

# MODELOVÁNÍ VĚDECKÝCH SNÍMKŮ POMOCÍ GMM

*J. Švihlík*

Vysoká škola chemicko-technologická, Fakulta chemicko-inženýrská, Ústav počítačové a řídicí techniky

## Abstrakt

**Tato práce je zaměřena na modelování vědeckých obrazových dat ve vlnkové doméně s využitím GMM (Gaussian Mixture Model). GMM představuje směsici Gaussovských hustot pravděpodobnosti s různými variancemi. V tomto příspěvku budou popsány výsledky dosažené modelováním šumem nekontaminovaných vlnkových koeficientů při použití GMM. Algoritmus bude využívat minimalisace Jeffreyho divergence mezi optimalisovaným histogramem vlnkových koeficientů a GMM pro nalezení optimálních parametrů modelu**

## 1 Úvod

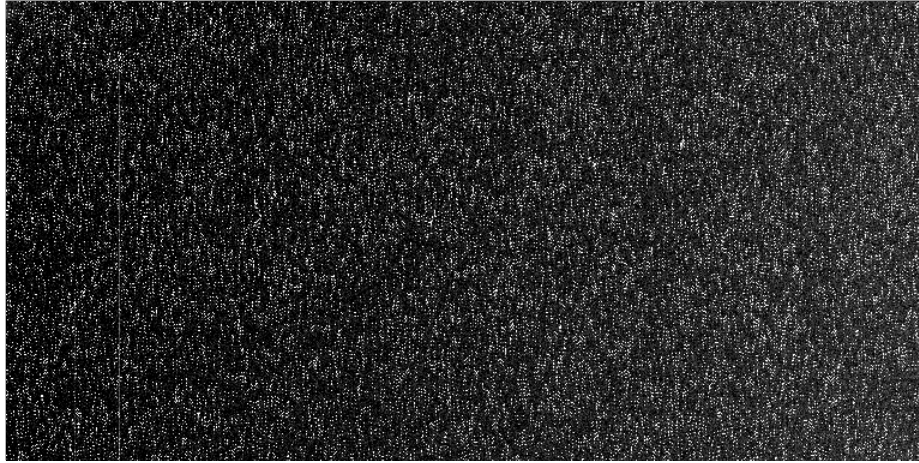
Obrazové systémy, jež slouží pro pořizování obrazových dat zanáší, zejména za zhoršených světelných podmínek, do obrazové funkce nežádoucí šumové složky. Účinné algoritmy pro potlačení těchto rušivých složek jsou mnohdy založeny na jedné z forem diskrétní vlnkové transformace. Diskrétní vlnková transformace umožňuje, díky svým vlastnostem, efektivní modelování obrazu. GMM složená ze dvou nebo více Gaussovských hustot pravděpodobnosti snáze vystihuje histogram vlnkových koeficientů, neboť rozložení s relativně malou variancí dobře modelují pravděpodobnostní masu nad koeficienty nulovými či blízkými nule, zatímco rozložení s výrazně vyšší variancí dobře modelují důležité obrazové struktury reprezentované vlnkovými koeficienty s velkou amplitudou.

## 2 Obrazová data

Obrazová data, která budou modelována, pochází z česko-španělského robotického teleskopu BOOTES (Burst Observer Optical Transient Exploring System), jenž je v provozu od roku 1998. Data jsou tvořena množinou astronomických 16 bitových snímků (formát fits případně dat). Mezi těmito vědeckými snímky lze nalézt jednak tzv. světlé snímky a také korekční temné snímky sloužící pro eliminace temného proudu. Zatímco příklad světlého snímku je možné vidět na Obr. 1, temný snímek je vyobrazen na Obr. 2.



Obrázek 1: Výřez snímku mlhoviny *3m42-d03.sbg.dat*, expoziční čas 1000 s, teplota 4.21 °C.



Obrázek 2: Výřez temného snímku *2dark300.000.dat*, expoziční čas 1000 s, teplota 4.21 °C.

### 3 Definice GMM

GMM [1] je ve své nejjednodušší podobě dáno součtem dvou Gaussovských hustot pravděpodobnosti s různými variancemi

$$p_x(x) = \gamma N(\mu, c^2 \tau^2) + (1 - \gamma) N(\mu, \tau^2), \quad (1)$$

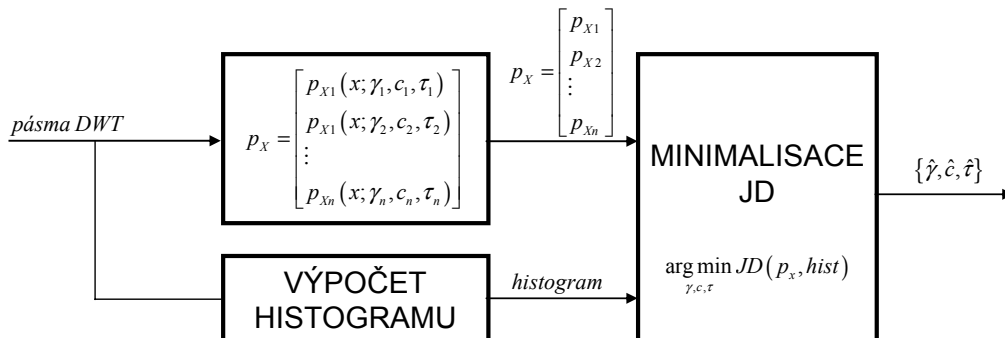
kde  $\mu = 0$ , parametry  $c$  a  $\tau$  vyjadřují variance obou Gaussovských rozložení, parametr  $\gamma$  rozděluje pravděpodobnostní masu mezi relativně velké vlnkové koeficienty modelované prvním Gaussovským rozložením v GMM a relativně malé vlnkové koeficienty reprezentované druhým Gaussovským rozložením v GMM.

### 4 Implementace

Dříve než bude s využitím Jeffreyho divergence porovnán histogram vlnkových koeficientů s modelem GMM, je nutné provést optimalisaci histogramu. Kvalita odhadu histogramu nejvíce závisí na šířce binu. Pro nalezení optimální šířky binu existuje celá řada metod, přičemž zde bude použito vztahu Freedmana a Diaconise [2]

$$BW = 2 \cdot (x_{0.75} - x_{0.25}) \cdot (M \cdot N)^{-\frac{1}{3}}, \quad (2)$$

kde  $x_{0.75} - x_{0.25}$  představuje mezikvartilové rozpětí a  $M$  resp.  $N$  je výška resp. šířka matice vlnkových koeficientů.



Obrázek 3: Algoritmus pro odhad parametrů GMM.

Jak již bylo řečeno, v tomto příspěvku budou popsány výsledky dosažené modelováním šumem nekontaminovaných vlnkových koeficientů při použití GMM. Algoritmus bude využívat minimalisace Jeffreyho divergence mezi optimalisovaným histogramem vlnkových koeficientů a GMM pro nalezení optimálních parametrů ( $\gamma$ ,  $c$ ,  $\tau$ ) modelu.

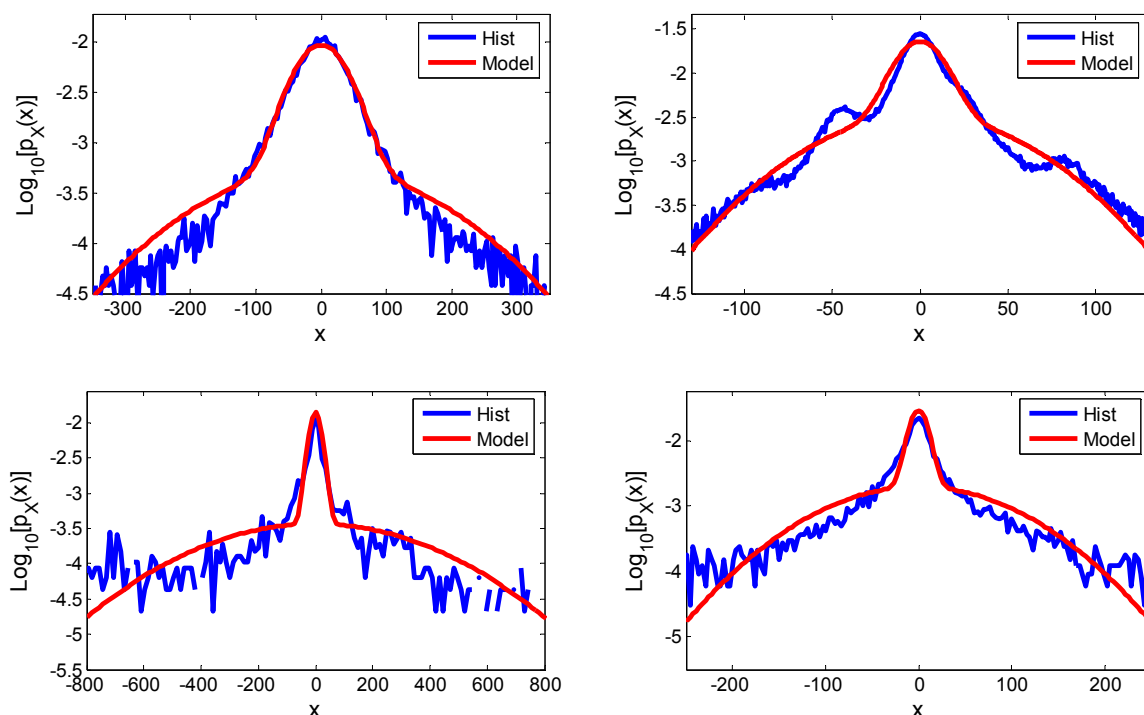
Jeffreyho divergence představuje metriku pro porovnání hustot pravděpodobnosti  $p_1, p_2$  a je dána vztahem

$$JD = \sum_{i=1}^N p_1(i) \cdot \ln \left[ \frac{p_1(i)}{0.5 \cdot (p_1(i) + p_2(i))} \right] + p_2(i) \cdot \ln \left[ \frac{p_2(i)}{0.5 \cdot (p_1(i) + p_2(i))} \right]. \quad (3)$$

Výsledný algoritmus implementovaný v programovém prostředí Matlab je možné vidět na Obr. 3. Po provedení diskretní vlnkové transformace (dyadická dekompozice, vlnka coiflet 4) jsou nejprve vypočteny a optimalisovány histogramy jednotlivých vysokofrekvenčních pásem a určena množina modelů, ze kterých je vybrán ten nejlepší vzhledem k Jeffreyho divergenci.

## 5 Experimentální výsledky

Pro otestování možnosti GMM byla modelována množina astronomických i multimediálních snímků. Výsledky modelování některých detailových pásem vlnkových koeficientů vybraných snímků jsou zobrazeny na Obr. 4. Hustoty pravděpodobnosti jsou vykresleny v logaritmické doméně, neboť se vizuálně lépe pozná kvalita fitu. Součet dvou Gaussovských hustot pravděpodobnosti je tím transformován na součet dvou parabolických funkcí.



Obrázek 4: Model společně s histogramem v logaritmické doméně. Snímek *2dark300.000.dat*, vlevo nahoře: pásmo LH3,  $JD = 0.039$ , vpravo nahoře: pásmo HH,  $JD = 0.045$ . Snímek *3m42-d03.sbg.dat*, vlevo dole: pásmo HL5,  $JD = 0.041$ , vpravo dole: pásmo LH4,  $JD = 0.042$ .

## 6 Závěr

Článek si kládí za cíl ukázat možnosti modelování snímků ve vlnkové doméně s využitím GMM. Z výsledků simulací lze usuzovat, že v porovnání s GLM (Generalized Laplacian Model) [3], jenž je často používán, dává GMM lepší výsledky vzhledem k metrice JD. Hustota pravděpodobnosti GLM má pouze dva parametry (varianční a tvarový) a tedy oproti GMM omezené možnosti v nastavení tvaru a šířky modelu hustoty pravděpodobnosti.

Příští práce bude věnována odhadu parametrů GMM vlnkových pásem kontaminovaných některým z aditivních šumů (temný proud, Gaussovský), přičemž bude využito soustavy rovnic odvozených metodou momentů.

## Poděkování

Tento příspěvek vznikl za podpory výzkumného záměru MSM 6046137306.

## Literatura

- [1] A. Samé, L. Oukhellou, E. Come, P. Akin. Image Mixture model-based signal denoising. *Advances in Data Analysis and Classification*. Springer, Vol. 1, No. 1 pp. 39-51, 2007.
- [2] A. J. Izenman. Recent Developments in Nonparametric Density Estimation. *Journal of the American Statistical Association*, Vol. 86, pp. 205-224, 1991.
- [3] J. Švihlík, P. Páta. PDF Model of Multimedia and Scientific Images in the Wavelet Domain. In *Proceedings ELMAR 2006*. Zadar: Croatian Society Electronics in Marine - ELMAR, 2006, pp. 17-20. ISBN 953-7044-03-3.

---

Jan Švihlík

Ústav počítačové a řídicí techniky, FCHI VŠCHT v Praze, Technická 5, 166 28, Praha 6  
tel. +420 220 443 827, e-mail: Jan.Svihlik@vscht.cz