

TSO NEBO A INVARIANTNÍ ROZPOZNÁVACÍ SYSTÉMY V PROSTŘEDÍ MATLAB

K. Nováková¹, J. Kukul²

¹ FJFI, ČVUT v Praze

² ÚPŘT, VŠCHT Praha

Abstrakt

Při rozpoznávání 2D binárních objektů z jejich diskrétní realizace se využívají různé principy konstrukce invariantních charakteristik. Klasicky trváme na invarianci vůči posunu (T) a změně měřítka (S). V celé řadě aplikací dále vyžadujeme invarianci vůči rotaci a zrcadlení, tj. vůči transformacím s ortonormální maticí (O) zachovávajícím vzdálenosti a úhly. Nejsilnějším požadavkem, který v sobě zahrnuje i TSO invarianci, je afinní (A) invariance. V práci je využita 2D Fourierova transformace ke konstrukci TSO a afinně invariantních obálek. Ty jsou pak podkladem pro invariantní rozpoznávání 2D obrazu. Jiný přístup je založen na harmonické analýze chování invariantního (TSO nebo A) spektra na kružnici s poloměrem $\omega > 0$. Tak obdržíme čtyři různé metody generování invariantních příznaků, které byly následně realizovány v prostředí Matlab. Testování metod bylo provedeno na úloze o rozpoznávání siluet ryb. Byly vygenerovány jak TSO, tak A transformované obrazy, a následně byla ověřena použitelnost invariantních metod.

1 Úvod

Diskrétní binární 2D obraz může být reprezentován jako obrazová funkce $f^+ : \mathbb{K}_{2,N} \rightarrow \{0, 1\}$, kde $\mathbb{K}_{2,N} = \{0; \dots; N-1\}^2$ je diskrétní hyperkrychle. Takový binární obraz může být upraven několika typy transformací: posunutí, transformace s ortonormální maticí (rotace, zrcadlení) a změna měřítka. Afinní transformace v sobě zahrnuje všechny tyto transformace a navíc ještě protažení obrazu a druhou rotaci. Při rozpoznávání je využita Fourierova transformace, která je pro obraz f^+ definována vztahem

$$F^+(\bar{\omega}) = \sum_{x_1=0}^{N-1} \dots \sum_{x_n=0}^{N-1} f^+(\bar{x}) e^{-\frac{2\pi i}{N} \bar{\omega}' \bar{x}}. \quad (1)$$

2 Invariantní rozpoznávací systémy

Invariantní systémy využívají *normalizovaného spektra*

$$\Phi_f^+(\bar{\omega}) = \left| \frac{F^+(\bar{\omega})}{F^+(\bar{0})} \right|^2, \quad (2)$$

které je invariantní vůči posunutí obrazu. Abychom dosáhly také invariance vůči ostatním transformacím, využíváme dva různé postupy.

2.1 TSO invariantní systém

Pro dosažení invariance vůči transformaci s ortonormální maticí využíváme *horní a dolní obálku* spektra Φ , kterou definujeme jako

$$L_f^+(\omega) = \min_{\|\bar{\omega}\|=\omega} \Phi_f^+(\bar{\omega}), \quad U_f^+(\omega) = \max_{\|\bar{\omega}\|=\omega} \Phi_f^+(\bar{\omega}). \quad (3)$$

Z dolní obálky zjistíme *referenční bod* $\omega^* = \min\{\omega \in \mathbb{R}^+, L_f^+(\omega) \leq \frac{1}{4}\}$, který je využit pro relativizaci obou obálek. *Dolní a horní relativizovaná obálka*

$$L_f^{*+}(\omega) = L_f^+(\omega^* \omega), \quad U_f^{*+}(\omega) = U_f^+(\omega^* \omega) \quad (4)$$

je potom invariantní nejen vůči posunutí a transformaci s ortonormální maticí, ale také vůči změně velikosti, tedy je *TSO* invariantní. Vzorky z těchto obálek potom mohou sloužit jako vzory pro rozpoznávací systém.

Jiná metoda je založena na harmonické analýze *TSO* invariantního spektra, které získáme ze spektra Φ^+ za pomoci referenčního bodu. Toto *TSO invariantní spektrum* definujeme jako

$$\Upsilon_f^+(\bar{\omega}) = \Phi_f^+(\omega^* \bar{\omega}). \quad (5)$$

Toto spektrum vyjádříme v polárních souřadnicích

$$\omega_1 = \omega \cos \varphi, \quad (6)$$

$$\omega_2 = \omega \sin \varphi \quad (7)$$

pro $\omega \geq 0$ a $\varphi \in [0, 2\pi]$. Funkce $\Upsilon^+(\omega \cos \varphi, \omega \sin \varphi)$ je periodická ve φ pro libovolně zvolené pevné ω . Funkce tedy může být vyjádřena jako Fourierova řada pro dané ω . Druhé mocniny absolutních hodnot jejích Fourierových koeficientů jsou

$$T_n^+(\omega) = \left| \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \Upsilon^+(\omega \cos \varphi, \omega \sin \varphi) e^{in\varphi} d\varphi \right|^2 \quad (8)$$

pro $n \in \mathbb{N}_0$, $\omega \geq 0$. Funkce $T_n^+(\omega)$ jsou *TSO* invariantní vzhledem ke změnám ve 2D obrazu f^+ .

2.2 A invariantní systém

Z normalizovaného výkonového spektra Φ^+ funkce f^+ můžeme získat radiálně transformované spektrum Ψ^+ . Nejprve najdeme vlastní čísla λ_1^+, λ_2^+ a vlastní vektory \bar{e}_1^+, \bar{e}_2^+ matice

$$\mathbf{G}^+ = \begin{pmatrix} \tilde{\mu}_{20}^+ + \frac{1}{12} & \tilde{\mu}_{11}^+ \\ \tilde{\mu}_{11}^+ & \tilde{\mu}_{02}^+ + \frac{1}{12} \end{pmatrix} \quad (9)$$

kde $\tilde{\mu}_{pq}^+ = \frac{\mu_{pq}^+}{m_{00}^+}$, přičemž m_{pq}^+ , resp. μ_{pq}^+ je obecný, resp. centrální moment řádu $p+q$. Vytvoříme matice \mathbf{L}^+ a \mathbf{Q}^+ tak, že

$$(\mathbf{L}^+)^{-\frac{1}{2}} = \begin{pmatrix} (\lambda_1^+)^{-\frac{1}{2}} & 0 \\ 0 & (\lambda_2^+)^{-\frac{1}{2}} \end{pmatrix}, \quad (10)$$

$$\mathbf{Q}^+ = (\bar{e}_1^+ | \bar{e}_2^+). \quad (11)$$

Potom již můžeme vypočítat transformační matici

$$\mathbf{A}^+ = \mathbf{Q}^+ (\mathbf{L}^+)^{-\frac{1}{2}}, \quad (12)$$

kterou využijeme k radializaci spektra Φ^+

$$\Psi^+(\omega_1, \omega_2) = \Phi^+(\mathbf{A}^+ \bar{\omega}) = \Phi^+(a_{1,1}^+ \omega_1 + a_{1,2}^+ \omega_2, a_{2,1}^+ \omega_1 + a_{2,2}^+ \omega_2) \quad (13)$$

přičemž platí

$$\Psi^+(0, 0) = 1, \quad \frac{\partial \Psi^+}{\partial \omega_1}(0, 0) = \frac{\partial \Psi^+}{\partial \omega_2}(0, 0) = 0 \quad (14)$$

$$\frac{\partial^2 \Psi^+}{\partial \omega_1^2}(0,0) = \frac{\partial^2 \Psi^+}{\partial \omega_2^2}(0,0) = -1, \quad \frac{\partial^2 \Psi^+}{\partial \omega_1 \omega_2}(0,0) = 0. \quad (15)$$

K tomuto spektru můžeme opět přistupovat dvěma způsoby. První z nich zkoumá obálky spektra Ψ^+ . Definujeme *dolní a horní afinně invariantní obálku* jako

$$L_f^{\circ+}(\omega) = \min_{\|\bar{\omega}\|=\omega} \Psi_f^+(\bar{\omega}), \quad U_f^{\circ+}(\omega) = \max_{\|\bar{\omega}\|=\omega} \Psi_f^+(\bar{\omega}). \quad (16)$$

Druhá metoda se zabývá harmonickou analýzou tohoto spektra. Obdobně jako u *TSO* invariantního systému přejdeme k polárním souřadnicím, přičemž funkce $\Psi^+(\omega \cos \varphi, \omega \sin \varphi)$ je periodická ve φ pro libovolně zvolené pevné ω . Funkce tedy může být vyjádřena jako Fourierova řada pro dané ω . Druhé mocniny absolutních hodnot jejích Fourierových koeficientů jsou

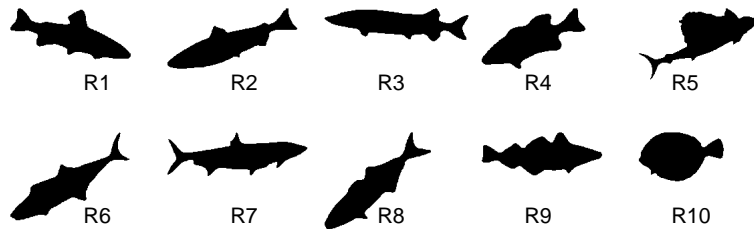
$$C_n^+(\omega) = \left| \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \Psi^+(\omega \cos \varphi, \omega \sin \varphi) e^{in\varphi} d\varphi \right|^2. \quad (17)$$

pro $n \in \mathbb{N}_0$, $\omega \geq 0$. Funkce $C_n^+(\omega)$ jsou afinně invariantní vzhledem ke změnám ve 2D obrazu f^+ .

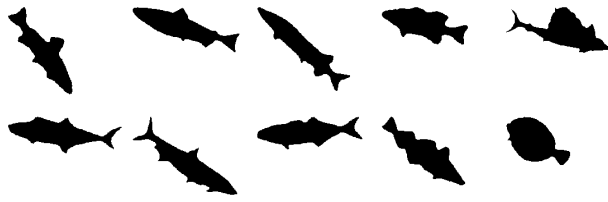
3 Experimentální část

Testování metod bylo provedeno na úloze o rozpoznávání siluet ryb. Siluety deseti různých druhů ryb použité pro obě dvě ukázky jsou zobrazeny na obr. 1. V první ukázce připouštíme pouze *TSO* transformace (obr. 2), každá třída ryb obsahuje dvacet různě transformovaných siluet. Na tyto obrazy můžeme použít všechny čtyři metody a výsledky porovnat. Obálky a harmonická spektra byla zkoumána pro $\omega \in [e^{-\frac{1}{2}}, e^2]$. Porovnání výsledků bylo zkoumáno hlediska kvality PCA pro jednotlivé obrazy.

Data pro první metodu, která používá relativizované obálky normalizovaného výkonového spektra pro klasifikaci objektů, jsou získávána ve tvaru $\bar{x} = (L_f^{*+}, U_f^{*+})$. PCA obálek je zobrazeno na obr. 4. Systém chápe siluety ryb ze tříd R3, R5 a R10 jako zcela odlišné od všech ostatních. Vyčleněnou skupinou jsou také ryby R4 a R9. Naopak třídy R6, R8 a R2, R7 mají podobné obálky. Druhá metoda provádí harmonickou analýzu spektra Φ^{*+} a její data jsou získávána ve tvaru $\bar{x} = (x_0, \dots, x_{10})$, $x_i(\omega) = \ln(1 + T_{2i}^+(\omega))$. PCA harmonických složek spektra Φ^{*+} je zobrazeno na obr. 5. Také na tomto PCA je dobře vidět, že při klasifikaci ryb ze tříd R3, R4, R5 a R10 nedojde k chybám. Vzorky harmonických složek ostatních siluet ryb se však daleko lépe rozmístily v prostoru, což umožňuje snazší klasifikaci než v případě relativizovaných obálek. Třetí metoda zkoumá afinně invariantní obálky a její data máme ve tvaru $\bar{x} = (L_f^{\circ+}, U_f^{\circ+})$. PCA afinně invariantních obálek je zobrazeno na obr. 6. Afinně invariantní systém pokládá za zcela odlišné ryby ze tříd R1, R5 a R7. Z hlediska afinní transformace jsou si asi nejvíce podobné třídy R4 a R8. Poslední metoda se zabývá harmonickou analýzou spektra Ψ^+ a její data sestavíme do vektoru $\bar{x} = (x_0, \dots, x_{10})$, $x_i(\omega) = \ln(1 + C_{2i}^+(\omega))$. PCA harmonických složek spektra Ψ^+ je zobrazeno na obr. 7. Při harmonické analýze spekter ryb jsou opět vyhraněnými typy ryby ze tříd R1, R5 a R7. Naopak navzájem podobné jsou si třídy R9, R10 a R2, R6.



Obrázek 1: Siluety ryb



Obrázek 2: *TSO* transformované siluety ryb



Obrázek 3: *A* transformované siluety ryb

Ve druhé ukázce připouštíme *A* transformace (obr. 3) a na takové obrazy již samozřejmě můžeme použít pouze druhé dvě metody, které získávají (s odchylkami) stejné příznaky z různých afinně transformovaných variant stejného obrazu. Porovnání výsledků těchto dvou metod bylo provedeno opět pomocí PCA. Data byla z vypočítaných hodnot vytvořena stejným způsobem, jako u *TSO* transformací siluet ryb. PCA afinně invariantních obálek je zobrazeno na obr. 8 a pro harmonické složky je PCA zobrazeno na obr. 9. Tyto výsledky jsou obdobné, jako na obr. 6 a 7, neboť *TSO* transformace je součástí *A* transformace.

4 Závěr

Byly představeny čtyři původní metody pro rozpoznávání. Všechny metody fungují dobře a je na nich vidět schopnost klasifikovat binární obrazy do tříd podle jejich tvaru. Jsou-li třídy obrazů navzájem disjunktní z hlediska afinní invariance, je možné také pro *TSO* transformovaná data použít metody pro *A* transformovaná data. Tyto metody dávají jiné výsledky z hlediska vzájemné podobnosti tříd, rozložení shluků však může být pravidelnější, což má za následek menší pravděpodobnost chyby klasifikace při vstupu neznámého vzorku z libovolné třídy. Obecně se jako lepší jeví použití harmonické analýzy spektra než použití obálek. PCA pro afinní transformace obrazů dává velice podobné rozložení shluků, což znamená, že metoda funguje stejně dobře pro libovolně transformovaná data. Všechny algoritmy byly vytvořené v prostředí Matlab 7.

Poděkování

Tato práce byla vypracována za podpory programu č. MSM 6046137306 Ministerstva školství, mládeže a tělovýchovy České republiky.

Reference

- [1] R. Klette, P. Zamperoni. *Handbook of Image Processing Operators*. John Wiley & Sons, England, 1996.
- [2] R. Gonzales, R. Woods. *Digital Image Processing*. Prentice-Hall, New Jersey, 2001.

Kateřina Nováková

České vysoké učení technické v Praze, Fakulta jaderná a fyzikálně inženýrská
Pohraniční 1288/1, 405 01 Děčín I, Česká republika

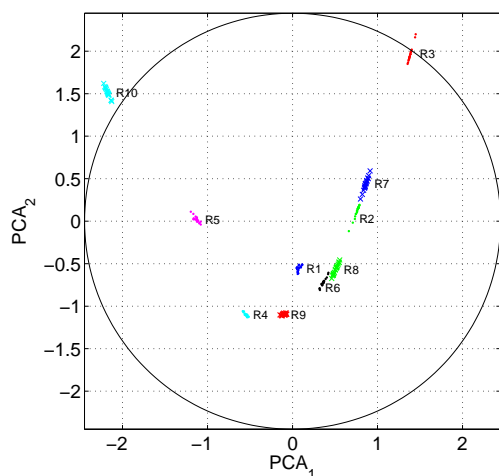
E-mail: katka.novakova@dc.fjfi.cvut.cz

Jaromír Kukul

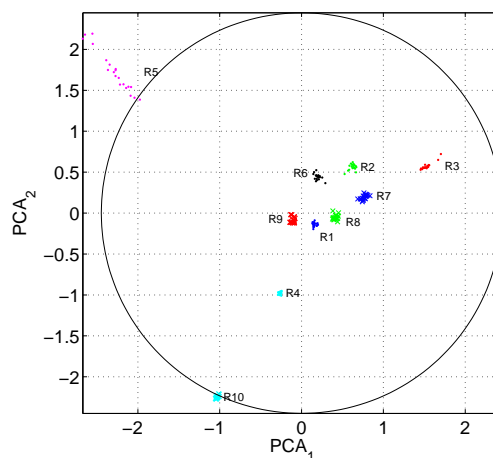
Vysoká škola chemicko-technologická Praha, Fakulta chemického inženýrství

Technická 1905, 166 28 Praha 6, Česká republika

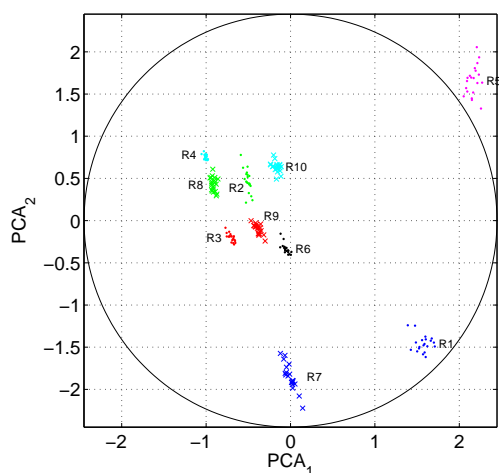
Telefon: +420-2-20444212, e-mail: jaromir.kukul@vscht.cz



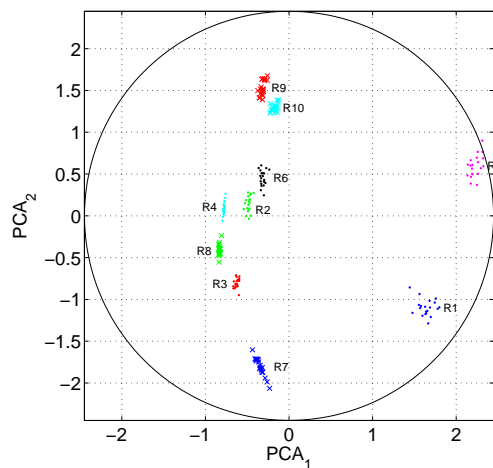
Obrázek 4: PCA pro L_f^{*+}, U_f^{*+} (TSO)



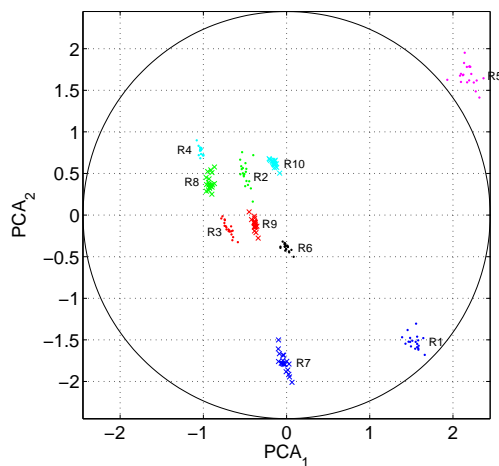
Obrázek 5: PCA pro harm. spektra Φ^{*+} (TSO)



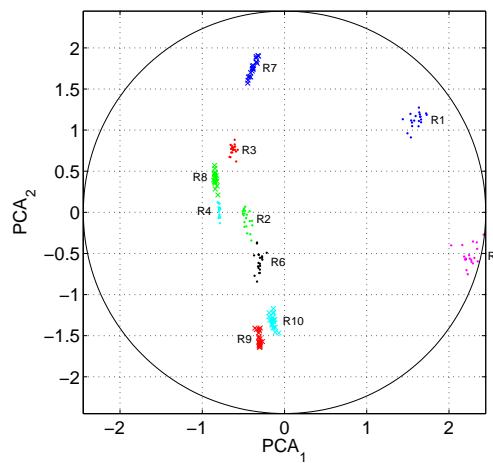
Obrázek 6: PCA pro $L_f^{\circ+}, U_f^{\circ+}$ (TSO)



Obrázek 7: PCA pro harm. spektra Ψ^+ (TSO)



Obrázek 8: PCA pro $L_f^{\circ+}, U_f^{\circ+}$ (A)



Obrázek 9: PCA pro harm. spektra Ψ^+ (A)