

# MODELOVÁNÍ SEISMICKÉHO ZDROJE JAKO REÁLNÁ TESTOVACÍ ÚLOHA PRO NELINEÁRNÍ INVERSNÍ ALGORITMUS

*P. Kolář, B. Růžek, P. Adamová*

Geofyzikální ústav AV ČR, Praha

## Abstrakt

**Pro vyvíjený nelineární inverzní algoritmus ANNIT se jako vhodná testovací reálná úloha ukazuje modelování seismického zdroje v aproximaci seismického momentového tenzoru druhého řádu. V článku je úloha stručně popsána a jsou uvedeny výsledky inverse pro syntetická data.**

## 1 Motivace

Jako v řadě jiných oborů, tak i při studiu zemětřeseného zdroje se v soudobé seismologii dostáváme do situace, kdy při numerickém modelování studovaných jevů již nevystačíme s lineárními aproximacemi a je nutno používat popisy nelineární. Tento trend má několikero příčin, jak subjektivních (zpřesnění a zesutlilnění předmětů studia, tj. vznik vysoce detailních modelů, detailní modelování nestacionárních stavů etc.), tak i objektivních: rozvoj příslušných nelineárních numerických nástrojů jakož i nárůst běžně dostupné dostatečné výpočetní kapacity.

V duchu těchto současných trendů je v seismickém oddělení Geofyzikálního ústavu vyvíjen nelineární inverzní algoritmus ANNIT (www3). Po jeho (úspěšném) otestování na soustavě nelineárních rovnic jsme hledali nějakou vhodnou reálnou úlohu, která by dále umožnila důkladné testování metody a její případná vylepšení. Volba padla na modelování seismického zdroje. Jak ukázaly provedené testy, jedná se o pro tento účel velmi vhodnou úlohu, úspěšná aplikace vyvíjeného algoritmu by pak znamenala přínos i pro řešení reálných v současnosti studovaných problémů.

## 2 Stručný úvod k matematické aproximaci zemětřeseného zdroje

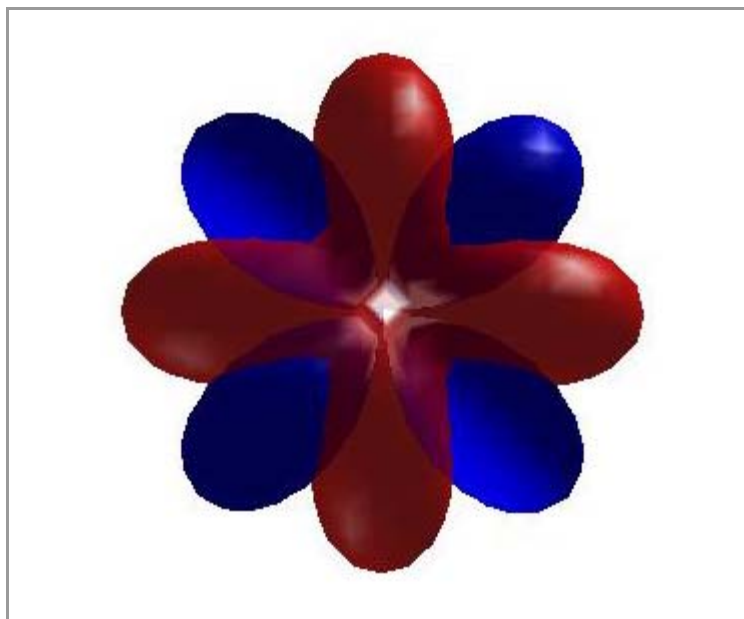
Při numerickém modelování seismického zdroje (zdroje zemětřesení) se v řadě případů používá bodová aproximace. Při této aproximaci odhlédneme od reálných konečných rozměrů studovaného seismického zdroje, respektive tato aproximace je smysluplná, pokud je pozorovatel od zdroje vzdálen tak, aby se mu s dostatečnou přesností jevil jako efektivně bodový – v praxi se jako kritérium platnosti této aproximace požaduje splnění podmínky  $d \gg r$ , kde  $d$  je vzdálenost od zdroje a  $r$  je jeho charakteristický rozměr. Samozřejmě, že reálný zdroj je ve skutečnosti konečný a seismické vlny generuje nějak jeho každá (porušená) jeho část.

Při modelování bodového zdroje lze v prvním přiblížení posunutí  $u$  (v místě pozorování  $x$ ) vyjádřit pomocí lineárního vztahu

$$u_i(x, t) = G_{p,q}^i(\xi^0, x, t) * \dot{M}_{pq}(t) \quad [1]$$

kde  $G$  je odezva prostředí (tzv. Greenova funkce), symbol  $*$  značí konvoluci a  $M$  je seismický momentový tenzor – jedná se o tenzor prvního řádu (symetrická matice  $3 \times 3$  tj. 6 nezávislých členů). Poznamenejme, že obecný seismický momentový tenzor lze dekomponovat. Tato dekompozice je obecně nejednoznačná, respektive závislá na zvoleném způsobu dekompozice. V seismologii se ustálilo používání dekompozice na části objemovou, tahovou a střížnou. Důvodem pro tuto volbu je možná 'geometrická' interpretace jednotlivých členů, které po řadě odpovídají explozi, respektive implosi, jednoosému tlaku, respektive tahu a čistému smyku popisovaného pomocí dvojitého dipólu (jistě analogii např. k elektrickému, či magnetickému dipólu – viz obr. 1). Poznamenejme, že naprostá většina přirozených zemětřesení má zcela dominantní právě dipólovou složku, proto se lze v řadě úloh

omezit na modelování zemětřesení pomocí pouze této střížné složky. Podrobnější informace o různých aproximacích seismického zdroje lze nalézt např. v Zahradník (1989a), Stein a Wysession (2008) nebo v češtině v Zahradník (1989b) a samozřejmě v mnoha dalších.



Obrázek 1: Příklad vyzařovací charakteristiky dvojitého dipólu, modře pro P vlny, červeně pro S vlny - vytvořeno programem ANASEIS (www1).

Vztah [1] lze použít pro určení seismického momentu. Za předpokladu znalosti Greenovy funkce, což je ekvivalentní znalosti či spíše předpokladu nějakého rychlostního modelu prostředí, lze z napozorovaných amplitud pohybů půdy určit seismický moment  $M$ . Z matematického hlediska se jedná o standardní řešení soustavy lineárních rovnic, v tomto případě zpravidla soustavy přeúřčené (se všemi obvyklými peripetiemi jako je např. určení chyby, vliv šumu, vliv nepřesného modelu, vliv geometrické uspořádání míst pozorování - to bývá v řadě případů ovlivnitelné jen do určité míry nebo spíše vůbec etc.)

Výše popsaná aproximace má samozřejmě své limity. Jedním z možných směrů zpřesnění modelování je doplnění vztahu [1] o další – nelineární – členy. Pomocí expanze v Taylorově rozvoji do stupně dvě dostáváme vztah

$$u_i(x,t) = G_{p,q}^i(\xi^0, x, t) * \dot{M}_{pq}(t) + \dot{G}_{p,ql}^i(\xi^0, x, t) * \dot{M}_{pq,l}(\xi^0, t) + \frac{1}{2} \ddot{G}_{p,qlm}^i(\xi^0, x, t) * \dot{M}_{pq,lm}(\xi^0) + \dots [2]$$

kde oproti vztahu [1] přibude dalších 14 nezávislých parametrů. Pomocí uvedeného vztahu je možno i při formálně bodové aproximaci zdroje modelovat konečnost seismického zdroje. Vztah [2] je jakožto testovací úloha vhodná zejména z následujících důvodů: lze separovat lineární část problému, aproximace [1] vede zpravidla rychle k nalezení jednoznačného řešení, formulace [2] je často multimodální a nalezení (fyzikálně reálného) řešení není vždy automaticky zaručeno a je nutno např. zahrnout i další dodatečná fyzikální omezení a v neposlední řadě alespoň část z parametrů má i přímou geometrickou interpretaci, což usnadňuje kontrolu správnosti nalezeného řešení, respektive fyzikální interpretaci výsledků.

### 3 Algoritmy pro nelineární inverse

Algoritmy pro nelineární inverse jsou vyvíjeny již asi od 50. let minulého století od koncepčně asi nejjednoduššího “Random Search”, přes dnes již pravděpodobně zapomenuté Simulované Žihání (Simulate Annealing) až po již klasický Genetický Algoritmus, Diferenciální Evoluci (www2) a

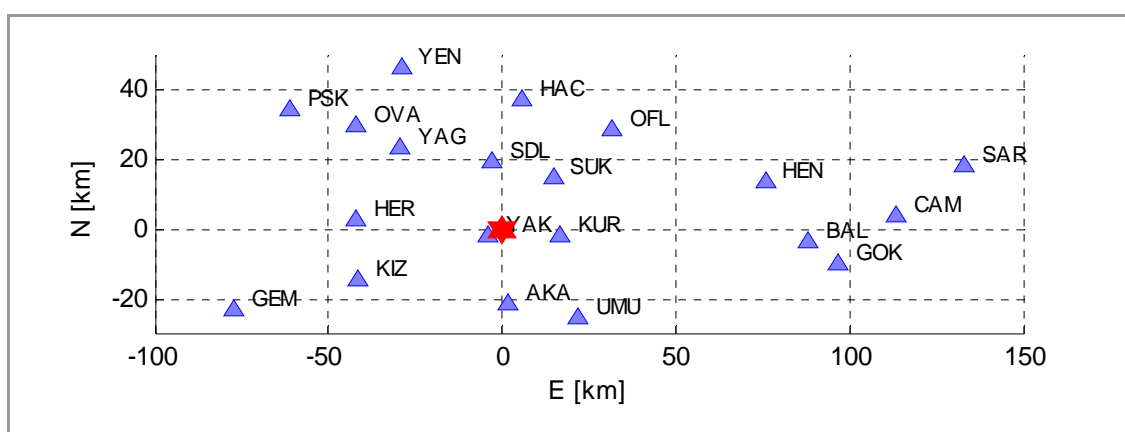
mnohé jiné další. Každý z inverzních algoritmů má své vlastnosti, své klady a zápory; rozhodně neexistuje jeden jednoznačně nejlepší a použití toho kterého konkrétního spíše závisí na typu řešené úlohy, na konkrétních výpočetních možnostech, které jsou k dispozici a v neposlední řadě jistě i na tradici a předchozích zkušenostech pracoviště.

Nelineární inverzní algoritmy lze různě fenomenologicky klasifikovat, jednou z možností je i klasifikace dle způsobu jakým porovnávají navrhovaný model s daty. Řada algoritmů kvantifikuje míru shody modelu a dat pomocí jednoho čísla - skaláru - zpravidla normy L2. Tímto způsobem však přicházíme o část informace (např. není rozdíl mezi všeobecnou drobnou nehodou dat a modelu a většinovou shodou s několika málo výraznějšími odchylkami). Proto byly vyvinuty algoritmy, které shodu dat modelu popisují pomocí vektoru rozdílu dat a modelu. Příkladem takových algoritmů je Isometrická metoda (Málek et al. 2007), nebo námy vyvíjený algoritmus ANNIT (www3).

Princip algoritmus ANNIT je náznakově popsán níže, další podrobnosti možno nalézt na www stránkách projektu (www3), či ve speciálním článku v tomto sborníku. Zde lze říci, že tento algoritmus kombinuje stochastický a deterministický přístup při hledání modelu vyhovujícího datům. Populace potencionálně uvažovaných hodnot parametrů a jim odpovídajících modelů se vyvíjí deterministicky, pokud se však touto cestou nedaří dosáhnout přiměřeného zlepšení, provede se stochastická rekonfigurace populace uvažovaných hodnot parametrů. Tento postup se opakuje až do nalezení uspokojivého řešení, respektive do naplnění dalších kritérií pro skončení programu. Z hlediska praktického provádění inverze doplňme, že program ANNIT povinně vyžaduje zadání rozsahu hledaných parametrů a umožňuje zadání jejich startovací hodnoty, případně jejich fixaci.

## 4 Provedené testy

Aby se testování co nejvíce blížilo zamýšleným budoucím aplikacím, jako testovací úloha byla zvolena konfigurace stanic a zemětřeseného zlomu v Anatolii v Turecku (obr. 2). Aby prováděné testy nebyly ovlivněny šumem, nepřesnostmi v modelu prostředí a také aby jednoznačně mohla být ohodnoceny výsledky inverze, byla použita syntetická data; jinými slovy: známe přesné zadání úlohy. Tato syntetická testovací data byla spočtena pro konečný zdroj (samozřejmě o známé orientaci a velikosti) za předpokladu obdélníkového modelu zdroje (Burjáněk, 2008). Zopakujme na tomto místě, že naše formulace problému, popsána vztahem [2] není přesným popisem tohoto syntetického modelu, jedná se o bodovou aproximaci seismického momentu druhého řádu a očekávané výsledky, respektive jejich geometrické interpretace, by se měly blížit charakteristice modelu.



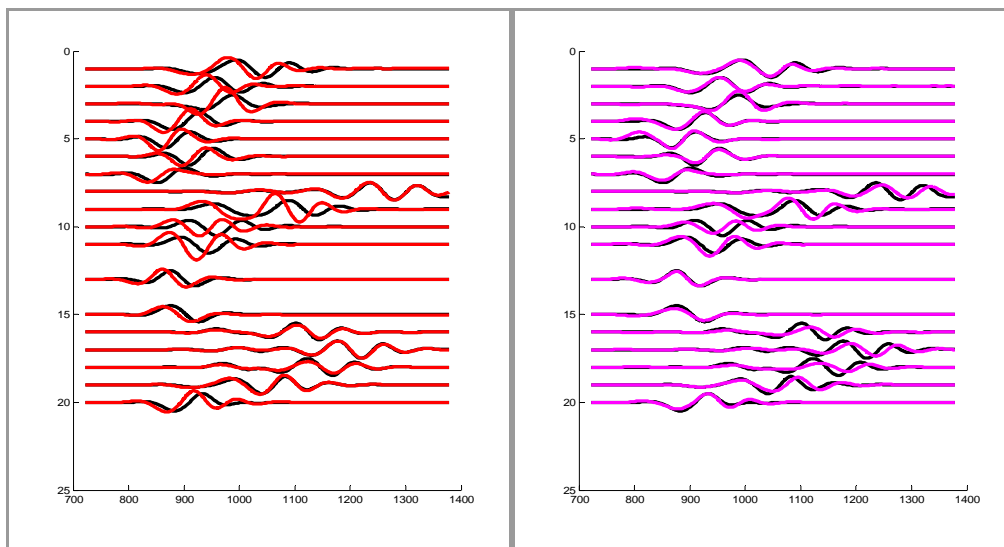
Obrázek 2: Mapa oblasti s epicentrem (hvězdička) a stanicemi, vše v relativních kartézských souřadnicích; podle J. Burjánka.

Připomeňme, že v našem případě řešíme úlohu pro 6 parametrů momentového tenzoru prvního řádu (dále jen MT1) a pro 14 parametrů momentového tenzoru druhého řádu (dále jen MT2) tedy celkem 20 nezávislých parametrů. Zatímco číselný rozsah parametrů MT2 se pohybuje v rozsahu

prvních desítek, pro MT1 mohou parametry dosahovat hodnot až  $\pm 10^{18}$ . I když se používaný algoritmus ANNIT umí s takovými rozdíly vypořádat, numerické pokusy ukázaly, že je vhodné úlohu rozdělit do dvou kroků: nejprve invertovat pro MT1 a spočtené výsledky pak použít v inverzi pro MT2. Tento krok ostatně koresponduje s filosofií popisu naší úlohy, kdy první aproximaci pomocí MT1 rozšiřujeme o opravu druhého řádu MT2 a lze tedy očekávat, že i vliv této opravy bude pouze doplňující. To potvrzují i výsledky inverze uvedené na obrázku 3.

Při inverzi bylo potřeba věnovat pozornost i datům – není možné přímo použít celé seismogramy, neboť jejich velikost představuje v našem případě cca 5 000 bodů, což je za hranici obsaditelné paměti při provádění výpočtu. Navíc by to pravděpodobně nebylo ani příliš žádoucí, neboť takto silné přeúčnění řešeného problému by bylo proti filosofii použitého algoritmu. Po několika pokusech byla jako vstupní data použity převzorkované seismogramy – každý seismogram je ovzorkován stejným počtem vzorků (zvoleno 10), vzorkovací krok tedy není konstantní, je však dostatečně hustý pro postihu charakteristiky seismogramu v intervalu uvažovaných frekvencí.

Jak algoritmus ANNIT, tak i přímá úloha (výpočet seismogramů pro potencionálně navrhovanou sadu invertovaných parametrů MT1 a MT2) byly napsány v prostředí MATLAB.



Obrázek 3: Porovnání invertovaných seismogramů (fakticky vstupních dat) a seismogramů odpovídajících parametrům modelu nalezeného pomocí algoritmu ANNIT. Vlevo je řešení pro aproximaci [1], vpravo řešení dle [2], data jsou vykreslena černou barvou, nalezená řešení červeně, respektive fialově, stopy odpovídají záznamům z jednotlivých stanic dle obr. 1. Aby bylo možno kontrolovat práci testovaného programu jsou použita syntetická data, uspořádaní experimentu však odpovídá reálné situaci na Anatolském zlomu (Turecko) a zemětřesení o síle  $M=6$ . Je patrná lepší shoda druhého řešení, zároveň však změna není dramatická, jak lze očekávat od členů rozvoje druhého řádu.

## 5 Závěr

Reálná geofyzikální úloha – nalezení seismického momentového tenzoru druhého řádu – se ukázala jako vhodná testovací úloha pro vyvíjený algoritmus nelineární inverze ANNIT. Provedené testy ukázaly, že testovací úloha je netriviální a multimodální do té míry, že se ukazuje relevantní uvažovat o zavedení nějakých doplňkových podmínek plynoucích z fyzikálních omezení uvažovaného problému (viz např. McGuire et al., 2002). Takovéto rozšíření by z hlediska řešené úlohy mělo vést k zefektivnění výpočtu a z hlediska funkčnosti algoritmu ANNIT k rozšíření třídy problémů, které je tento algoritmus schopen úspěšně řešit.

## Reference

- Burjánek, J., 2008, Syntetické odezvy konečného zlomu – testovací případ Anatólie, *interní zpráva*
- Málek J., Růžek B. and Kolář P., 2007: Isometric method: Efficient tool for solving non-linear inverse problems. *Stud. Geophys. Geod.*, **51**, 469-499.
- McGuire, J. J., Zhao, L. and Jordan T. H.,: 2002: Predominance of Unilateral Rupture for a Global Catalog of Large Earthquakes, *Bull. Seism. Soc. Am.*, **92**, pp 3309-3317
- Stein, S. and Wysession, M., 2008: An introduction to seismology, earthquakes, and Earth structure, *Blackwell Publishing*,
- www1: <http://www.terraemotus.org/RadPat/> zde možno stáhnout zdrojový kód pro vykreslení vyzářovací charakteristiky seismického zdroje typu dvojitého dipólu (kód pro prostředí MATLAB)
- www2: <http://www.icsi.berkeley.edu/~storn/code.html> stránky věnované Diferenciální evoluci
- www3: <http://www.ig.cas.cz/en/personal-pages/bohuslav-ruzek/anno/> stránky projektu vývoje programu ANNIT
- Zahradník, J., 1989a: Generation of Seismic Waves by Earthquake Sources (Lecture Notes), *Seismological Department, Uppsala University, Sweden*.
- Zahradník, J., 1989b: Fyzika zemětřesení (předběžná verze učebního textu), *KGM MFF UK, Praha*

## Poděkování

Práce vznikla v rámci grantů: **IAA300120805** a **IAA200120701** GAAV ČR

## Kontakt

P. Kolář: [kolar@ig.cas.cz](mailto:kolar@ig.cas.cz)