

## Plánování experimentu

*Doc. RNDr. Bohumil Maroš, Csc.  
VUT v Brně, FSI, Ústav matematiky*

### 1. Úvod

V technických, přírodních i společenských vědách potřebujeme někdy odhalit vztahy či porozumět vazbám mezi určitými veličinami. Mnohdy je potřebné specifikovat typ těchto závislostí. Potřebná data získáme pozorováním nebo provedením experimentu. Při hledání či sestavování empirických modelů se věnuje velmi málo pozornosti efektivnímu provedení experimentu. Cílem experimentu je

- 1) zjistit, zda určitý faktor nebo faktory mají vliv na sledovanou veličinu,
- 2) najít takové úrovně faktorů, abychom dosáhli optimální hodnoty sledované veličiny.

Termínem experiment se označuje celá soustava měření (pozorování), která je vhodným způsobem uspořádána. Právě toto uspořádání je hlavním rysem plánovaného experimentu.

**Žádnou analýzou experimentálních dat nelze obejít špatně či nedostatečně připravený experiment.** Stejně tak může experimentátor naplánovat postup tak, aby získal maximum informací, ale mnohé informace pro daný model jsou nadbytečné.

V podstatě lze říci, že jde o vytvoření takových podmínek, aby rozsah experimentu byl co nejmenší, ale objem i forma informací nejkvalitnější. Tento požadavek se uplatňuje ještě mnohem výrazněji u experimentu s mnoha faktory (nezávislými proměnnými). Jeho důsledné respektování vedlo k vytvoření samostatného odvětví aplikované statistiky, tzv. plánovaného (řízeného) experimentu.

Uspořádání experimentu závisí na konkrétním řešeném problému, tj. na

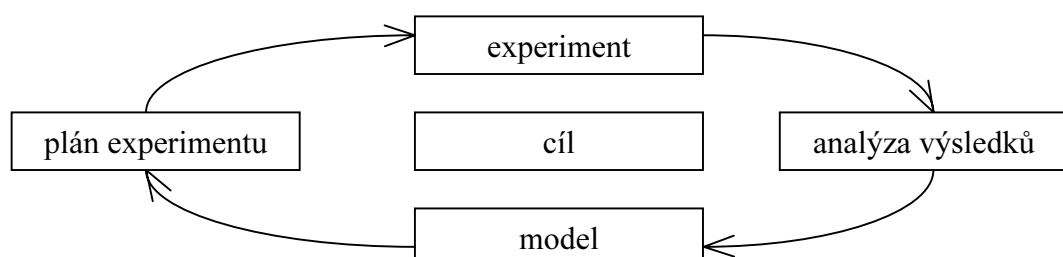
- počtu zkoumaných veličin,
- na cíli experimentu,
- na homogenitě, resp. variabilitě experimentálních podmínek,
- na stanovené výši rizika chybného závěru.

V úvahu je třeba vzít i ekonomická kritéria.

Splnění všech cílů umožňují jednak vhodně navržené experimenty, jednak použití matematicko-statistických metod. K nejnámějším metodám patří t-test, F-test a analýza rozptylu. Uvedené metody zároveň kvantifikují riziko, s jakým se při rozhodování můžeme dopustit chyby. Různé návrhy uspořádání měření a metody jejich vyhodnocení se souhrnně označují jako plánování (navrhování) experimentů. V literatuře se často označují jako Design of Experiments (DOE).

### 2. Strategie plánovaného experimentu

Strategii efektivního experimentování lze znázornit takto:



Ještě před započítím návrhu plánovaného experimentu je vhodné dát odpověď na tyto čtyři skupiny otázek:

### 1) Cíl experimentu

- a) na jaké otázky má experiment dát odpověď ?
- b) jaká oblast experimentu bude pokryta?
- c) existují předchozí informace o experimentu či výsledku?
- d) hledají se optimální hodnoty proměnných či pouze jejích vliv?

### 2) Typ modelu

- a) které proměnné jsou nezávislé a které závislé?
- b) existuje již správný typ modelu, nebo se musí určit?
- c) bude se používat empirický model?

### 3) Program experimentu

- a) které proměnné a v jaké posloupnosti se budou měřit?
- b) které proměnné považujeme za dominantní?
- c) jak minimalizovat vliv vedlejších faktorů?
- d) jsou proměnné na sobě nezávislé?
- e) jaký rozptyl výsledků očekáváme?

### 4) Opakování měření

- a) jakým způsobem budeme opakovat měření - současně, postupně a pod.
- b) kolik opakování provedeme a jakým způsobem?

## 3. Základní pojmy

Veličiny, které jsme předem vymezili jako potenciální vlivy, nazýváme **faktory**. Faktorem může být měřitelná veličina, např. teplota, tlak, napětí apod., ale také kategoriální veličina, jako dodavatel, operátor, stroj atd. Hodnoty těchto veličin nastavované v experimentu nazýváme **úrovně faktoru**. V případě měřitelných veličin jsou vyjádřeny číselně, u kategoriálních veličin slovně či pomocí číselných kódů.

Experimentem zkoumáme, jak se změna úrovně faktoru projeví na hodnotách sledované veličiny. Protože kromě zkoumaných faktorů, jejichž úrovně v experimentu kontrolujeme, působí také různé a všudypřítomné **náhodné vlivy**, dochází i při dodržení stejných experimentálních podmínek ke kolísání hodnot sledované veličiny. Tato variabilita hodnot se měří pomocí rozptylu a nazývá se náhodná chyba či chyba měření.

Při plánovaném experimentu se používají tyto tři techniky:

- replikace,
- uspořádání do bloků a
- znáhodnění.

Replikace je vlastně opakování měření při stejné úrovni nebo kombinaci úrovní faktorů. Tímto způsobem můžeme odhadnout nepřesnost měření (náhodnou složku) a zvýšit spolehlivost závěru.

Při těchto opakováních bývá často značným technickým problémem udržet pokaždé stejné podmínky měření. Zejména při experimentování v poloprovozním nebo provozním měřítku stačí obvykle jedna dávka homogenní suroviny pouze na jedno opakování pokusu, takže na každé další opakování musíme už použít jiné dávky. Různorodost jednotlivých dávek (dodávek, odlitků apod.) je známou skutečností. Kdybychom tuto skutečnost zanedbali,

zvětšili bychom chybu měření o variabilitu způsobenou rozdíly mezi jednotlivými dávkami suroviny. Tento nedostatek můžeme potlačit tím, že měření naplánujeme tak, aby bychom rozdíly mezi opakováními mohli oddělit od rozdílů mezi zkoumanými úrovněmi faktoru a od náhodné složky. To provedeme tak, že experimenty rozdělíme do bloků poměrně stejných podmínek. Pojmeme blok rozumíme určitý soubor podmínek, který tvoří z experimentálního hlediska homogenní celek (např. surovina z jedné tavby, měření stejným přístrojem, vzorky odebrané během krátké doby z nepřetržitého procesu apod.).

Aby nevznikla systematická chyba (např. stejným pořadím úrovní faktoru v každém bloku), provedeme jednotlivé experimenty v náhodném pořadí nebo vylosováním. Tomuto postupu říkáme znáhodňování měření. Celé schéma experimentu nazýváme znáhodněné bloky. Ty dovolují rozložit celkovou variabilitu na složku odpovídající efektům úrovní zkoumaného faktoru, složku odpovídající blokům a reziduální složku, jež zahrnuje vliv ostatních činitelů.

#### 4. Vlastnosti plánovaného experimentu

Experiment se provádí postupně, v několika etapách. V první etapě (předběžný experiment) se vyhledávají nejdůležitější faktory (**dominantní faktory**), jež ovlivňují sledovanou veličinu. Po získání částečných znalostí se experiment opakuje již s vyloučením nepodstatných faktorů, s novými úrovněmi vlivných faktorů, popřípadě s novými faktory. Dobře definovaný cíl experimentu je důležitý pro účinné rozvržení zdrojů informace. Návrh pro předběžný experiment se bude lišit od návrhu, jehož cílem je najít optimální nastavení úrovní faktorů (parametrů procesu) nebo od experimentu, jenž má potvrdit dříve získané výsledky. Sekvenční přístup vede k celkové úspoře počtu měření.

Variabilita hodnot odezvy způsobená rušivými vlivy může být stejně velká (nebo dokonce větší) než variabilita následkem vlivů faktorů zahrnutých do experimentu. Dobrý návrh experimentu umožní rozdělit celkovou variabilitu na jednotlivé složky způsobené vlivem jednotlivých faktorů, interakcí a náhodných vlivů. A právě z velikosti jednotlivých složek posoudit význam jednotlivých příčin. Charakteristickým rysem plánovaného experimentu je vyváženost, to znamená provedení stejného počtu měření pro každou úroveň faktoru nebo kombinaci úrovní více faktorů. Platnost závěrů plynoucích z experimentu lze zvýšit volbou co nejširších experimentálních podmínek, např. užitím různých strojů, operátorů, prováděním experimentu v různých dnech či hodinách, s různými dodávkami surovin apod.

#### 5. Základní typy experimentů

Nejednodušším případem experimentu je experiment s jedním faktorem. Faktor můžeme uvažovat se dvěma nebo více úrovněmi. Počet úrovní faktoru je dán povahou řešeného problému, nebo jej volíme. Volba počtu úrovní přichází v úvahu častěji u měřitelných veličin. Výsledky měření mohou být ovlivněny nejen zkoumaným faktorem, jehož úroveň v experimentu aktivně měníme, ale i dalšími příčinami. Kromě náhodných vlivů, které jsou součástí každého procesu, působí i vymezitelné příčiny, které nejsou přímo předmětem našeho zájmu, ale které je výhodné zahrnout do experimentu jako blokové faktory. Úrovně blokového faktoru jsou často určeny dosažitelnými experimentálními podmínkami. Avšak i v případech, kdy by bylo možno provést experiment při jediné úrovni blokového faktoru, je výhodné volit úrovní několik a rozšířit tak platnost závěrů.

Vyšetřujeme-li několik faktorů, volíme **úplný** či **zkrácený faktorový experiment**, nebo **centrálně kompoziční plán** experimentu. Tyto experimenty umožňují studovat též i neaditivní působení zkoumaných faktorů, tj. **interakce**. Každý faktor přitom může mít dvě či více úrovní. Úplný faktorový experiment zahrnuje všechny možné kombinace úrovní

zkoumaných faktorů, ve zkráceném faktorovém experimentu jsou některé kombinace vynechány. V praxi se často používají faktorové experimenty se dvěma či třemi úrovněmi faktorů. Při větším počtu faktorů se někdy dá využít zkráceného experimentu s polovičním (čtvrtinovým, osminovým atd.) počtem měření. Faktorové experimenty lze použít i ke stanovení empirického modelu, který znázorňuje tvar závislosti sledované veličiny na měřitelných faktorech. Pomocí tohoto modelu pak můžeme určit, při kterých nastaveních zkoumaných faktorů dosáhneme optimální hodnoty sledované veličiny.