

MODELOVÁNÍ SOUPROUDÉHO VÝMĚNÍKU TEPLA V SIMULINKU S VYUŽITÍM S-FUNKCÍ

M. Pieš, Š. Ožana

Katedra měřicí a řídicí techniky,

Fakulta elektrotechniky a informatiky, VŠB-TU Ostrava

Abstrakt

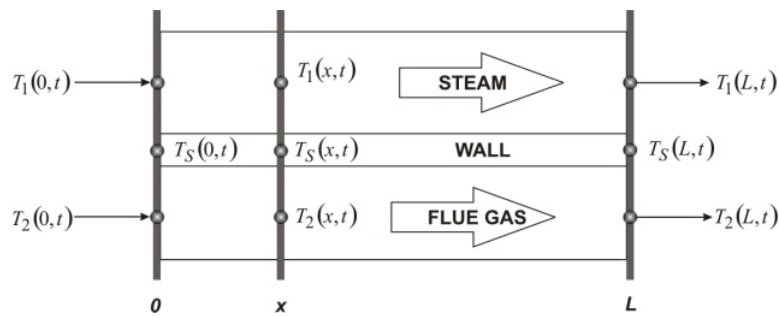
Tento článek se zabývá vytvořením a implementací matematického modelu souproutého výměníku tepla v programovém prostředí MATLAB&Simulink s využitím S-funkcí. Výměník tepla je důležitou součástí výstupního celku elektrárny. Ve výměníku tepla se předává teplo, vzniklé spalováním tuhých fosilních paliv, do páry nebo parovzduchové směsi. Na matematický model je poté aplikována metoda konečných diferencí a data ze simulace jsou srovnány s reálným měřením v elektrárně Dětmarovice.

1 MATEMATICKÝ MODEL VÝMĚNÍKU TEPLA

Matematický model souproutého výměníku tepla je popsán soustavou parciálních diferenciálních rovnic (PDE) a je definován třemi stavovými proměnnými:

$T_1(x,t)$	teplota páry
$T_2(x,t)$	teplota spalin
$T_S(x,t)$	teplota stěny

Tyto stavové proměnné jsou funkcí jak času t , tak vzdálenosti x . Tato vzdálenost určuje aktuální pozici řezu ve výměníku tepla. Obr. 1 ukazuje hlavní schéma matematického modelu zjednodušeného výměníku tepla.



Obr. 1: Základní schéma matematického modelu souproutého výměníku tepla

Tento zjednodušený matematický model výměníku tepla popisuje výměnu tepla mezi médiem, proudícím potrubím a stěnou výměníku. Dále popisuje výměnu tepla mezi stěnou výměníku a spalinami, obtékajícími výměník. Jedná se tedy o teplotní model. Stavové proměnné $T_1(x,t)$, $T_2(x,t)$ a $T_S(x,t)$ reprezentují rozložení teploty páry, teploty spalin a teploty stěny v čase a po délce výměníku.

Pro konstantní rychlost páry lze výměník tepla popsat následující soustavou parciálních diferenciálních rovnic [1]:

$$\frac{T_S - T_1}{\tau_1} = \left[u_1 \frac{\partial T_1}{\partial x} + \frac{\partial T_1}{\partial t} \right] \quad (1)$$

$$\frac{T_S - T_2}{\tau_2} = \left[u_2 \frac{\partial T_2}{\partial x} + \frac{\partial T_2}{\partial t} \right] \quad (2)$$

$$\frac{T_1 - T_S}{\tau_{S1}} + \frac{T_2 - T_S}{\tau_{S2}} = \frac{\partial T_S}{\partial t}, \quad (3)$$

kde

$$\tau_1 = \frac{c_1 M_1}{\alpha_{S1} O_1 |u_1|}, \quad \tau_2 = \frac{c_2 M_2}{\alpha_{S2} O_2 |u_2|} \quad (4)$$

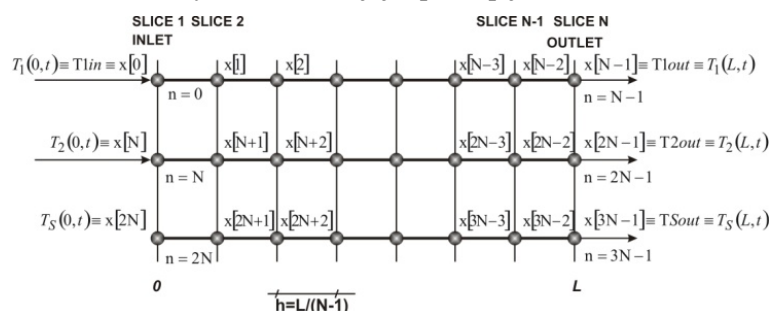
jsou časové konstanty prohřívání média a dále

$$\tau_{S1} = \frac{c_S G}{\alpha_{S1} O_1}, \quad \tau_{S2} = \frac{c_S G}{\alpha_{S2} O_2} \quad (5)$$

jsou časové konstanty prohřívání materiálu výměníku.

2 IMPLEMENTACE MATEMATICKÝCH ROVNIC V SIMULINKU

Pro řešení této soustavy v Simulinku byl zvolen postup zápisu těchto rovnic do simulinkovské S – funkce. Nejprve je nutné převést soustavu PDE na soustavu obyčejných diferenciálních rovnic (ODE). K tomu slouží metoda konečných diferencí, jejíž princip je znázorněn na Obr. 2.



Obr. 2: Aplikace metody konečných diferencí-převod PDE na soustavu ODE

Z rovnic (1) až (3) jsou vyjádřeny časové derivace stavových veličin (6) až (8).

$$\frac{\partial T_1}{\partial t} = \frac{T_S - T_1}{\tau_1} - u_1 \frac{\partial T_1}{\partial x} \quad (6)$$

$$\frac{\partial T_2}{\partial t} = \frac{1}{\tau_2} (T_S - T_2) - u_2 \frac{\partial T_2}{\partial x} \quad (7)$$

$$\frac{\partial T_S}{\partial t} = \frac{1}{\tau_{S1}} (T_1 - T_S) + \frac{1}{\tau_{S2}} (T_2 - T_S) \quad (8)$$

Derivace po délce výměníku x jsou nahrazeny numerickými diferencemi podle toho, ve kterém řezu se numerická derivace počítá.

Metoda konečných diferencí slouží k aproximaci parciálních derivací jejich numerickými diferencemi v jednotlivých bodech za použití následujících vztahů. Tyto vztahy nezahrnují diskretizační chyby.

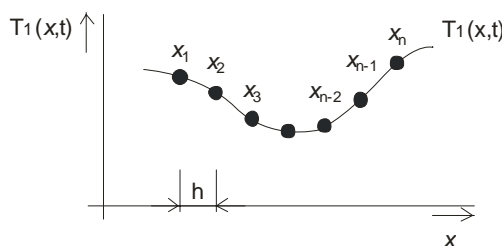
$$\left. \frac{\partial T_1(x,t)}{\partial x} \right|_{x=x_1} \approx \frac{-3T_1(x_1,t) + 4T_1(x_2,t) - T_1(x_3,t)}{2h} \quad (9)$$

$$\left. \frac{\partial T_1(x,t)}{\partial x} \right|_{x=x_2} \approx \frac{T_1(x_3,t) - T_1(x_1,t)}{2h} \quad (10)$$

$$\left. \frac{\partial T_1(x,t)}{\partial x} \right|_{x=x_3} \approx \frac{T_1(x_4,t) - T_1(x_2,t)}{2h} \quad (11)$$

$$\left. \frac{\partial T_1(x,t)}{\partial x} \right|_{x=x_n} \approx \frac{T_1(x_{n-2},t) - 4T_1(x_{n-1},t) + 3T_1(x_n,t)}{2h} \quad (12)$$

Grafickou reprezentací těchto vztahů znázorňuje obr. 3, který ukazuje aproximaci pro teplotu páry $T_1(x,t)$. Stejný koncept je použitý i druhou stavovou veličinou $T_2(x,t)$.



Obr. 3: Příklad převodu parciální derivace na konečnou diferenci

Rovnice (6) až (8) se nyní rozpadnou na tři bloky rovnic v závislosti na pozici, kde se jednotlivé difference ve směru osy x počítají. Pro levý okraj (viz obr. 2) se numerické difference vyjádří podle vztahu (9) následovně:

$$dx[0] = \frac{1}{\tau_1} (x[2N] - T_{1in}) - u_1 \frac{-3T_{1in} + 4x[1] - x[2]}{2h} \quad (13)$$

$$dx[N] = \frac{1}{\tau_2} (x[2N] - T_{2in}) - u_2 \frac{-3T_{2in} + 4x[N+1] - x[N+2]}{2h} \quad (14)$$

$$dx[2N] = \frac{1}{\tau_{S1}} (T_{1in} - x[2N]) + \frac{1}{\tau_{S2}} (T_{2in} - x[2N]) \quad (15)$$

Tento zápis již odpovídá zápisu, jaký je použit v S – funkci. Tyto rovnice jsou zapsány v rutině **mdlDerivatives** spolu s výpočtem časových konstant dle vztahů (4) a (5). Konstanty v těchto vztazích vstupují do S – funkce jako parametry a ve výsledku jsou maskovány

Pro prostřední řezy se v rovnicích (6) až (8) pro derivace ve směru osy x aplikuje vztah (10) a pro pravý okraj poté vztah (12).

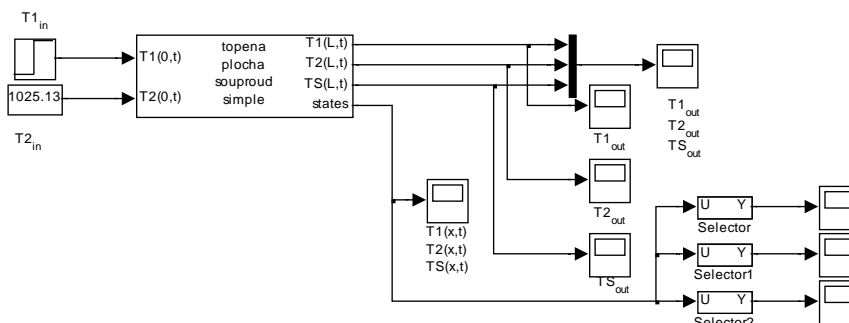
Výstupy takto implementovaného modelu se vyvedou v rutině **mdlOutputs** zápisem příkazů:

```
y[0]=x[N-1]; // teplota pary na vystupu
y[1]=x[2*N-1]; // teplota spalin na vystupu
y[2]=x[3*N-1]; // teplota steny na vystupu
```

Dále byly vyvedeny i teploty v jednotlivých řezech modelu.

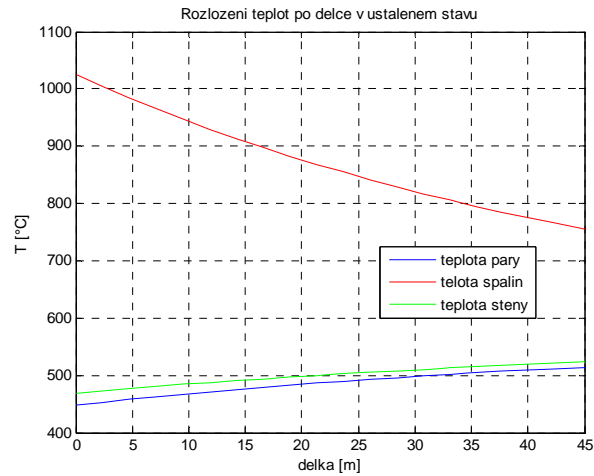
3 PŘECHODOVÉ DĚJE V MODELU VÝMĚNÍKU

Následující obrázky ukazují výstupy z namodelovaného výměníku tepla. Celkové schéma modelu ukazuje obr. 4.



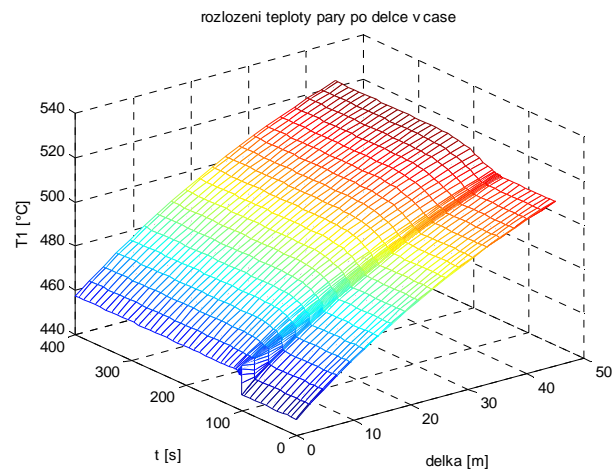
Obr. 4: Model výměníku jako S – funkce v Simulinku

Obrázek 5 ukazuje rozložení teplot po délce výměníku

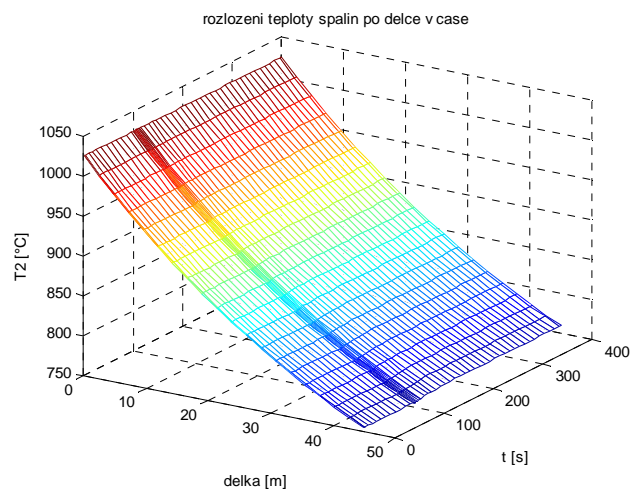


Obr. 5: Ukázka rozložení teplot ve výměníku v ustáleném stavu

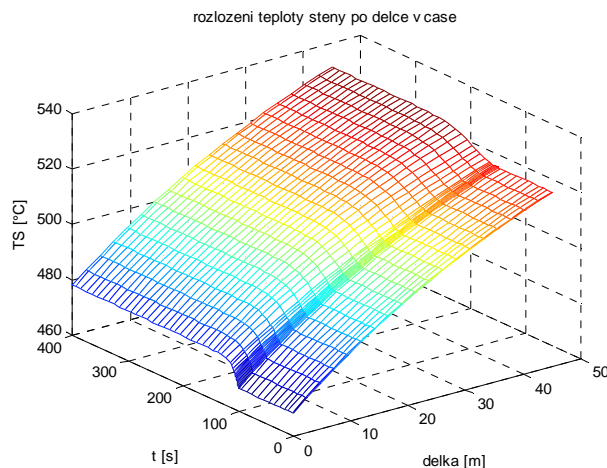
Po přivedení skokové změny páry v čase 100 sekund nastane ve výměníku k přechodovým dějům. Tyto přechodové děje jsou ukázány na obrázcích 6 až 8.



Obr. 6: Rozložení teploty páry v čase t i po délce x



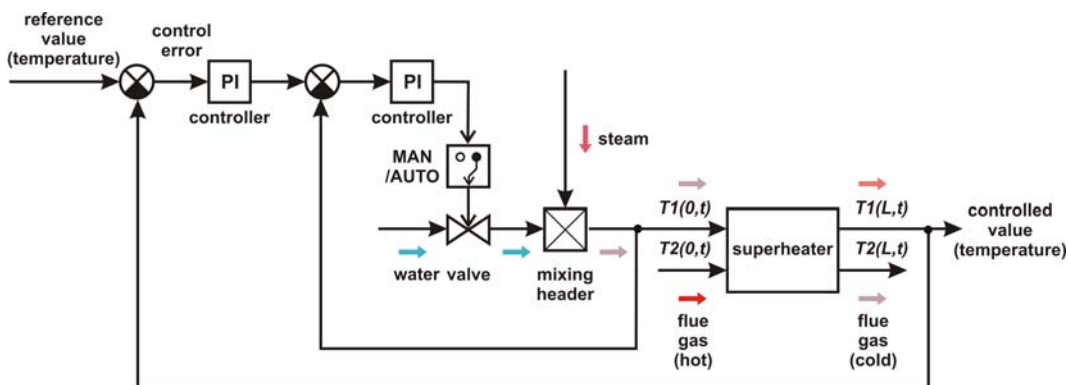
Obr. 7: Rozložení teploty spalín v čase t i po délce x



Obr. 8: Rozložení teploty stěny v čase t i po délce x

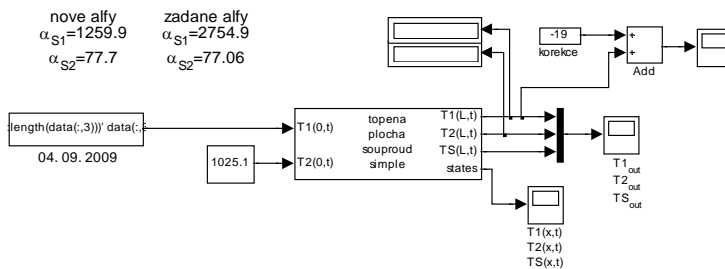
4 POROVNÁNÍ MATEMATICKÉHO MODELU VÝMĚNÍKU S REÁLNÝM VÝMĚNÍKEM

Pro namodelování výměníku bylo použito parametrů výstupního přehříváku páry jednoho z bloků elektrárny Dětmarovice. Konkrétně se jedná o soustavu přehříváků páry a netopených ploch, v nichž proudí pára pohánějící turbínu. V normálním provozu je teplota páry regulována na konstantní teplotu. Data pro porovnání pocházejí z doby, kdy byla dočasně vyřazena regulační smyčka. Zjednodušené schéma regulačního obvodu ukazuje obrázek 9



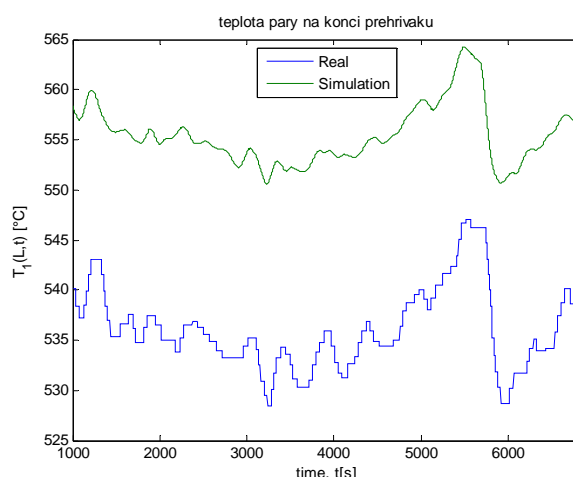
Obr. 9: Zjednodušený model regulace výstupní teploty souproutého přehříváku páry

Pro porovnání skutečného a matematického modelu byly na skutečném výměníku změřeny průběhy vstupní a výstupní teploty páry $T_1(0,t)$ a $T_1(L,t)$. Následně byl průběh vstupní teploty páry přiveden na vstup matematického modelu, jak znázorňuje obrázek 10.



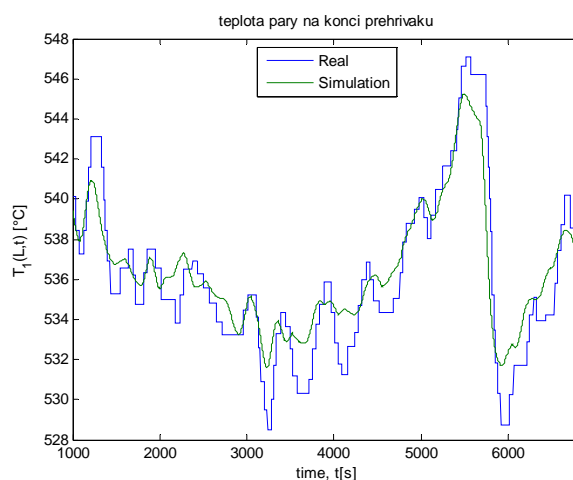
Obr. 10: Model pro porovnání matematického modelu výměníku tepla s reálným výměníkem

Obrázek 11 ukazuje výstupní teploty páry, vystupující z reálného výměníku tepla a z matematického modelu.



Obr. 11: Porovnání výstupních teplot páry

Jak lze vidět, tyto teploty z hlediska statických vlastností si nekorrespondují. Tenhle stav je způsoben několika aspekty. Prvním z nich je, že Zadané parametry pro matematický model výměníku byla zadána pro jiný činný výkon elektrárny než na jaký výkon elektrárna v dané době měření pracovala. Druhým aspektem je nedokonalá znalost součinitelů přestupu tepla mezi médii a materiálem výměníku, označených v rovnicích jako α_{S1} a α_{S2} . Pro porovnání dynamických vlastností matematického modelu s reálným modelem byla k výstupu experimentálně přičtena korekční hodnota teploty -19°C . Takto upravený průběh v porovnání s reálnými daty ukazuje obrázek 12.



Obr. 12: Porovnání výstupních teplot páry po experimentální korekci

5 ZÁVĚR

Matematický model souproutého výměníku tepla, popsany v tomto příspěvku je částí většího celku soustavy výměníků tepla. Tento celek výměníků slouží k ohřevu páry na provozní teplotu turbíny elektrárny.

Parciální diferenciální rovnice matematického modelu výměníku tepla byly přepsány do level 2 simulinkovské S – funkce. Pro převod soustavy parciálních diferenciálních rovnic na soustavu obyčejných diferenciálních rovnic byla použita metoda konečných diferencí. Tyto obyčejné diferenciální rovnice byly zapsány do level 2 S – funkce v jazyce C. Výsledkem je blok v Simulinku, do něhož vstupují z jedné strany teploty páry $T_1(0,t)$ a teploty spalin $T_2(0,t)$ a z druhé strany vystupují teploty páry $T_1(L,t)$, teploty spalin $T_2(L,t)$ a teploty stěny $T_S(L,t)$. Zároveň z tohoto bloku vystupují všechny teploty páry, spalin i stěny v daných řezech. První řez odpovídá teplotám na levém okraji výměníku a poslední řez odpovídá teplotám na konci výměníku.

Nakonec byly výsledné průběhy teplot páry $T_1(L, t)$ porovnány s výstupní teplotou páry, měřenou na reálném výměníku tepla elektrárenského bloku elektrárny v Dětmarovicích.

PODĚKOVÁNÍ

Popisovaný článek vznikl za podpory grantu GAČR 102/09/1003 – “Modelování vysokoteplotních výměníků tepla a využití modelů pro optimální regulaci výměníků”.

LITERATURA

- [1] Hanuš B., Regulační charakteristiky přehříváčů páry u kotlů československé výroby. *Strojírenství 11, 1961, č.3., str. 179-184*
- [2] Cook R. D. at al., Applications of Finite Element Analysis, *John Wiley and Sons, 2002, ISBN 0-471-350605-0*
- [3] Haberman R., Applied Partial Differential Equations with Fourier Series and Boundary Value Problems, 4th Edition, *Pearson Books, 2003, ISBN13: 9780130652430 ISBN10: 0130652431*
- [4] <http://www.mathworks.com>