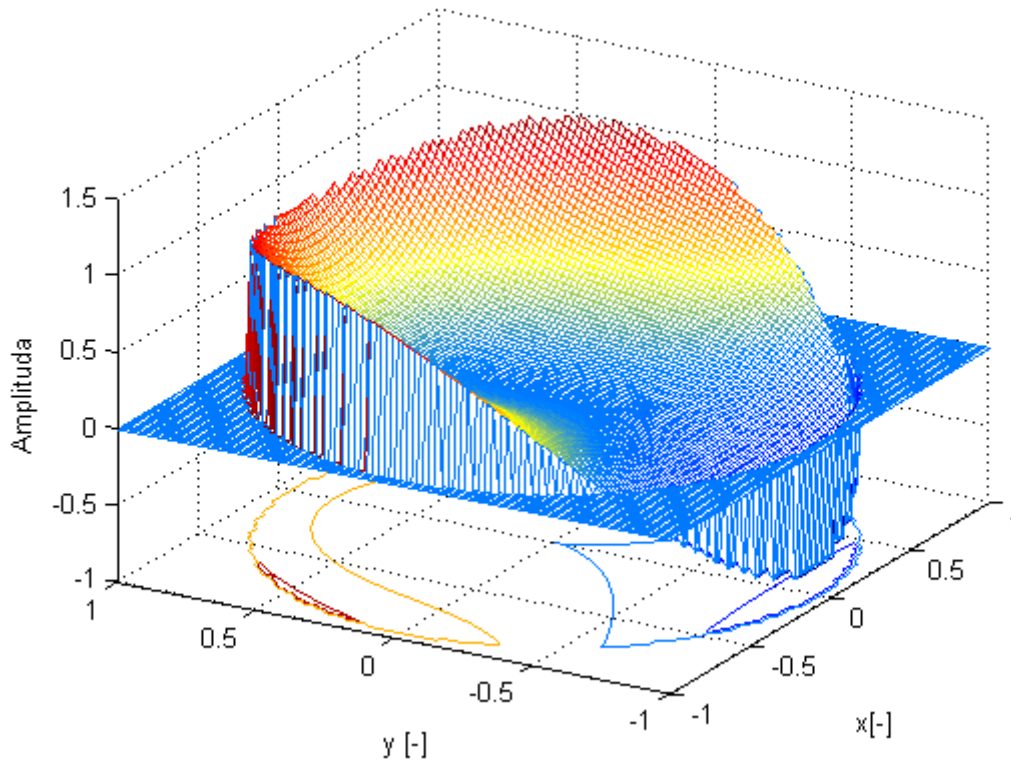
Zde si ukážeme vliv jednotlivých aberací na vlnoplochu ve výstupní pupile optické soustavy. K simulaci tohoto vlivu použijeme programové prostředí MATLAB a aproximaci vad pomocí Seidlových polynomů. Zároveň ukážeme vliv některých vad na přenosové vlastnosti optické soustavy.



Obrázek 8: Vlnoplocha v rovině výstupní pupily aberovaná komou.



Obrázek 9: Prostorová impulsní odezva systému s namodelovanou komou.



Obrázek 10: Vlnplocha v rovině výstupní pupily aberovaná komou, astigmatismem a uklenutím pole..

6 Závěr

Modelování prostorově variantních optických systémů je důležité nejen pro astronomii, ale najde své uplatnění v dalších aplikacích vyžadujících provádění přesných měření obrazových dat. Mezi tyto aplikace je možné zařadit lékařské zobrazovací systémy, optické laboratorní metody, přesná 2D optická měření a jiné.

Byl vytvořen simulační program, který umožňuje pomocí jednoduchého uživatelského rozhraní modelovat vlivy dílčích aberací na přenosové vlastnosti optického systému. Program používá pro přiblížení aberované vlnplochy Seidelovy polynomy, které dovolují uživateli simulovat vlnové aberace v *prostoru III. řádu*.

Dalším krokem naší práce bude modelování aberací vyšších řádů a především větších prostorových úhlů. K tomu bude třeba se využít aparátu vyživajícího vlnové optiky a pokročilých metod zpracování obrazu. Protože Seidelovy polynomy neumožňují aproximaci aberací vyšších řádů, budeme se v další práci zabývat možnostmi použití Zernikových polynomů, které dovolují modelovat vlivy aberací vyšších řádů vznikajících u soustav UWFC.

Tento příspěvek byl zpracován v rámci grantu GAČR č.102/05/2054 a výzkumného záměru číslo MSM 6840770014 na ČVUT v Praze, podporovaného Ministerstvem školství, mládeže a tělovýchovy České republiky..

Literatura

- [1] Born M., Wolf E.: *Principles of Optics*. 6.Edition. PERGAMON PRESS. London. 1993.
- [2] Goodman J.W.: *Introduction to Fourier Optics*. 2. Edition. MCGRAW-HILL. Boston. 1996.
- [3] Hopkins H.H.: *Wavetheory of Aberrations*. OXFORD UNIVERSITY PRESS. London 1950.
- [4] Marchand P., Holland O.T.: *Graphics and GUIs with MATLAB*. 3.Edition. CHAPMAN AND HALL/CRC 2003.
- [5] Poon T.CH., Banerjee P.P.: *Contemporary Optical Image processing with MATLAB*. ELSEVIER 2001.

- [BOOTES] de Ugarte Postigo, A., Mateo Sanguino, T. J., Castro Cerón, J. M., Páta, P., Bernas, M., et al., Recent Developments in the BOOTES Experiment, In AIP Conference Proceedings 662. Cambridge: Massachusetts Institute of Technology, 553-555, 2003.
- [BOOTES2] <http://laeff.esa.es/BOOTES>
- [INTEGRAL] http://www.esa.int/esaSC/120374_index_0_m.html

Ing. Martin Řeřábek
ČVUT v Praze
Fakulta elektrotechnická, katedra radioelektroniky
Technická 2, 166 27 Praha 6
tel. + 420 224 352 113
e-mail: rerabem@fel.cvut.cz