

POUŽITIE MATLABU PRI ANALÝZE OBVODOV GENERUJÚCICH CHAOS

Milan Guzan

Technická univerzita v Košiciach, Fakulta elektrotechniky a informatiky, Katedra teoretickej elektrotechniky a elektrického merania, Park Komenského 3, 041 20 Košice

Abstrakt

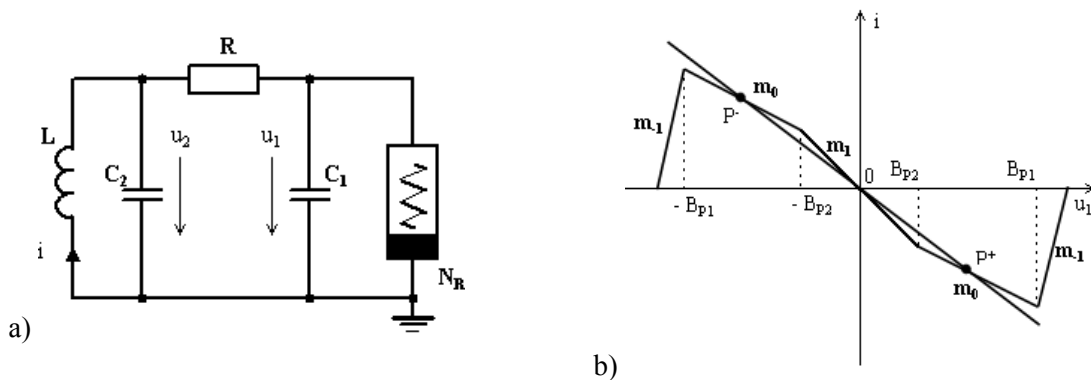
Príspevok poukazuje na využitie Matlabu pri analýze obvodov generujúcich chaos. Jeho využitie však je možné aj v iných oblastiach teórie nelineárnych obvodov napr. pri analýze binárnych či viac-hodnotových pamätí resp. štatistických senzorov.

1 Úvod

Chaos v elektrických obvodoch si získal veľkú pozornosť v priebehu posledných dvadsiatich rokov. Táto problematika je zaujímavá nielen z teoretického, ale i praktického hľadiska. Napríklad, základná nepredvídateľnosť deterministického chaosu bola použitá pre návrh zlepšených bielych a farebných šumových generátorov a taktiež pre generovanie zabezpečovacieho náhodného čísla. Chaotické obvody tiež nájdu potenciálne aplikácie v spracovaní nelineárnych signálov a v oblasti neurónových sietí, ktorá motivuje hľadanie umelej neurónovej siete, pričom jej vzory sa opierajú o chaotické chovanie neurónov. Ďalej systémy zostavené z dvoch alebo viacerých chaotických obvodov môžu byť v súvislosti so synchronným režimom využívané pre šifrovanie signálov a zabezpečovanie komunikácie. V tomto príspevku poukážeme na využitie Matlabu pri analýze Chuaovho obvodu generujúceho chaos.

2 Chuaov obvod

Chuaov obvod zobrazený na Obr. 1a je prvým fyzikálnym obvodom, ktorý sa vyznačuje všetkými tromi nestabilnými singularitami. Pre vyznačenie orientáciu elektrických veličín platí (1):



Obrázok 1: a) Chuaov obvod b) Voltampérová charakteristika nelinearity N_R – Chuaovej diódy

$$C_1 \frac{du_1}{dt} = G(u_2 - u_1) - g(u_1) \equiv Q_1$$

$$C_2 \frac{du_2}{dt} = G(u_1 - u_2) + i \equiv Q_2 \quad (1)$$

$$L \frac{di}{dt} = -u_2 \equiv Q_3$$

kde funkcia $g(u_1)$ je znázornená na Obr. 1b a jej vyjadrenie absolútnymi hodnotami podľa [1] je:

$$g(u_1) = m_{-1}u_1 + \frac{m_0 - m_1}{2} \left\{ |u_1 + B_{p2}| - |u_1 - B_{p2}| \right\} + \frac{m_{-1} - m_0}{2} \left\{ |u_1 + B_{p1}| - |u_1 - B_{p1}| \right\} \quad (2)$$

Príklad analýzy Chuaovho obvodu za použitia Matlabu uvádzame pri takých parametroch (3), kedy je chaotický atraktor „prehľadný“ resp „jednoduchý“, čo pri iných parametroch tak už nemusí byť [2].

$$C_1 = 1/10 ; C_2 = 2 ; L = 1/7 ; G = 0,7 ; B_p = 1 ; m_0 = -0,1 ; m_1 = -4 ; m_2 = 5 \quad (3)$$

3 Linearizácia systému

Linearizáciu systému (1) môžeme zapísať v tvare:

$$\frac{d\hat{x}}{dt} = [A]\hat{x} \quad (4)$$

kde $\hat{x} = [u_1, u_2, i]$ a $[A]$ je Jacobiho matica s vlastnými číslami $\lambda_1, \lambda_{2,3}$, zodpovedajúcimi príslušným singularitám P^+, P^-, θ na Obr. 1b. Pretože sme v priestore R^3 , $g(u_1)$ na Obr.1b je plochou komplementárnou s u_2 . Pretože singularity sú riešením systému

$$Q_1 = 0, Q_2 = 0, Q_3 = 0 \quad (5)$$

je zrejmé že ležia v rovine $u_2 = 0$.

Vlastné čísla singularít v Tab.1 naznačujú, že všetky tri singularity sú nestabilné, pričom P^+ a P^- sú sedlovými singularitami pre $dt < 0$ a singularita θ bude sedlom pre $dt > 0$.

Tabuľka 1: VLASTNÉ ČÍSLA A VLASTNÉ VEKTORY NESTABILNÝCH SINGULARÍT CHUAOVHO OBVODU

	λ_1	λ_2	λ_3	α_{11}	α_{12}	α_{13}
P^+ a P^-	-6.3727935	0,01139674 +1,8152488i	0,01139674 -1,8152488i	11,9662912	-12,7455870	1
θ	33,0730713	-0,21153564 +1,8567497i	-0,21153564 -1,8567497i	316,8296057	66,1461426	1

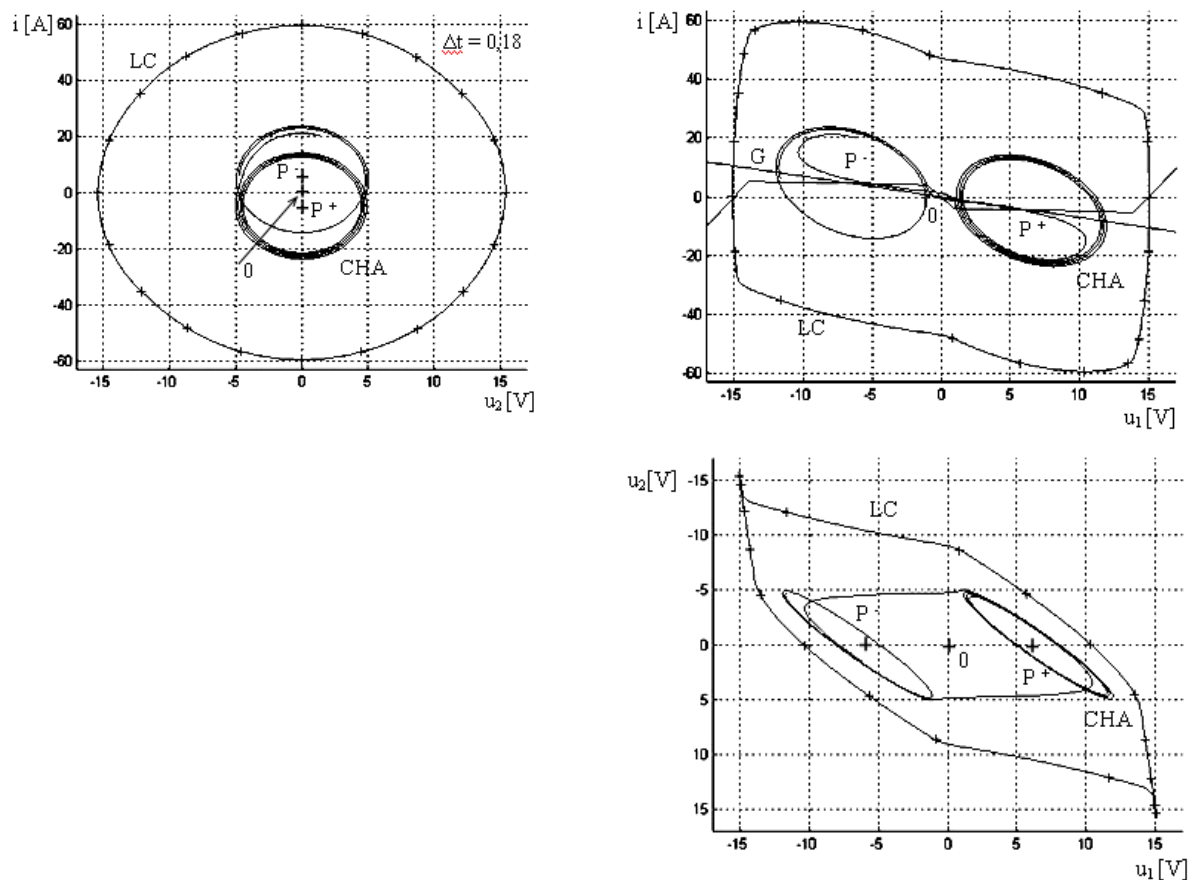
4 Použitie Matlabu pri analýze Chuaovho obvodu

Pri analýze Chuaovho obvodu [3] - [9] vznikla potreba vytvorenia vlastných funkcií v Matlabe - *.m súborov, s využitím matlabovských funkcií. Bolo potrebné:

- vykresliť voltampérovú (V-A) charakteristiku Chuaovej diódy (2) a záťaže R. Ich vzájomný prienik vytvára už naznačené singularity na Obr.1b (P^+, P^-, θ),
- riešiť systém (5) pre určenie súradníc singularít Chuaovho obvodu,
- zistiť vlastné čísla ($\lambda_1, \lambda_{2,3}$) a vlastné vektory ($\alpha_{11}, \alpha_{12}, \alpha_{13}$) jednotlivých singularít,
- riešiť systém (1) a tak dostať trajektóriu ustáleného stavu v Chuaovom obvode, ktorým môže byť tak limitný cyklus ako aj chaotický atraktor, v závislosti od zvolených začiatočných podmienok.

Samotné zdrojové súbory sú obsiahnuté v prílohe tohto príspevku. Niektoré grafické výstupy vyššie spomenutých bodov bolo potrebné dodatočne ešte upraviť v grafickom editore (napr. symboly P^+, P^- atď.). Finálny obrázok je zobrazený na Obr.2. Ide o Mongeovu projekciu chaotického atraktora

– CHA a stabilného limitného cyklu – LC v rovinách i, u_1 a u_2, u_1 . Aj keď tretí pohľad v rovine i, u_2 je nadbytočný, predsa len ponúka zreteľnejší pohľad do stavového priestoru, kedy z predchádzajúcich dvoch zobrazení nie je jasný eliptický charakter LC.



Obrázok 2. Mongeova projekcia chaotického atraktora – CHA a limitného cyklu – LC v rovinách i, u_1 a u_2, u_1 so súčasným zobrazením do ďalšej priemetne i, u_2 .

Tiež by bolo názorné 3D zobrazenie Obr.2. Zmienené zobrazenie bolo použité pri analýze viac-hodnotovej pamäte v príspevkoch [10] a [11], pričom na výhodu 3D zobrazenia je tiež poukázané v práci [12].

Po spustení hlavných súborov *singularity.m*, resp. *ode.m* sa textové výsledky (súradnice singularít, vlastné čísla a vlastné vektory atď.) vypíšu v okne Matlab-u – *Command Window*. V prílohe popísané m-súbory umožňujú analyzovať Chuaov obvod ako pre nenormovaný systém diferenciálnych rovníc (1), tak aj pre normovaný systém diferenciálnych rovníc v tvare odvodenom a uvedenom v [13]. Prevažne bol používaný nenormovaný systém (po spustení m-súborov voľba 2). Je však potrebné tiež aj poznamenať, že vo verzii Matlab R2007a normovaný systém v súbore *ode.m* nepracuje tak, ako to bolo v starších verziách. Preto pre záujemcov o spustenie zdrojových súborov v prílohe poznamenávame, že v normovanom systéme súboru *ode.m* vo verzii Matlab R2007a nedochádza k vykresleniu trajektórie Chuaovho obvodu, čo pri starších verziách nebol problém.

5 Záver

V priebehu posledných niekoľkých rokov používania Matlab-u našim teamom [4] na analyzovanie Chuaovho obvodu, bol softvér výbornou aplikáciou na vyššie spomenuté okruhy, ako napr. pre analýzu správania sa Chuaovho obvodu pre rôzne parametre. Samozrejme že Matlab by bolo vhodné využiť a odporučiť aj v iných prácach s podobnou tematikou [14], [15], aká je prezentovaná v tomto príspevku.

References

- [1] V. Špány. *Vyjadrenie nelineárnych charakteristik absolútnymi hodnotami*. Slaboproudý obzor, 1988, Vol. 40, No. 7, pp. 354-356.
- [2] T. Matsumoto, L. O. Chua, M. Kumoro. *The Double Scroll*. IEEE Transaction on Circuits and Systems; August 1985; CAS-32(8):798-818
- [3] M. Olejár. *Analýza chaotického atraktora*. Diplomová práca, KEMT FEI TU v Košiciach, 2005, ps.52
- [4] M. Guzan M., P. Galajda, L. Pivka, V. Špány. *Element of singularity is a key to laws of chaos*. 15th International Czech-Slovak Scientific Conference RADIOELEKTRONIKA 2005, pp.33-36, May 2005.
- [5] M. Guzan. *Multifunkčnosť Chuaovho obvodu pri zmenách R*. Medzinárodná konferencia učiteľov elektrotechniky, SEKEL 2008, 16-18. sept. 2008, Košice – Herľany, s.61 – 66.
- [6] P. Galajda, V. Špány. *Chua's singularities: The source for generation of chua's chaos*. In: Tezisy dokladov : Treťja meždunarodnaja konferencija : Moskva, 25-28 marta 2008 g. Moskva : MFTI, 2008. p. 200-205. ISBN 978-5-7417-0236-9.
- [7] M. Drutarovký, P. Galajda. *A robust chaos-based true random number generator embedded in reconfigurable switched-capacitor hardware*. In: Radioengineering. vol. 16, no. 3 (2007), p. 120-127. Internet: <<http://www.urel.feec.vutbr.cz/RADIOENG/>> ISSN 1210-2512.
- [8] P. Galajda, D. Kocur, R. Zetík. *Spread spectrum communication via chaotic synchronizations and modulations*. In: Acta Electrotechnica et Informatica. roč. 1, č. 1 (2001), s. 32-38. ISSN 1335-8243.
- [9] Pavel Galajda, Pavol Galajda. *The combination of the graphical and numerical methods for the solutions of linear and non-linear differential equations in engineering boundary value problems*. In: Tezisy dokladov : Treťja meždunarodnaja konferencija : Moskva, 25-28 marta 2008 g. Moskva : MFTI, 2008. p. 25-32. ISBN 978-5-7417-0236-9.
- [10] V. Špány, P. Galajda, M. Guzan. *Boundary surfaces of One-Port memoris*. In: Tesla III Milenium : Proceedings of 5th Int. Conference, Beograd 1996.
- [11] M. Guzan, M. Kollár. *The load plane and singularities in MVL circuit*. In: Radioelektronika 2003 : 13th international Czech - Slovak scientific conference, May 6-7, 2003, Brno, Czech Republic : Conference proceedings. Brno : University of Technology, 2003. s. 1-4. ISBN 80-214-2383-8.
- [12] R. Kreheľ. *Sensoren in der Prozessautomation und Prozessinformatik*. In: CO-MAT-TECH 2004: 12th International Scientific Conference, Trnava, Slovak republic, 14.-15. October 2004. Bratislava: STU Bratislava, 2004. s. 665-672. ISBN 80-227-2117-4
- [13] V. Špány. *Chuaov obvod – normovanie*. Interná informácia na KEMT z 3.9.2004.
- [14] J. Petržela. *Modeling of the Strange Behavior of the Selected Nonlinear Dynamical Systems*. Part I.: Oscillators, Edition PhD Thesis, Vol. 502, ISSN 1213-4198.
- [15] J. Petržela, Z. Kolka, S. Hanus. *Simple Chaotic Oscillator: from Mathematical Model to Practical Experiment*. In Radioengineering, vol. 15, No. 1, pp.6-11, 2006.

Ing. Milan Guzan, PhD.
Technická univerzita v Košiciach
Fakulta elektrotechniky a informatiky
Katedra teoretickej elektrotechniky a elektrického merania
Park Komenského 3
041 20 Košice
e-mail: Milan.Guzan@tuke.sk
tel.: 00421 55 602 2874

Príloha

V tejto prílohe sú uvedené výpisy všetkých zdrojových súborov použitých na simuláciu Chuaovho obvodu v simulačnom programe MATLAB. Taktiež je uvedený základný popis jednotlivých súborov a vstupných parametrov. Všetky simulácie sa vzťahujú na systém (1) a hodnoty parametrov (3).

a) Výpočet súradníc singularít P^+ , P , θ a im prislúchajúcich vlastných čísel a vlastných vektorov.

Popis zdrojových súborov:

Hlavný program: **singularity.m** – realizuje výpočet singularných bodov, vlastných čísel a vlastných vektorov trojrozmerného systému (1), kde sú zadefinované hodnoty parametrov tohto systému.

Podprogramy: **sing_chua5va.m** – vypočíta súradnice singularít P^+ , P , θ a zobrazí V-A charakteristiku Chuaovej diody.

vlastne_cisla.m – slúži na výpočet vlastných čísel a vlastných vektorov prislúchajúcich singularitám P^+ , P , θ .

g.m – obsahuje rovnicu V-A charakteristiky Chuaovej diódy, vyjadrenú podľa vzťahu (2)

Špecifikácia vstupných parametrov:

Vstupným parametrom je druh systému (normovaný, alebo nenormovaný), pre ktorý chceme počítať vlastné čísla a vlastné vektory.

Výpis zdrojových súborov:

```
singularity.m

clear all;
clc;
disp('VYPOCET SINGULARNYCH BODOV,VLASTNYCH CISEL A VLASTNYCH VEKTOROV
PRE CHUAOV OBVOD')
disp('*****')
global p N R0 E1 V1 E2 V2;
figure(4); hold on
N=input('Zvol prislusny system: normovany = 1/ nenormovany = 2 : ');
p=[1/10 1/0.5 1/7 0.7 -4 -0.1 5 1 14 15];
```


vlastne_cisla.m

```
global p N RO E1 V1 E2 V2;
for k=5:6
if N==1&k==5
    y=p(1)/((p(3)*p(2))^0.5)
    u2=p(1)/p(2)
    A=[-((p(4)/y)+(p(k)/y)) (p(4)*u2)/y 0 ; p(4)/y -(p(4)*u2)/y 1 ; 0 -1
        (R0*(p(2)/p(3))^0.5)];
    E1=eig(A);
    for i=1:3
        for j=1:3
            B(i,j)=A(j,i);
        end
    end
    [V,E]=eig(B);
    V1=V(:,1)/V(3,1);
end

if N==2&k==5
    A=[-((p(4)/p(1))+p(k)/p(1)) p(4)/p(1) 0 ; p(4)/p(2) -p(4)/p(2) 1/p(2)
        ; 0 -1/p(3) -R0/p(3)];
    E1=eig(A);
    for i=1:3
        for j=1:3
            B(i,j)=A(j,i);
        end
    end
    [V,E]=eig(B);
    V1=V(:,1)/V(3,1);
end

if N==1&k==6
    y=p(1)/((p(3)*p(2))^0.5)
    u2=p(1)/p(2)
    A=[-((p(4)/y)+(p(k)/y)) (p(4)*u2)/y 0 ; p(4)/y -(p(4)*u2)/y 1 ; 0 -1
        (R0*(p(2)/p(3))^0.5)];
    E2=eig(A);
    for i=1:3
        for j=1:3
            B(i,j)=A(j,i);
        end
    end
    [V,E]=eig(B);
    V2=V(:,1)/V(3,1);
end

if N==2&k==6
    A=[-((p(4)/p(1))+p(k)/p(1)) p(4)/p(1) 0 ; p(4)/p(2) -p(4)/p(2) 1/p(2)
        ; 0 -1/p(3) -R0/p(3)];
    E2=eig(A);
    for i=1:3
        for j=1:3
            B(i,j)=A(j,i);
        end
    end
    [V,E]=eig(B);
    V2=V(:,1)/V(3,1);
end
end
end
```

g.m

```
function [g]=g(vC1)
global p;

% rovnica patsegmentovej V-A charakteristiky
g=(p(7)*vC1)+0.5*((p(5)-p(6))*(abs(vC1+p(8))-abs(vC1-p(8))))+0.5*((p(6)-
p(7))*(abs(vC1+p(9))-abs(vC1-p(9))));
```

b) Zobrazenie trajektórií systému (19)

Popis zdrojových súborov:

Hlavný program: **ode.m** – realizuje vykreslenie riešenia sústavy rovníc trojrozmerného systému (1) v stavovom priestore.

Podprogram: **chua5va.m** – obsahuje sústavu stavových rovníc Chuaovho obvodu s päťsegmentovou V-A charakteristikou Chuaovej diódy.

Špecifikácia vstupných parametrov:

Vstupným parametrom je druh systému (normovaný, alebo nenormovaný), pre ktorý chceme počítať trajektórie.

Výpis zdrojových súborov:

ode.m

```
clc;
disp('VYPOCET A ZOBRAZENIE TROJROZMERNYCH SYSTEMOV V STAVOVOM
PRIESTORE')
disp('*****')
global p R0 Y U2 N m;

N=input('Zvol prislusny system: normovany = 1/ nenormovany = 2 : ');

figure(2); hold on

% pre normovany system
if N==1
p=[10 0.5 7 0.7 -4 -0.1 5 1 14] %p=[1/C1 1/C2 1/L G m1 m0 m2 Bp
Bq] parametre-Chua5VA

Y=(1/p(1))/(((1/p(3))*(1/p(2)))^0.5)
U2=(1/p(1))/(1/p(2))
R0=0;
t2=100;
end
```



```

% pre nenormovany system

if N==2
p=[10 0.5 7 0.7 -4 -0.1 5 1 14]          %p=[1/C1 1/C2 1/L G m1 m0 m2 Bp
                                           Bq] parametre-Chua5VA
    m=[2.99e-3  0.0853e-3  -0.1068e-3  -3.694e-3  -3.9485e-3  -0.119e-3
0.709e-3  4.432e-3;
      -11.75  -9.525  -0.9095  0  0.9092  11.746  13  0]
    R0=0;
    t2=185;
end

E=('Chua5VA');
x0=[0 0 0.6];          %zadefinovanie zaciatočných podmienok
options=odeset('RelTol',1e-6,'AbsTol',1e-12);    %nastavenie relativnej a
                                                  absolutnej chyby vypočtu
[T,X]=ode45('chua5va',[1 t2],x0,options);      %sustavy
diferencialných rovníc

k1=0;
for i=1:size(T)
    if T(i)>150
        k1=k1+1;
    end
end

k2=0;
for i=1:size(T)
    if T(i)>=t2
        k2=k2+1;
    end
end

n1=size(T)-k1;
n2=size(T)-k2;

f3=fopen('odel.dat','w');
for i=n1:n2

    fprintf(f3,'%2.8f %2.8f %2.8f\n',[X(i,1) X(i,2) X(i,3)]);

end
fclose(f3);

fprintf(1,'NAZOV TROJROZMERNEHO SYSTEMU :    %s\n',E)
    figure(4)
plot(X(n1:n2,1),X(n1:n2,3)','','k');          %vykreslenie stavových
                                                  premenných do roviny v1-i

    xlabel('u1')
    ylabel('i')
    figure(1)
plot(X(n1:n2,1),X(n1:n2,2)','','k')          %vykreslenie stavových
                                                  premenných do roviny v1-v2

    xlabel('u1')
    ylabel('u2')

```

```

figure(3)
plot(X(n1:n2,3),X(n1:n2,1),'k')      %vykreslenie stavovych premennych do
                                     roviny iL-v1

    xlabel('i')
    ylabel('u1')
figure(2)
plot3(X(n1:n2,2),X(n1:n2,3),X(n1:n2,1),'k')      %vykreslenie v stavovom
                                                    priestore

    xlabel('u2')
    ylabel('i')
    zlabel('u1')
    set(gca,'XGrid','on','YGrid','on','ZGrid','on');
figure(5)
plot(T(n1:n2),X(n1:n2,1),'k')      %vykreslenie premennej v1 v casovej
                                     oblasti

    xlabel('t')
    ylabel('v1')

```

chua5va.m

```

function dxdt=chua5va(t,x)
global p R0 Y U2 N m;
%zadefinovanie sustavy rovnici,ktorymi je opisany Chuaov obvod s
patsegmentovou V-A charakteristikou
%Vc1-x
%vc2-y
%i3-z

if N==1
dxdt=[(p(4)/Y)*(x(2)*U2-x(1))-1/Y*((p(7)*x(1))+(0.5*((p(6)-p(5))*(abs(x(1)-
p(8))-abs(x(1)+p(8)))))+0.5*((p(7)-p(6))*(abs(x(1)-p(9))-
abs(x(1)+p(9))))));
      (p(4)/Y)*(x(1)-x(2)*U2)+x(3);
      -x(2)];

end

if N==2
dxdt=[p(4)*p(1)*(x(2)-x(1))-p(1)*((p(7)*x(1))+0.5*((p(6)-p(5))*(abs(x(1)-
p(8))-abs(x(1)+p(8)))))+0.5*((p(7)-p(6))*(abs(x(1)-p(9))-
abs(x(1)+p(9))))));
      p(4)*p(2)*(x(1)-x(2))+p(2)*x(3);
      -p(3)*x(2)];

end

```