

ANIZOCHRONNÍ MODEL RH PROCESU

J. Morávka¹, K. Michalek²

¹Třinecký inženýring, a.s., ²VŠB – Technická univerzita Ostrava, FMMI, Katedra metalurgie

Abstrakt

V příspěvku je prezentován návrh a ověření vhodného fyzikálně adekvátního anizochronního kyberneticko - matematického modelu tzv. RH procesu. Uvedený metalurgický proces slouží k vakuování tekuté oceli oběžným (recirkulačním) způsobem za účelem zvyšování kvality oceli vyrobené v kyslíkovém konvertoru anebo v elektrické obloukové peci.

1 Úvod

RH (Ruhrstahl-Heraeus) **proces** je metalurgický pochod, který slouží k vakuování tekuté oceli oběžným (recirkulačním) způsobem, při kterém je ocel nasávána z *licí pánve* (LP), prochází přes *vakuovou* (RH) *komoru* a poté se vrací zpět do pánve. Cílem tohoto zpracování tekuté oceli je zvyšování kvality oceli vyrobené např. v kyslíkovém konvertoru (KK) nebo v elektrické obloukové peci (EOP). V podmínkách vakua (resp. hlubokého podtlaku) dochází totiž k *odstraňování rozpuštěných plynů* z oceli (dusík, vodík), probíhá *vakuová desoxidace* (snížování rozpuštěného kyslíku v oceli), snížování obsahu *nekovových vměstků*, ad.

V létech 2006/2007 byly v Laboratoři fyzikálního a numerického modelování metalurgických procesů Katedry metalurgie (KM) FMMI VŠB-TU Ostrava zhotoveny *fyzikální modely* LP (*mLP*) a RH komory (*mRH*) ve stejném délkovém (geometrickém) měřítku k dílu, a to v měřítku 1:9. Na modelech byla uskutečněna série experimentů v květnu roku 2007.

Pomocí naměřených a transformovaných údajů bezrozměrové koncentrace modelové kapaliny byl hledán vhodný *fyzikálně adekvátní matematický model* RH procesu. Jako velice věrohodný se ukázal být kybernetický rozdílový model obsahující v jedné větvi *anizochronní* proporcionální soustavu se setrvačností 1. řádu. Parametrická identifikace (zjištění hodnot parametrů modelu) byla uskutečněna v systému Matlab/Simulink pomocí modelování (Simulink) a optimalizace (Matlab).

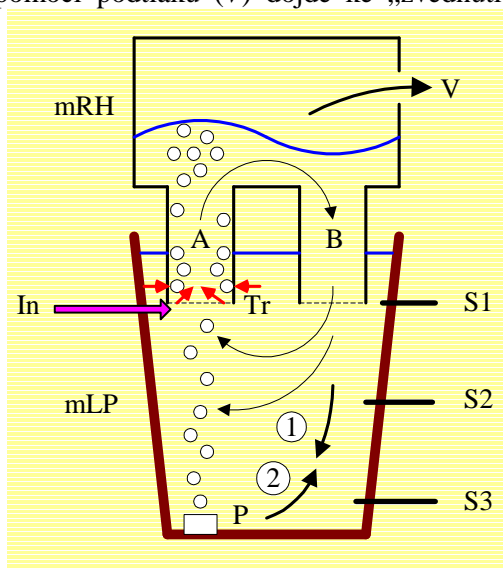
2 Popis modelů a dějů

Schematické znázornění situace při vakuování oceli (vody) inertním plynem (argonem) v modelu licí pánve (*mLP*) pomocí modelu RH komory (*mRH*) je na *obr.1*.

Stručný technologický popis děje je následující: pomocí podtlaku (V) dojde ke „zvednutí“ hladiny modelové kapaliny (obarvené a koncentračně obohacené vody) do RH komory. Po ustálení se do spodní části vstupní trubice (označenou *A* - levá) začne přivádět argon (bubliny) o konstantním objemovém průtoku q_1 primárně ze speciálních trysek (*Tr*), umístěných po obvodu trubice (v praxi je počet trysek 12, 16 nebo až 24, někdy i ve dvou řadách).

Obr. 1 : Dmýhání argonu do modelu licí pánve s RH komorou

Sekundárně je možné argon (o konstantním objemovém průtoku q_2) přivádět i z excentricky (mimosově) umístěného prodmýhávacího prvku *P* (dmýhací tvárnice, tzv. „kámen“) ve dně *mLP*. Na vstup do trubice (*In*) se při modelových pokusech injektuje stopovací látka (čas 0). V důsledku průtoku kapaliny komorou stopovací látka projde s kapalinou přes komoru a opustí komoru přes výstupní trubici (označenou *B* - pravá) do pánve (*mLP*).

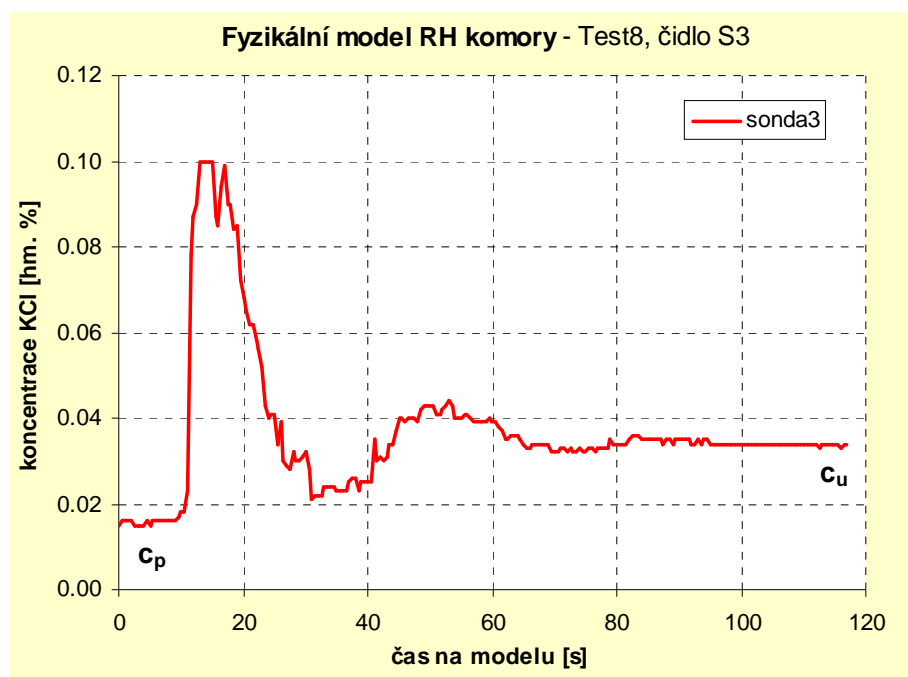


Ve stěně modelu pánve jsou umístěny tři vodivostní (resp. kombinované teplotně-vodivostní) sondy, přičemž horní sonda je označena „sonda1“ (S1), spodní pak „sonda3“ (S3). Sondy zaznamenávají změny koncentrace lázně v průběhu vakuování. Po průchodu kapaliny komorou je tato znova „nasáta“ vstupní trubicí (A), přičemž po projití RH komorou je indikována pomocí sond již nižší koncentrace. Tímto cyklickým způsobem dochází k postupnému zhomogenizování obsahu licí pánve až k ustálení konečné koncentrace lázně.

Na molekuly kapaliny v blízkosti (níže položených) snímačů S2, a hlavně S3, v podstatě působí proti sobě dvě tlakové síly: **1** (recirkulační, cyklická) a **2** (rezistentní).

3 Naměřená data

Analýza a syntéza fyzikálně adekvátního matematického modelu byla uskutečněna na základě experimentů z období května roku 2007. Pro začátek byl konkrétně použit experiment s označením *Test8*, uskutečněný dne 22.5.2007. Pro dokumentaci byl vybrán průběh naměřené koncentrace $c_3(t)$ na sondě S3 (při periodě snímání $\Delta t \approx 0.5$ s) – viz obr.2:



Obr. 2 : Průběh naměřené koncentrace na spodní sondě S3

Obecně je z průběhů koncentrací na čidlech zřejmých několik skutečností:

- zahájení a průběh prodmychávání oceli plynem lze aproximačně uvažovat ve tvaru *Heavisideova jednotkového skoku* a tím lze průběhy koncentrací chápat jako přechodové charakteristiky,
- u prvního překmitu je v počáteční fázi patrné určité *dopravní zpoždění*, které je dáno dobou od injektáže stopovací látky do její registrace čidlem. U dalších cyklů (překmitů) není už uvedená skutečnost přímo a navenek patrná. Existující dopravní zpoždění sice pořád působí, ale je skryté, latentní, „vnitřní“,
- překmit průběhů (zřejmě úměrný rozdílu tlakových sil **1** a **2**) rapidně klesá, takže počet překmitů nebývá větší než tři,
- ustálená (konečná) hodnota koncentrace je úměrná podílu objemů koncentračně obohacené a čisté modelové kapaliny (vody).

Jak je vidět z obr.2, počáteční koncentrace lázně není nulová, ale odpovídá zbytkové (přirozené) vodivosti modelové kapaliny (vody). Z tohoto důvodu, ale i z důvodu porovnání průběhů na všech snímačích ve všech experimentech, bylo vhodné zavést normovanou (bezrozměrovou) koncentraci lázně podle vztahu:

$$c_n(t) = \frac{c(t) - c_p}{c_u - c_p} \quad [-] \quad (1)$$

kde je t - čas [s],
 $c(t)$ - naměřená koncentrace zabarvené vody [hm. %],
 c_p - počáteční hodnota koncentrace [hm. %],
 c_u - ustálená (konečná) hodnota koncentrace [hm. %].

Ze vztahu (1) je zřejmé, že počáteční hodnota normované koncentrace bude *nulová* a konečná (ustálená) hodnota bude rovná *jedné*.

4 První identifikace soustavy

Na základě teoretických znalostí a zkušeností lze odhadnout, že přechodový děj zkoumané soustavy připomíná *kmitavou* (tzv. vlastní) *proporcionální soustavu se setrvačností 2. řádu* (*Sp2k*). Tato soustava by mohla být *fyzikálně adekvátní* pro zkoumaný děj, protože pro kapalinu lze definovat hydraulickou *kapacitu* i hydraulickou *indukčnost* [NOSKIEVIČ 1999].

Ověření uvedené hypotézy je možné pomocí deterministické identifikace za použití přechodové charakteristiky. Obecně je však v příslušné literatuře – např. [NOSKIEVIČ 1999], [VÍTEČKOVÁ 1998] a [FIKAR & MIKLEŠ 2003], konstatováno, že vyhodnocování přechodových charakteristik kmitavých proporcionálních regulovaných soustav je *velmi náročné*. Na druhé straně však pro identifikaci byly vypracovány *poměrně jednoduché postupy*.

Laplaceův (L) přenos kmitavé proporcionální soustavy 2. řádu (se dvěma komplexně sdruženými kořeny) má tvar:

$$G(s) = \frac{k_1}{T_0^2 s^2 + 2\xi T_0 s + 1}, \quad (2)$$

kde je k_1 – koeficient přenosu soustavy,
 T_0 – perioda netlumených kmitů [s],
 ξ – součinitel poměrného tlumení v rozsahu $0 < \xi < 1$ [-],
 s – komplexní proměnná L-transformace [1/s].

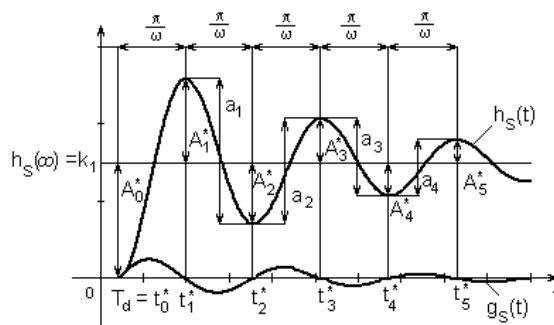
Uvedenému přenosu odpovídá přechodová funkce ve tvaru rovnice (3) [VÍTEČKOVÁ 1998], kde je ω kruhová frekvence tlumených kmitů [rad/s] a φ fázový posun [rad]:

$$h(t) = k_1 \left\{ 1 - \frac{1}{T_0 \omega} e^{-\frac{\xi}{T_0} t} \sin(\omega t + \varphi) \right\}, \quad (3)$$

$$\omega = \frac{1}{T_0} \sqrt{1 - \xi^2}, \quad (4)$$

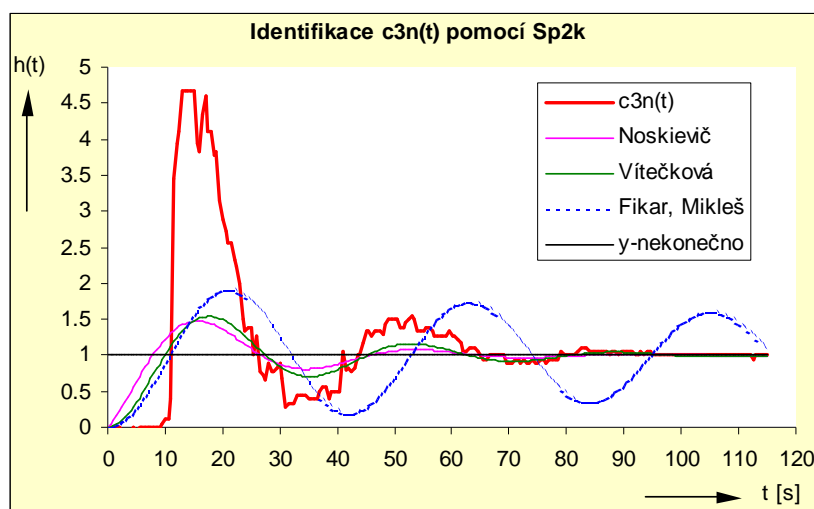
$$\varphi = \arcsin(\omega T_0). \quad (5)$$

Tvar a charakteristické hodnoty přechodové charakteristiky pro identifikaci *Sp2k* jsou na *obr.3*:



Obr. 3 : Průběhy přechodové charakteristiky pro kmitavou regulovanou soustavu

Výše uvedené literární odkazy uvádějí tři různé jednoduché přístupy k identifikaci s výběrem různých parametrů průběhu přechodové charakteristiky. Grafické znázornění výsledků identifikace s označením podle autorů publikací je (pro normované hodnoty koncentrace ze sondy S3 pokusu T8 s označením $c_{3n}(t)$) přehledně viditelné a porovnatelné na obr.4:



Obr. 4 : Přechodové charakteristiky soustavy a jejích identifikačních modelů

Z obr.4 je zřejmé, že výsledky uvedených identifikačních metod ukazují na *nevhodnost* a *nepoužitelnost* tohoto modelu (pomocí kterého nelze současně dosáhnout potřebného *tlumení* a *periody* přechodového děje), a tím i na nutnost hledání jiného vhodného modelu soustavy.

5 Druhá identifikace soustavy

Neúspěch první falešně „heuristické“ identifikace naznačuje nutnost použití složitějšího matematického modelu. Je možné buď vyjít z *fyzikálně-matematického* popisu dějů v soustavě anebo použít aproximace chování pomocí tzv. *kompartmentů*, které pak mohou vést k poměrně jednoduchým, avšak dostatečně přesným fyzikálně adekvátním modelům. V analyzovaném případě tento přístup vedl k použití tzv. *anizochronní* soustavy.

5.1 Přístupy k řešení

Exaktní *fyzikálně-matematický* (teoretický) *popis* dějů při vakuování oceli argonem by byl velice složitý a vedl by k soustavě *nelineárních parciálních diferenciálních rovnic* popisujících přenos *hybnosti, tepla, složek* s budicí funkcí ve tvaru rovnice tzv. *deterministického chaosu* (probublávání argonu). Takovýto systém by byl řešitelný pouze *numericky*, prostřednictvím tzv. *CFD* (Computational Fluid Dynamics) programů (např. programu *Fluent*). Uvedený přístup je pro RH proces do určité míry popsán v literatuře, např. [KLEIMT et al. 1999, 2001a, 2001b], [ALMEIDA et al. 2006], rovnice probublávání plynu jsou např. uvedeny v [BARTRAND 2006].

Dalším vhodným řešením je použití tzv. *kompartmentů* [NOVÁK & ZÍTEK 1982], [ZÍTEK 1990]. *Kompartment* je fiktivní prvek vzniklý *soustředováním* a *oddělováním* vlastností objektu na určitých úsecích prostoru. Je to tedy takový myšlený prvek náhradního (prostorově *dekomponovaného* diskrétního) a mnohdy intuitivního modelu, který na zvolené části geometrického prostoru analyzovaného 3D objektu izoluje a soustřeďuje *jedinou* sledovanou *vlastnost* tohoto objektu. Pojem *kompartmentu* se stal zvláště cenným nástrojem při analýze velmi komplikovaných dynamických jevů, u nichž často ani nejsme schopni exaktní matematický popis – ve smyslu spojitě rozložených parametrů – formulovat. Příkladem používání jsou „méně exaktní“ vědní obory *fyzilogie, biologie, ekologie*, kde exaktní modely není možno sestavit. V tradičních „exaktních“ oborech *přírodních* a *technických* věd se užívání termínu *kompartment* nevžilo, i když je užitečné.

V analyzovaném případě chování dějů v modelu LP s RH komorou lze po intuitivní prostorové diskretizaci kontinua (lázně) dospět ke *dvěma* proti sobě působícím *kompartmentům*, označeným jako „tlakové síly“ **1** a **2** (obr. 1). Při této dekompozici nebylo ani třeba vycházet z exaktního popisu

pomocí soustavy (stochastických a deterministických, obecně nelineárních) parciálních diferenciálních rovnic. V daném případě by však navíc exaktní popis bylo velice těžké, pokud vůbec, sestavit. Je to dáno hlavně tím, že *kontinuum* (lázeň) je na zkoumaném objektu vystaveno – nejen na okrajích – působení *účinku soustředěného charakteru*, tj. tlakovým změnám a současně průtoku argonu.

5.2 Anizochronní proporcionální soustava 1. řádu

V literatuře [ZÍTEK & VÍTEČEK 1999] je uvedeno několik příkladů *hereditárních* (z lat. heres, heredis = dědic, tj. „dědičných“) systémů, tzn. systémů se zcela libovolně definovaným *zpožděním, soustředěným i rozloženým*. Právě prvek zpoždění indukoval název hereditární, tj. systém „dědičí“ vlastnosti a chování předchozích „předků“, tzn. stavů.

Matematická analýza již od počátku 20. století (např. V. Volterra) budovala aparát popisu hereditárních jevů a systémů pomocí *funkcionálních diferenciálních rovnic*, resp. *diferenciálních rovnic s posunutím v argumentu* (ve starší anglické literatuře označované jako *delay-differential equations* – DDE, viz např. [WEISSTEIN 2003], [WIKIPEDIA 2007a], [WILMOT-SMITH 2006]). Pro jejich řešení ve funkcionálním prostoru je nutné znát tzv. *počáteční funkce* (nejenom *počáteční hodnoty* jako v prostoru stavovém), které určují rozložení, či přesněji chování výstupních proměnných na počátečním („prehistorickém“) rozběhovém intervalu.

V dalším budeme uvažovat jednoduchou základní *anizochronní proporcionální soustavu* (model) *se setrvačností 1. řádu* (se zpožděním na *vstupu* i ve *zpětné vazbě*, dále s označením *Sap1*) s Laplaceovým (L) přenosem:

$$G(s) = \frac{k_1 \cdot e^{-T_{du}s}}{T_1 s + e^{-T_{dy}s}} = \frac{k_1 \cdot \exp(-T_{du}s)}{T_1 s + \exp(-T_{dy}s)} = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{M(s)}{N(s)}, \quad (6)$$

kde je k_1 – koeficient statické citlivosti modelu » koeficient přenosu soustavy,
 T_1 – časová konstanta fáze přechodu » časová konstanta soustavy [s],
 T_{du} – dopravní zpoždění vstupní veličiny soustavy [s],
 T_{dy} – dopravní zpoždění výstupní veličiny ve zpětné vazbě [s],
 $Y(s)$ – L-obraz výstupu,
 $U(s)$ – L-obraz vstupu,
 $M(s)$ – čítec přenosu (nuly soustavy),
 $N(s)$ – jmenovatel přenosu (póly přenosu, charakteristická rovnice).

Pojem anizochronní ukazuje na „*nesoučasnost*“ *kauzálních vztahů* v zobecněné funkcionální stavové formulaci soustavy (systému) ve tvaru vektorové funkcionální diferenciální rovnice [ZÍTEK & VÍTEČEK 1999]. Pro lineární systémy a nulové počáteční funkce i podmínky je možné aplikovat obrazový popis těchto systémů, tj. pomocí L-transformace veličin, a stavová formulace přechází na jednoduchý tvar.

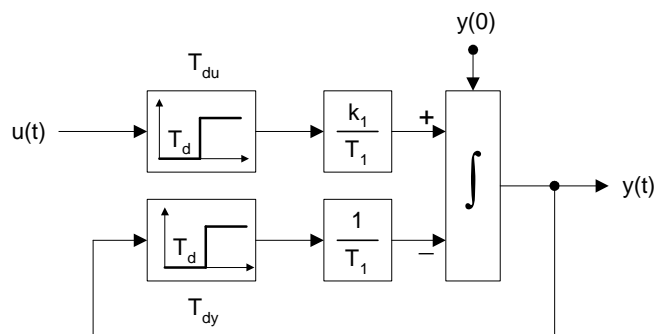
Přenosu (6) odpovídá *lineární diferenciální rovnice 1. řádu s posunutím v argumentu* (s posunutým argumentem) *s konstantními koeficienty*, která má tvar:

$$T_1 y'(t) + y(t - T_{dy}) = k_1 u(t - T_{du}), \quad (7)$$

odkud lze po úpravě získat vyjádření vhodné pro počítačové modelování ve formě funkcionálního stavového modelu, čili jde o tzv. *funkcionální stavovou reprezentaci* soustavy:

$$\frac{dy(t)}{dt} = y'(t) = \frac{k_1}{T_1} \cdot u(t - T_{du}) - \frac{1}{T_1} \cdot y(t - T_{dy}). \quad (8)$$

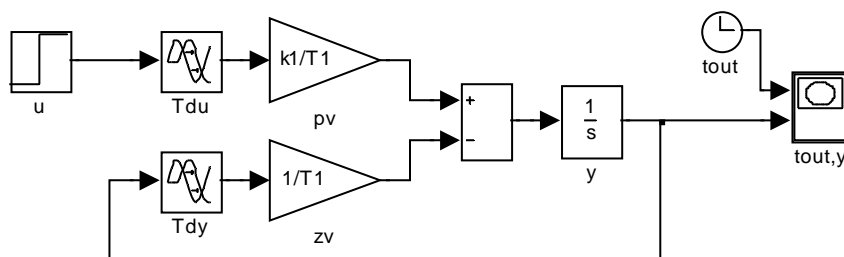
Struktura modelu je znázorněna na *obr.5* tzv. blokovým schématem a ukazuje na snadnou realizovatelnost tohoto anizochronního modelu 1. řádu.



Obr. 5 : Blokové schéma modelu Sap1 podle (8)

Z uvedeného Laplaceova přenosu, diferenciálních rovnic i blokového schématu je zřejmé, že v případě nulových hodnot obou dopravních zpoždění „degeneruje“ anizochronní model (*Sap1*) na klasickou *izochronní* proporcionální soustavu se setrvačností 1. řádu (bez zpoždění, tj. *Sp1*). V případě nulového dopravního zpoždění pouze ve zpětné vazbě lze model nahradit sériovým řazením dopravního zpoždění na vstupu soustavy (T_{du}) a proporcionální soustavy se setrvačností 1. řádu (*Sp1*), čili soustava by v tomto případě celkově byla typu *Sp1dz*.

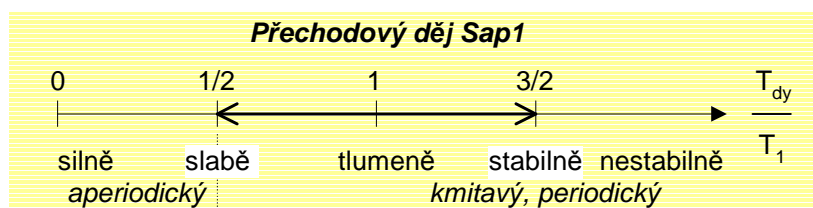
Model soustavy *Sap1* v grafickém prostředí simulačního programu Matlab/Simulink je viditelný na obr.6 (kde *pv* a *zv* označují přímou a zpětnou větev, či vazbu):



Obr. 6 : Blokové schéma modelu Sap1 (Simulink)

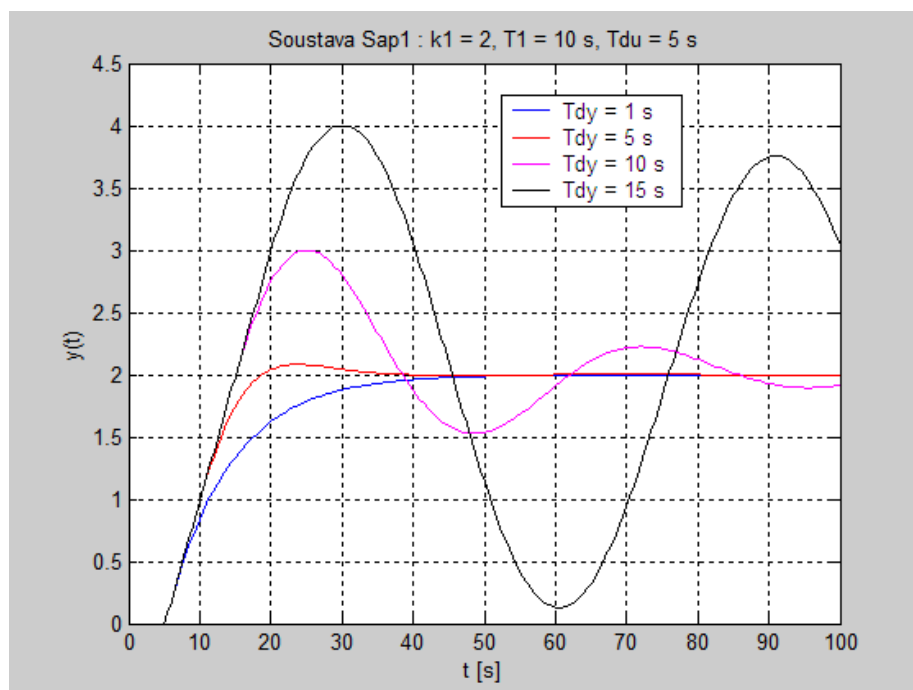
S modelem bylo uskutečněno několik simulačních běhů za účelem zjištění jeho chování při různém nastavení hodnot čtyř parametrů $\{k_1, T_1, T_{du}, T_{dy}\}$. Bylo empiricky zjištěno, že přibližně platí následující skutečnosti (názorně a přehledně také viditelné na obr.7):

- velikost dopravního zpoždění na vstupu T_{du} nemá vliv na charakter přechodové charakteristiky,
- *silně* (mezně) *aperiodický* tvar přechodové charakteristiky lze získat přibližně při splnění nerovnosti $T_{dy} < T_1/2$,
- *slabě aperiodický* pochod nastává pro $T_{dy} \approx T_1/2$,
- nad touto hodnotou už je průběh *tlumeně kmitavý*, přičemž perioda kmitů klesá s nárůstem zesílení (koeficientu statické citlivosti) soustavy k_1 ,
- *mezně* (stabilně) *kmitavý* pochod nastává přibližně pro hodnotu $T_{dy} \approx 1,5 \times T_1 = 3/2 \times T_1$, nad touto hodnotou už je průběh *netlumeně* (nestabilně) *kmitavý*.



Obr. 7 : Přechodové děje modelu Sap1

Na obr.8 jsou pro názornost a dokumentaci předchozích tvrzení zobrazeny přechodové charakteristiky (z programu Simulink) anizochronní soustavy pro konkrétní hodnoty parametrů soustavy *Sap1*: $k1 = 2$, $T1 = 10$ s, $Tdu = 5$ s, $Tdy \in \{1, 5, 10, 15\}$ s, kteréžto hodnoty dopravního zpoždění ve zpětné vazbě odpovídají silně a slabě *aperiodickému* průběhu, jako i průběhu tlumeně i mezně (stabilně) *kmitavému*:



Obr. 8 : Přechodové charakteristiky modelu *Sap1* (Simulink)

Exaktní (přesné) řešení chování anizochronní soustavy 1. řádu je možné pomocí určení kořenů charakteristické rovnice soustavy, vycházející z L-přenosu (6). *Charakteristická rovnice* (která je transcendentní ve tvaru tzv. *kvazipolynomu*, či česky *kvazimnohočlenu* a připouští tedy neomezený počet řešení v komplexním oboru – viz [ZÍTEK & VÍTEČEK 1999]) je pro tuto soustavu následující:

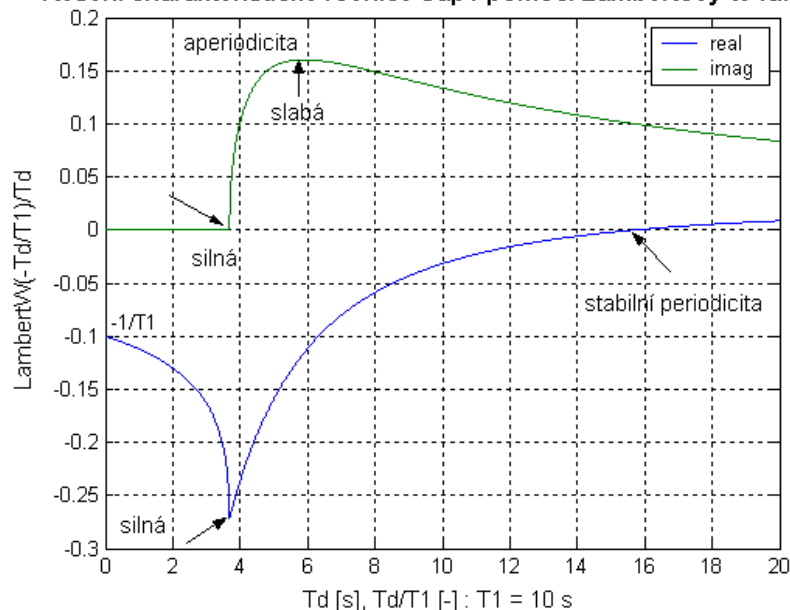
$$N(s) = T_1 s + e^{-T_{dy}s} = T_1 s + \exp(-T_{dy}s) = 0. \quad (9)$$

Její řešení v komplexním oboru je možné pomocí speciální funkce komplexní proměnné, tzv. *Lambertovy W – funkce* (pojmenované po německém matematikovi Johannovi Heinrichovi Lambertovi, zvaná také *omega funkce*, byla publikovaná autorem v roce 1758 a dále zobecněna a použita v roce 1779 v příspěvku Leonarda Eulera, používaná až od roku 1980 v řešeních rovnic obsahujících exponenciální funkci díky implementaci v matematickém programu Maple, zde poprvé nazvaná jako Lambert W – function (s označením LambertW) – viz např. [WIKIPEDIA 2007b], [WEISSTEIN 2005], v programu Matlab má označení *lambertw*), odkud po přehlednějším a jednodušším označení $T_{dy} = T_d$, dostaneme:

$$s(T_d, T_1) = -\frac{W\left(-\frac{T_d}{T_1}\right)}{T_d}. \quad (10)$$

Pro názornější pohled v 2D rovině lze např. zvolit $T_1 = 10$ s a znázornit (obr.9) průběh (závislost) *reálné* a *imaginární* části řešení výše uvedené charakteristické rovnice (9) na parametru dopravního zpoždění $T_d \in (0, 20)$ s:

Resení charakteristicke rovnice Sap1 pomoci Lambertovy W-funkce

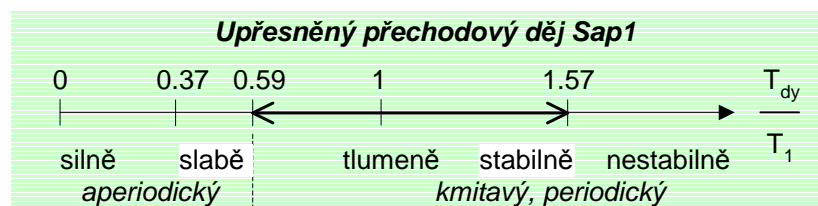


Obr. 9 : Reálná a imaginární část řešení charakteristické rovnice Sap1

Z grafů na obr.9 je jasné několik skutečností a významných bodů (označených šipkami):

- pro mezní hodnotu $Im(s) = 0$ lze získat hodnotu $T_d \approx 3.68$ s, obdobně pro reálnou část $min(Re(s))$ hodnotu $T_d \approx 3.69$ s, což oboje znamená, že *silně aperiodický* průběh přechodové funkce se vyskytuje do hodnoty poměru $T_d/T_1 \approx 0.37$ (přesná hodnota je $1/e$),
- pro $max(Im(s))$ lze získat hodnotu $T_d \approx 5.92$ s, což znamená, že *slabě aperiodický* průběh přechodové funkce se vyskytuje do hodnoty poměru $T_d/T_1 \approx 0.59$,
- z $Re(s) = 0$ lze získat hodnotu $T_d \approx 15.71$ s, což znamená, že *mezně, stabilně kmitavý periodický* průběh přechodové funkce se vyskytuje pro hodnotu poměru $T_d/T_1 \approx 1.57$ (přesně je to $\pi/2$). Nad touto hodnotou je už průběh *netlumeně* (nestabilně) *kmitavý*,
- Pro nulové dopravní zpoždění $T_d = 0$ s existuje pouze jeden reálný kořen charakteristické rovnice $s(0, T_1) = -1/T_1$, což znamená, že anizochronní proporcionalní soustava Sap1 degenerovala na klasickou, obyčejnou izochronní proporcionalní soustavu Sp1.

Prakticky to znamená, že výše uvedený *empirický* odhad mezních hodnot změn charakteru přechodové funkce byl poměrně přesný, *upřesněný* exaktní odhad je uveden na obr.10:



Obr. 10 : Upřesněné přechodové děje modelu Sap1

Z provedených empirických simulací (obr.8) je dále zřejmé, že slabě aperiodické, ale hlavně tlumeně kmitavé přechodové charakteristiky model Sap1 jsou velice podobné přechodovým charakteristikám *proporcionalní soustavy se setrvačností 2. řádu* (setrvačné soustavy 2. řádu) pro různé hodnoty koeficientu poměrného tlumení.

Tvar rovnice i průběh přechodových charakteristik také do jisté míry připomíná tzv. *Hutchinsonovou rovnici růstu* [FARANA aj. 1996], která popisuje růst bakteriální populace s ovlivněním aktuální rychlosti množení bakterií počtem bakterií v minulé generaci. V této diferenciální rovnici se vyskytuje zpožděný argument (délka buněčného cyklu) výstupní veličiny (a ne už veličiny vstupní), což způsobuje tlumeně kmitavý jev u růstu bakteriální populace a dobře odpovídá skutečnosti.

5.3 Rozdílový kompartmentový model

Na základě schématu *mLP* a *mRH*, jako i průběhů koncentrací, byl navržen zjednodušený, tzn. minimální (vycházející z použití principu tzv. Occamovy břitvy: „modely nemají být složitější než je nezbytně nutné“) lineární fyzikálně adekvátní model chování koncentrace oceli v LP s RH komorou při jejím prodávání a vakuování. Tento model vycházel z protipůsobení kompartmentů („tlakových sil“) *I* a *2* (podle *obr.1*) a v minulosti byl takovýto princip s úspěchem použit pro samotný *mLP* [MORÁVKA, MICHALEK & KOHOUT 2006].

Zobecněná funkcionální, resp. anizochronní stavová formulace navrženého modelu RH procesu má tvar:

$$\left. \begin{aligned} \frac{dx_1(t)}{dt} &= \frac{k_1}{T_1} \cdot u(t) - \frac{1}{T_1} \cdot x_1(t - T_{d1}) \\ \frac{dx_2(t)}{dt} &= \frac{k_2}{T_2} \cdot u(t) - \frac{1}{T_2} \cdot x_2(t) = \frac{k_1 - 1}{T_2} \cdot u(t) - \frac{1}{T_2} \cdot x_2(t) \\ y(t) &= x_1(t) - x_2(t) \end{aligned} \right\}. \quad (11)$$

Jelikož daný model soustavy je lineární a lze předpokládat nulové (i když L-obrazy lze stanovit i pro obecné) počáteční podmínky $x_1(0) = x_2(0) = 0$ a taktéž nulovou počáteční funkci u submodelu *G1* (typu *Sap1*), není problém rovnice podrobit L-transformaci a v obraze zapsat maticovým způsobem.

V tomto případě lze Laplaceův obraz soustavy (11) zapsat dvěma vektorovými rovnicemi pro vektor stavů $\mathbf{x} = [x_1 \ x_2]^T$:

$$\mathbf{s}\mathbf{x}(s) = \mathbf{A}(s)\mathbf{x}(s) + \mathbf{B}(s)u(s), \quad (12a)$$

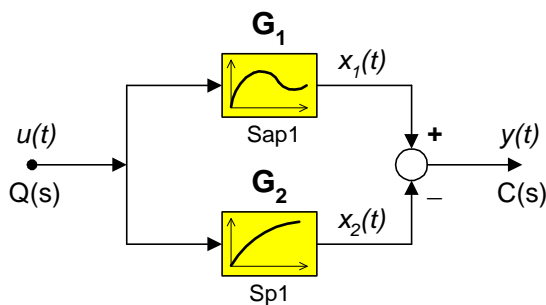
$$y(s) = \mathbf{C}(s)\mathbf{x}(s), \quad (12b)$$

ve kterých jsou funkcionální matice tvaru:

$$\mathbf{A}(s) = \begin{bmatrix} -\frac{1}{T_1} e^{-T_{d1}s} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{T_2} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B}(s) = \begin{bmatrix} \frac{k_1}{T_1} \\ \frac{k_1 - 1}{T_2} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C}(s) = [1 \quad -1], \quad (13)$$

kde exponenciální funkce v matici $\mathbf{A}(s)$ reprezentuje zpoždění první stavové proměnné. Formálně je obrazový systém (12a,b) shodný s klasickou stavovou formulací, ale právě matice $\mathbf{A}(s)$ je funkcionální. Z toho také plyne, že tato matice obecně nemá jen dvě, ale neomezený počet vlastních hodnot.

Popisovaný děj byl chápán ve tvaru kybernetického modelu, který je možné přehledně znázornit pomocí tzv. blokového schématu na *obr.11*:

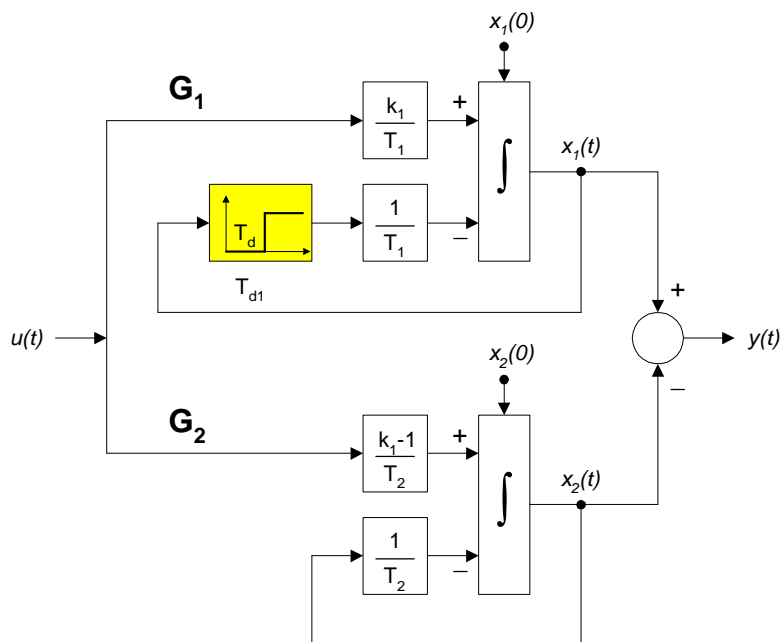


Obr. 11 : Blokové schéma *mRH*

Model platí pro libovolný snímač *S1*, *S2* nebo *S3*, označení $Q(s)$ znamená Laplaceův (L-)obraz průtoku argonu, $C(s)$ je L-obraz koncentrace. Jde tedy o zapojení dvou paralelně a proti sobě

působících *proporcionálních (setrvačných)* členů, a to jednoho *anizochronního* a druhého klasického *izochronního*.

Podrobnější blokové schéma tohoto *rozdílového kompartmentového anizochronního modelu* je prezentováno na následujícím *obr.12*:

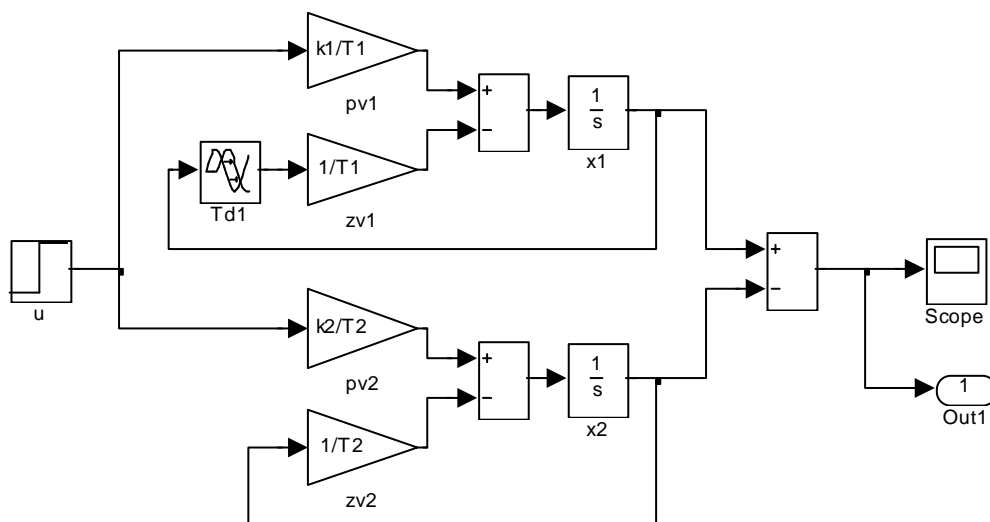


Obr. 12 : Stavové blokové schéma *mRH*

Jak je z *obr.12* vidět, *anizochronní* proporcionální člen 1. řádu (G_1) se od členu *izochronního* stejného řádu (G_2) liší „pouze“ vnitřním (skrytým) dopravním zpožděním T_{d1} .

5.4 Modelování a simulační identifikace modelu

Rozdílový kompartmentový anizochronní model *mLP* s *mRH* byl namodelován v prostředí programu Simulink - simulační blokové schéma je viditelné na *obr.13*:



Obr. 13 : Simulační blokové schéma *mRH* v SW Simulink

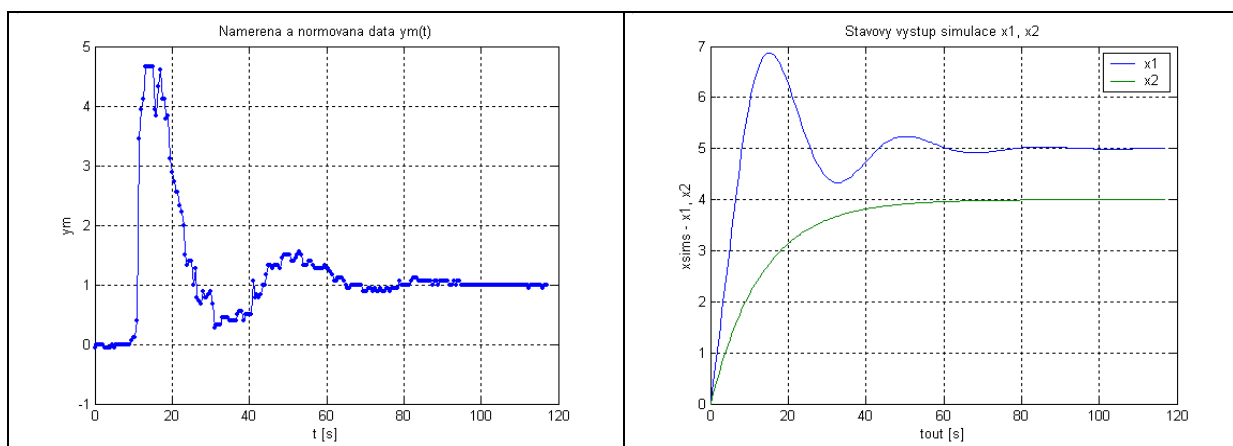
Pro simulační parametrickou identifikaci pomocí optimalizace funkcionálního kritéria byly vytvořeny dvě *m*-funkce v prostředí programu *Matlab* a jedna *mdl*-funkce v prostředí prostředí *Simulink*. Jejich názvy a funkce jsou následující:

- *mRH.m* – hlavní program (skript), který po inicializaci proměnných spouští modul soustavy *mRHs.mdl* v prostředí Simulink, jakož i optimalizační procedury s vyhodnocením hodnot kritéria pomocí m-funkce *mRHerr.m*,
- *mRHs.mdl* – modul, obsahující blokové schéma, tj. model rozdílové kompartmentové anizochronní soustavy lící pánve a RH komory,
- *mRHerr.m* – m-funkce pro stanovení chyby dynamické optimalizace pomocí kritéria ISTAE, tj. The Integral of Squared Time multiplied by the Absolute value of Error:

$$ISTAE = \int_0^{\infty} t^2 \cdot |e| dt, \quad (14)$$

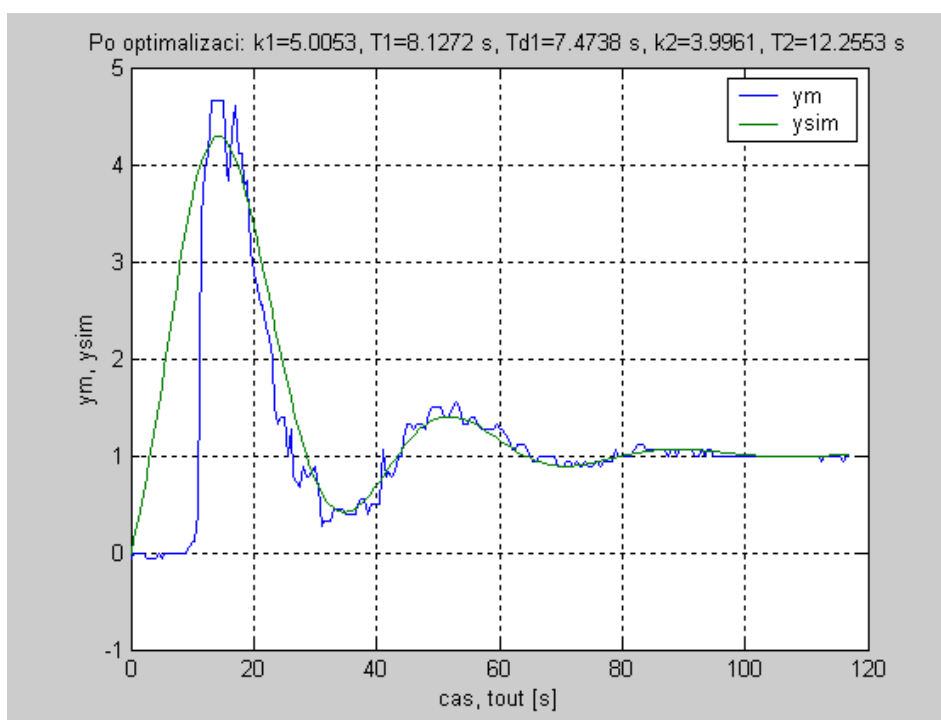
protože jedině toto kritérium se ukázalo být jako použité hlavně z důvodu „překlenutí“ počáteční fáze průběhu naměřené přechodové charakteristiky před prvním překmitem.

Průběh normovaných hodnot naměřené přechodové charakteristiky experimentu *Test8* na 3.snímači (S3), jako i konečné průběhy *stavových veličin* jsou uvedeny na *obr.14*:



Obr. 14 : Naměřená data a stavový výstup simulace - $x1(t)$ a $x2(t)$

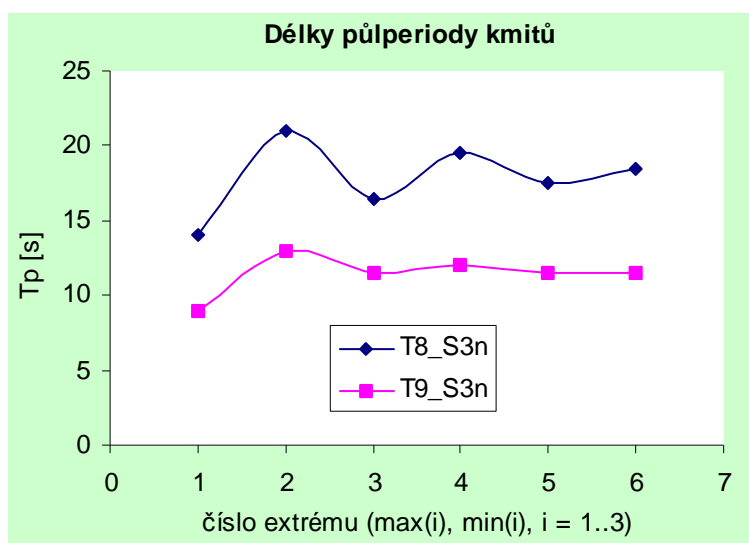
Průběh původních normovaných a k nim příslušných aproximovaných hodnot s užitím *anizochronního* modelu je viditelný na *obr.15*:



Obr. 15 : Naměřený a aproximovaný průběh přechodové charakteristiky mRH

Z obr.15 je zřejmé, že simulační parametrická identifikace pomocí optimalizačního kritéria ISTAE (čili v podstatě dynamická optimalizace) poskytuje *přijatelné* a *využitelné* výsledky.

Pokud z aproximovaného průběhu normované koncentrace stanovíme doby výskytu extrémů s jejich uspořádáním do posloupnosti $\{0, \max(1), \min(1), \max(2), \min(2), \max(3), \min(3)\}$, pak z rozdílu hodnot dvojic můžeme určit délky půlperiod kmitů T_p [s] – viz obr.16:



Obr. 16 : Délky půlperiod kmitů u experimentů T8 a T9 (snímač S3)

Z obr.16 je viditelné, že posloupnost hodnot délek půlperiod má *tlumeně kmitavý průběh* a *konverguje* ke konstantní (ustálené) hodnotě. *Variabilita* a *střední hodnota* (jako i *variační koeficient*) této posloupnosti je přitom nepřímo úměrná *průtoku* (intenzitě) dmýchání argonu, který byl pro experiment S8 rovný 1.17 l/min a pro experiment S9 měl hodnotu 2.46 l/min.

Zatím lze pouze vyslovit hypotézu, že uvedená konvergující kmitavá posloupnost (půl)period může být způsobena vlivem (vlastních) *hydraulických kmitů* modelové kapaliny, superponovaných (působících v interakci) na kmity způsobené anizochronním modelem (jeho vnitřním dopravním zpožděním).

6 Závěry

Příspěvek popisuje *kompartmentový* fyzikálně adekvátní přístup k hledání vhodného matematického modelu chování zařízení *licí pánve s RH komorou* pomocí signálu naměřené a normované koncentrace stopovací látky ve zmenšeném fyzikálním modelu. Procesy probíhající při vakuování pomocí dmýchání plynu (argonu) byly zjednodušeně aproximovány pomocí *Heavisideova jednotkového skoku* a odezvu koncentrace pak bylo možné chápat jako *přechodovou charakteristiku* soustavy. Její tlumeně kmitavý průběh byl modelován pomocí kombinovaného (rozdílového) kompartmentového modelu, obsahujícího *anizochronní* proporcionální soustavu 1. řádu.

Výsledky analýz budou dále rozvíjeny a použity:

- pro *optimalizaci režimu* práce prodmýchávání (stanovení jeho optimálního průtoku) v daném zařízení v Třineckých železárnách (TŽ), a.s.,
- k určení tzv. *cirkulačního* hmotnostního (anebo objemového) *průtoku* kapaliny (oceli) přes komoru, který se nedá přímo měřit (a to ani v modelových podmínkách, hlavně vzhledem k přívodu argonu),
- jako i pro *výuku* na VŠB-TU.

Práce vznikla v rámci řešení grantového projektu č. 106/07/0407 za finanční podpory Grantové agentury České republiky.

Literatura

- [1] ALMEIDA, A. T. P. et al. 2006. *Physical Modeling of Vacuum Decarburization in an RH Degasser*. AISTech 2006 Proceedings - Volume 1, pp. 761-770.
- [2] BARTRAND, A. T. 2006. *High Resolution Experimental Studies and Numerical Analysis of Fine Bubble Ozone Disinfection Contactors*. Ph.D. thesis. Drexel University. 2006, 311 p.
- [3] FIKAR, M. & MIKLEŠ, J. 2003. *Identifikácia systémov*. 1. vyd. Bratislava : skripta CHTF STU Bratislava, 1998/2003. 114 s. ISBN 80-227-1177-2.
- [4] KLEIMT, B. et al. 1999. *Dynamic process model for denitrogenation and dehydrogenation by vacuum degassing*. In Proceedings of 1st International Conference on Process Development in Iron and Steelmaking, 7-8 June 1999, Lulea, Sweden. 25 p.
- [5] KLEIMT, B., KÖHLE, S. & JUNGREITHMEIER, A. 2001a. *Dynamic model for on-line observation of the current process state during RH degassing*. Steel research 72 (2001), pp. 337-345.
- [6] KLEIMT, B., KÖHLE, S. & JUNGREITHMEIER, A. 2001b. *Model based on-line observation of the vacuum circulation (RH) process*. In Proceedings of ICS 2001, 10 p.
- [7] MORÁVKA, J., MICHALEK, K. & KOHOUT, J. 2006. *Matematické zpracování přechodových dějů při prodávání oceli v lici pánvi*. In Sborník příspěvků 22. konference s mezinárodní účastí *Výpočtová mechanika* (Computational Mechanics) 2006, Hrad Nečtiny, 6.-8.11 2006. Plzeň : Západočeská univerzita (ZČU), listopad 2006, Volume II, s. 379-386. ISBN 80-7043-477-5.
- [8] NOSKIEVIČ, P. 1999. *Modelování a identifikace systémů*. Ostrava : MONTANEX 1999, 276 s. ISBN 80-72225-030-2.
- [9] NOVÁK, V. & ZÍTEK, P. 1982. *Praktické metody simulace dynamických systémů*. 1. vyd. Praha : SNTL/ALFA, 1982. 308 s.
- [10] VÍTEČKOVÁ, M. 1998. *Seřízení regulátorů metodou inverze dynamiky*. 1. vyd. Ostrava : skripta FS VŠB-TU Ostrava, 1998. 56 s. ISBN 80-7078 – 628 -0.
- [11] WEISSTEIN, E. W. 2003. *Delay Differential Equation* [online]. From MathWorld -- A Wolfram Web Resource. Available from: <http://mathworld.wolfram.com/DelayDifferentialEquation.html>
- [12] WEISSTEIN, E. W. 2005. *Lambert W-function* [online]. From MathWorld -- A Wolfram Web Resource. Available from: <URL: <http://mathworld.wolfram.com/LambertW-Function.html>>
- [13] WIKIPEDIA 2007a. *Delay Differential Equations* [online]. Available from World Wide Web: <URL: http://en.wikipedia.org/wiki/Delay_differential_equation>
- [14] WIKIPEDIA 2007b. *Lambert W function* [online]. Available from World Wide Web: <URL: http://en.wikipedia.org/wiki/Lambert's_W_function>
- [15] WILMOT-SMITH, A. 2006. *Delay Differential Equations*. Available from www <URL: <http://solar.physics.montana.edu/REU/2006/awilmot/delaydifferentialequations.html>>
- [16] ZÍTEK, P. & VÍTEČEK, A. 1999. *Návrh řízení podsystémů se zpožděními a nelinearitami*. 1. vyd. Praha : Vydavatelství ČVUT Praha, 1999. 165 s. ISBN 80-01-01939-X.
- [17] ZÍTEK, P. 1990. *Simulace dynamických systémů*. 1. vyd. Praha : SNTL, 1990. 420 s. ISBN 80-03-00330-X.

Ing. Jan Morávka, Ph.D.

739 61 Třinec – Staré město, Frýdecká 126, e-mail: jan.moravka@tzi.trz.cz, tel.: 558 53 2192

Prof. Ing. Karel Michalek, CSc.,

708 33 Ostrava – Poruba, 17. listopadu 15, e-mail: karel.michalek@vsb.cz, tel.: 59 732 5213