

# MODELOVÁNÍ KONTAKTU MEZI ROTOREM MAGNETICKÉHO LOŽISKA A ZÁCHYTNÝM LOŽISKEM

*Matoušek J., Čermák R., Bartoň L.*

Západočeská univerzita, Fakulta strojní, Katedra konstruování strojů, Univerzitní 8, 30614 Plzeň,  
[pmatouse@kks.zcu.cz](mailto:pmatouse@kks.zcu.cz)

## Abstrakt

Aplikací s magnetickými ložisky neustále přibývá vzhledem k jejich výhodám – nulové třecí ztráty, není třeba využívat maziva a z toho vyplývající možnost nasazení ve sterilních prostředích a vakuu. V budoucnosti se předpokládá s jejich využitím především v uložení rotačních strojů s vysokými otáčkami. Jelikož se většinou jedná o drahé stroje a o stroje, jejichž selhání může ohrozit i lidské životy (letecké motory), je důležitým faktorem, kterým se musíme zabývat jejich spolehlivost.

Důležitá z tohoto pohledu je situace, kdy dojde k selhání aktivního magnetického ložiska a my musíme zajistit bezpečný doběh stroje. Z toho důvodu se zabýváme kontaktní dynamikou mezi rotorem a záchytným ložiskem.

## 1 Úvod

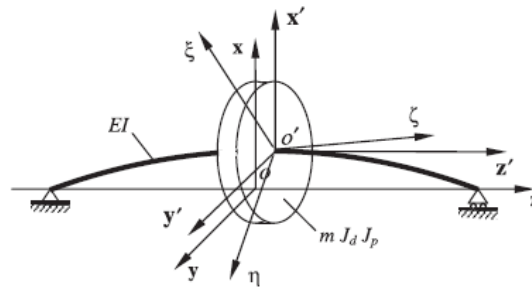
Překročí-li externí zatížení rotoru zavěšeného v aktivních magnetických ložiskách statickou a dynamickou kapacitu magnetického ložiska, nebo dojde-li k výpadku energie, nebo selhání magnetického ložiska z jiného důvodu, pak dojde ke kontaktu se záchytným ložiskem. Záchytné ložisko je nejčastěji valivé ložisko, které je integrované v domku aktivního magnetického ložiska.

Pochopení kontaktní dynamiky je důležité pro další zlepšení bezpečnosti a spolehlivosti v zařízeních s aktivními magnetickými ložisky. Spolehlivost je základním kritériem pro větší rozšíření magnetického uložení u rotačních strojů. Existuje mnoho matematických teorií popisu kontaktu mezi rotorem a záchytným ložiskem. Některé doplácí na svou složitost a z toho vyplývající matematickou neřešitelnost. Nejčastěji řešeným problémem je kompletní selhání AML a plný náraz do záchytného ložiska. Jednou z důležitých úloh, která je třeba řešit je kontakt za provozu AML, kdy externí zatížení, nebo rezonance rotoru způsobí krátký časově omezený kontakt po dobu, než stihne zareagovat řídicí systém AML.

## 2 Tvorba modelu

Pro simulaci uvažujeme plně funkční AML. Rotor se dostane do kontaktu se záchytným ložiskem vlivem rezonance, kdy výchylka rotoru bude větší než je radiální vůle mezi rotorem a záchytným ložiskem. Ke kontaktu dojde po omezenou chvíli (dokud nezareaguje řídicí systém ložiska).

Model rotoru je vytvořen za pomoci Lagrangeových rovnic. K modelování rotoru využijeme Jeffcotův rotor. K simulaci vlivu magnetického ložiska využijeme nahrazení tuhosti a tlumení rotoru hodnotami tuhosti a tlumení magnetického ložiska.



Obrázek 1: Jeffcotův rotor

Uvažujeme 6 stupňů volnosti rotoru. Dále uvažujeme buzení od kontaktu a uvažujeme gyroskopický efekt rotujícího hřídele. Matematický model je daný soustavou pohybových rovnic ve tvaru:

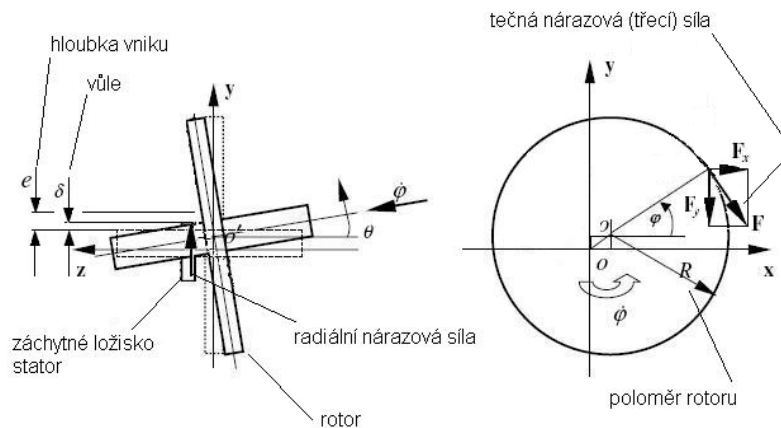
$$[M]\{\ddot{q}\} + [C]\{\dot{q}\} + [K]\{q\} = \{Q\} \quad (1)$$

kde vektor buzení  $Q$  je určen vektorem sil od nevyváhy rotoru a kontaktních sil – nárazových a třecích sil. Nárazové síly jsou určeny Hertzovou teorií.

### 3 Model kontaktu

Rázová síla vyvolaná kontaktem se rozloží do dvou složek. Do radiální složky, která je způsobená translačními výchylkami rotoru a do tečné (třecí) složky, která je způsobená gyroskopickými účinky rotoru.

Radiální rázovou sílu určíme z Hertzova zákona o kontaktu dvou těles a tečnou rázovou sílu určíme z Coulombova třecího zákona.



Obrázek 2: Kontakt mezi rotorem a záchytným ložiskem

Síly při nárazu lze tedy vyjádřit:

$$\begin{aligned} F_R &= k(R\theta - \delta) \\ F_T &= f \cdot F_R = f \cdot k(R\theta - \delta) \end{aligned} \quad (2)$$

, kde  $R$  je poloměr rotoru,  $\delta$  je radiální vůle mezi záchytným ložiskem a rotorem,  $k$  je tuhost kontaktu,  $f$  je součinitel tření mezi rotorem a záchytným ložiskem a  $\theta$  je natočení rotoru.

## 4 Simulace

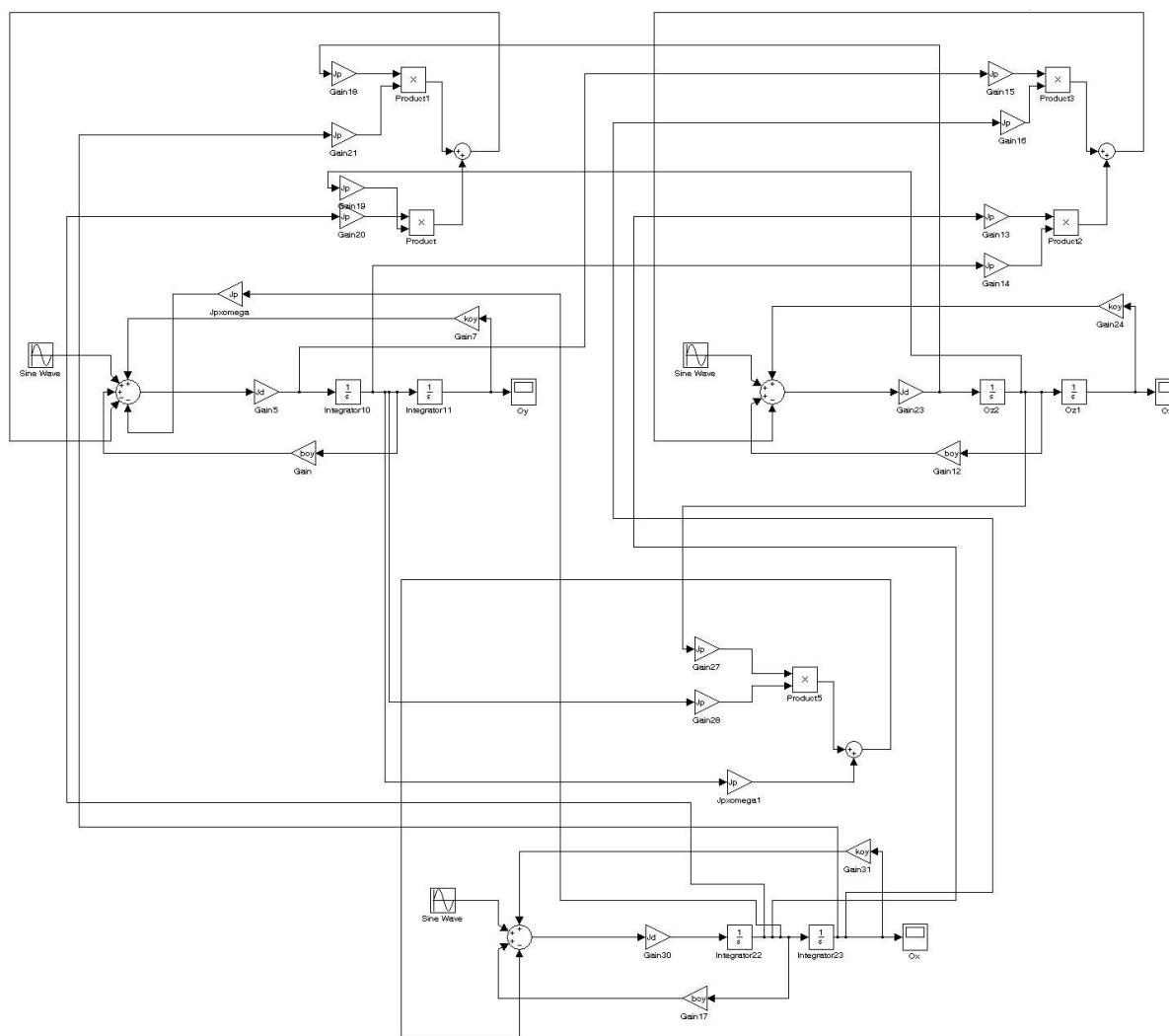
Model je počítán v Simulinku. Model je tvořen soustavou nelineárních diferenciálních rovnic druhého řádu. Jako řešič je využit ODE23tb.

Od nevývahy rotoru uvažujeme sinusové buzení.

Tabulka 1: Základní parametry nastavované v simulaci

Parametry rotoru :

hmotnost [kg]	4
průměr rotoru [m]	$3.0 \times 10^{-2}$
tuhost rotoru [N/m]	$0.9 \times 10^6$
vůle mezi rotorem a statorem [m]	$1.0 \times 10^{-3}$
<u>tuhost kontaktu [N/m]</u>	<u><math>2.0 \times 10^6</math></u>

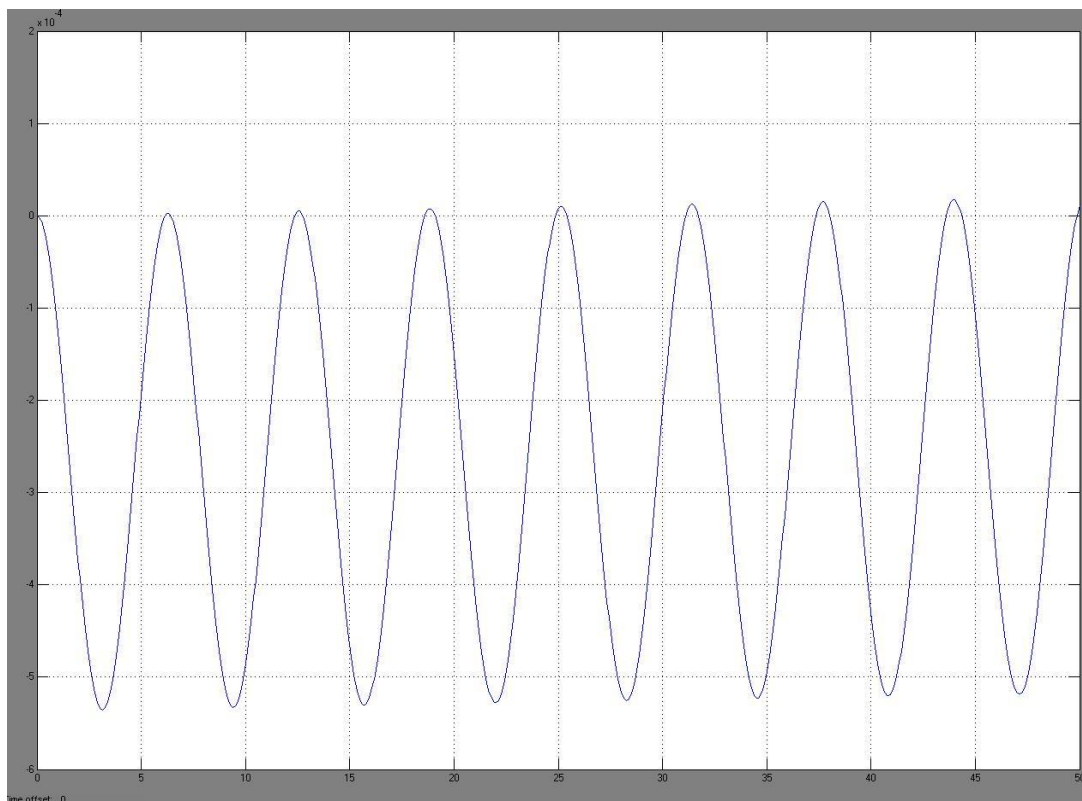


Obrázek 3: Blokové schéma v simulinku pro výpočet natočení

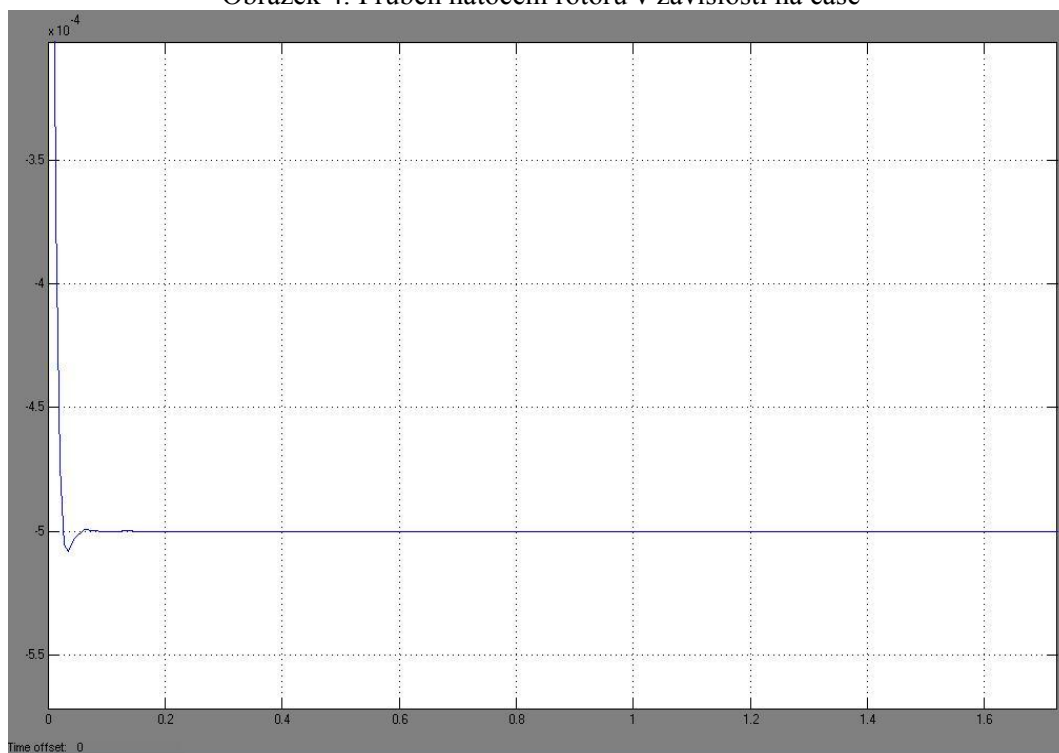
## 5 Výsledky simulace

Na obrázku 4 je vidět průběh natočení  $\Theta$  v závislosti na čase. Na obrázku 5 je vidět průběh výchylky rotoru v ose y. Průběhy výchylky v ostatních osách mají obdobný tvar.

Sinusové buzení způsobuje i výrazně sinusový tvar natočení rotoru.



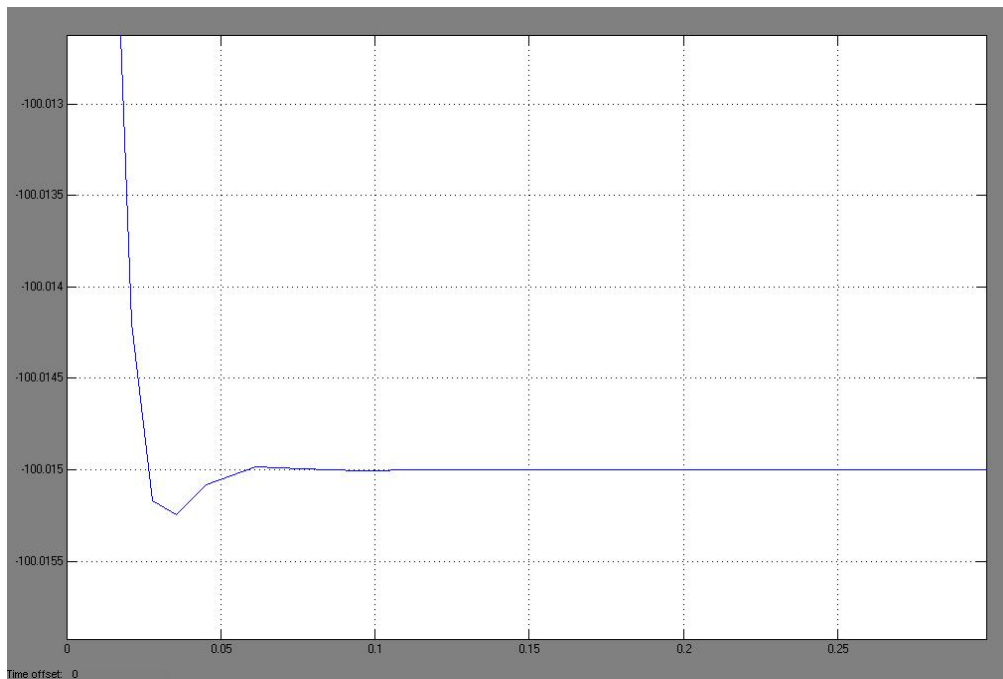
Obrázek 4: Průběh natočení rotoru v závislosti na čase



Obrázek 5: Průběh posunutí v ose y v závislosti na čase

Obrázek 5 ukazuje pád rotoru na záchytné ložisko v případě výpadku napájení magnetického ložiska. Při nárazu rotoru na uvažované poddajné ložisko dojde ke vniku rotoru do hloubky jedné setiny milimetru. Poté se výchylka ustálí na hodnotě radiální vůle mezi rotorem a záchytným ložiskem, která je 0.5 mm.

Výsledkem simulace je tedy kontaktní síla, jejíž průběh je vidět na obrázku 6 a její tvar odpovídá průběhu posunutí. Maximální hodnota radiální kontaktní síly činí 100,0153 N.



Obrázek 6: Průběh radiální kontaktní síly v závislosti na čase

## 6 Shrnutí

Program Matlab, konkrétně jeho nadstavba Simulink velmi účinně posloužil k modelování nelineárních diferenciálních pohybových rovnic, které byly sestaveny pro modelování kontaktu mezi rotorem a záchytným ložiskem. Přestože se jedná o jednoduchý případ modelovaný Jeffcotovým rotorem, nelinearita působí potíže při řešení. Jiné přístupy k modelování kontaktu se zase musí potýkat s jinými problémy, jako je například přílišná tuhost kontaktu a tím příliš malý integrační krok způsobující neřešitelnost úlohy.

Výsledky jsou pouze podkladem pro tvorbu dalších upřesňujících modelů, které se budou vytvářet např. metodou konečných prvků. Tyto výsledky bude taktéž potřebné ověřit experimentem.

## 7 Poděkování

Tato práce vznikla za podpory projektu GA101/05/P040 Grantové agentury ČR.

### Literatura

- [1] Zhenwei Yuan, Fulei Chua, Rujiang Hao: *Simulation of rotor's axial rub-impact in full degrees of freedom*, Mechanism and Machine Theory 42 (2007) 763–775
- [2] Fulei Chu, Wenxiu Lu: *Stiffening effect of the rotor during the rotor-to-stator rub in a rotating machine*, Journal of Sound and Vibration 308 (2007) 758–766
- [3] Zhenwei Yuana, Fulei Chua, Yanli Lin: *External and internal coupling effects of rotor's bending and torsional vibrations under unbalances*, Journal of Sound and Vibration 299 (2007) 339–347
- [4] Wen-Ming Zhanga, Guang Menga, Di Chenb, Jian-Bin Zhoua, Jie-Yu Chen: *Nonlinear dynamics of a rub-impact micro-rotor system with scale-dependent friction model*, Journal of Sound and Vibration
- [5] R. Larsonneur: *Modeling and Analysis of Dynamic Mechanical Systems with a special focus on Rotordynamics and Active Magnetic Bearing (AMB) Systems*, Mecos Traxler AG, Switzerland
- [6] Antti Kärkkäinen, Jussi Sopanen, Aki Mikkola: *Dynamic simulation of a flexible rotor during drop on retainer bearings*, Journal of Sound and Vibration 306 (2007) 601–617